汉中市2023届高三年级教学质量第二次检测考试
理科数学参考答案

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	A	D	D	C	C	B	A	D

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $-\frac{5}{7}$　　14. 1　　15. -640　　16. 16

三、解答题：共70分. 第17～21题是必考题，第22、23题是选考题，考生根据情况作答.

（一）必考题：每小题12分，共60分.

17. 解：(1) 由小矩形面积和等于1可得：$(0.01+0.015+a+0.03+0.01)\times 10=1$，

$a=0.035$

平均年龄

$$(20\times 0.01+30\times 0.015+40\times 0.035+50\times 0.030+60\times 0.010)\times 10=41.5$$ ····2分

(2) 第1组总人数为$200\times 0.01\times 10=20$，第2组总人数为$200\times 0.015\times 10=30$

故用分层抽样后，第1组抽取$5\times\frac{20}{50}=2$人，第2组抽取$5\times\frac{30}{50}=3$人

再从这5人中抽取3人，设至少1人的年龄在第1组中的事件为A，其概率为

$$P(A)=1-\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{9}{10}$$ ·········6分

(3) 由题意可知X服从二项分布 $X\sim B(3,\ \frac{4}{5})$

$\therefore P(X=0)=(\frac{1}{5})^3=\frac{1}{125}$，$P(X=1)=C_3^1\times\frac{4}{5}\times\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{12}{125}$，

$P(X=2)=C_3^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}=\frac{48}{125}$，$P(X=3)=(\frac{4}{5})^3=\frac{64}{125}$. ········10分

$\therefore X$的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{64}{125}$

X的数学期望$E(X)=np=\frac{12}{5}$ ········12分

18. 解：(1) 连接BD，设AE的中点为O，

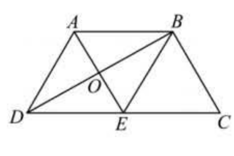
$\because AB\,//\,CE$，$AB=CE=\frac{1}{2}CD$， ······2分

$\therefore$四边形$ABCE$为平行四边形，$\therefore AE=BC=AD=DE$，

$\therefore\triangle ADE$，$\triangle ABE$为等边三角形，

$\therefore OD\perp AE$，$OB\perp AE$，折叠后$OP\perp AE$，

$OB\perp AE$，又$OP\cap OB=O$，



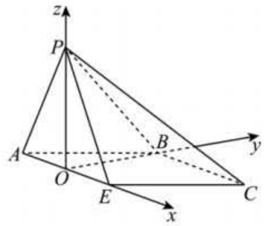
$\therefore AE\perp$平面POB，又$PB\subset$平面POB，

$\therefore AE\perp PB$ ……· 6 分

（2）若平面$PAE\perp$平面$ABCE$，即$PO\perp$平面$ABCE$，

以O为原点，OE为x轴，OB为y轴，OP为z轴，建立空间直角坐标系，

则$P\left(0,0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$E\left(\dfrac{1}{2},0,0\right)$，$C\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，



$\therefore \overrightarrow{PE}=\left(\dfrac{1}{2},0,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{EC}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，

设平面PCE的一个法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{PE}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{EC}=0\end{cases}$，

即 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}z=0\\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}y=0\end{cases}$，令$x=\sqrt{3}$得$\overrightarrow{n_1}=\left(\sqrt{3},-1,1\right)$， ……8 分

又$OB\perp$平面PAE，$\therefore \overrightarrow{OB}=\overrightarrow{n_2}=\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$为平面$PAE$的一个法向量，……· 10 分

设平面PAE与平面CPE夹角为α，则$\cos\alpha=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

由图观察知，二面角$A-PE-C$是钝角，

二面角$A-PE-C$的余弦值为$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$． ………… 12 分

19．选①作条件 因为 $a_{n+2}-a_n=2$， $a_1=1$，数列奇数项确定，但a_2未知，故数列偶数项不确定，因此数列$\{a_n\}$不确定，不能选①

选②作条件，$S_n=na_{n+1}-n(n+1)$，故$S_1=a_2-2$，则$a_2=3$

当$n\geq 2$时，$S_{n-1}=(n-1)a_n-n(n-1)$ ……·· 2 分

$a_n=S_n-S_{n-1}=na_{n+1}-(n-1)a_n-2n$，所以$a_{n+1}-a_n=2$ ……·· 4 分

又因为$a_2-a_1=2$

对任意正整数，$a_{n+1}-a_n=2$，所以$\{a_n\}$是以 1 位首项，2 为公差的等差数列，

$a_n=2n-1$ ……· 6 分

选③作条件

$a_{n+1}-a_n=2$ 所以$\{a_n\}$是以 1 位首项，2 为公差的等差数列， ……·· 3 分

又因为$a_1=1$， 所以 $a_n=2n-1$ ……· 6 分

（2）由（1）知，等差数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=2n-1$，

于是 $b_n=(-)^n\dfrac{4n}{a_na_{n+1}}=(-1)^n\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$， …… 8 分

所以 $T_{100}=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{100}$

$T_{100}=-(1+\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})-(\frac{1}{5}+\frac{1}{7})+\cdots+(\frac{1}{199}+\frac{1}{201})=-\frac{200}{201}$ ……12 分

20. 解：（1）设椭圆 E 的焦距为 $2c$，则 $c=1, e=\frac{c}{a}=\frac{1}{a}$，

由题意可得 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{\frac{1}{a^2}}{b^2}=1\\ a^2=b^2+1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a^2=2\\ b^2=1\end{cases}$

故 E 的标准方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ ……4 分

（2）平行四边形 $OABC$ 的面积为定值 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，理由如下：

由（1）可得：$a=\sqrt{2}, b=1$，则有：

当直线 l 的斜率不存在时，设 $A(x_1,y_1), C(x_1,-y_1)$，

若 $OABC$ 为平行四边形，则点 B 为长轴顶点，不妨设 $B(\sqrt{2},0)$，

可得 $\begin{cases}x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ |y_1|=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

故平行四边形 $OABC$ 的面积 $S=2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$； ……6 分

当直线 l 的斜率存在时，设 $l: y=kx+m(m\neq 0), A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$，

联立方程 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$ 消去 y 得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$ ……7 分

则 $\Delta=16k^2m^2-4(1+2k^2)(2m^2-2)=8(2k^2-m^2+1)>0, x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}, x_1x_2=\frac{2m^2-2}{1+2k^2}$

可得 $y_1+y_2=kx_1+m+kx_2+m=k(x_1+x_2)+2m=-\frac{4k^2m}{1+2k^2}+2m=\frac{2m}{1+2k^2}$

$\because \overrightarrow{OA}=(x_1,y_1), \overrightarrow{OC}=(x_2,y_2)$，

若 $OABC$ 为平行四边形，则 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=(x_1+x_2,y_1+y_2)=\left(-\frac{4km}{1+2k^2},\frac{2m}{1+2k^2}\right)$

点 $B\left(-\frac{4km}{1+2k^2},\frac{2m}{1+2k^2}\right)$ 在椭圆上，则 $\frac{\left(-\frac{4km}{1+2k^2}\right)^2}{2}+\left(\frac{2m}{1+2k^2}\right)^2=1$

整理可得 $4m^2=1+2k^2$，满足 $\Delta=8(2k^2-m^2+1)=24m^2>0$，

则 $x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}=-\frac{k}{m}, x_1x_2=\frac{m^2-1}{2m^2}$，

可得 $|AC|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{\left(-\frac{4km}{1+2k^2}\right)^2-4\times\frac{m^2-1}{2m^2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}\frac{\sqrt{1+k^2}}{|m|}$ ……10 分

点O到直线$l:kx-y+m=0$的距离$d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$ ···· 11 分

故平行四边形$OABC$的面积$S=2\times\dfrac{1}{2}\times|AC|\times d=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\dfrac{\sqrt{1+k^2}}{|m|}\times\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

综上所述：平行四边形$OABC$的面积为定值$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. ······· 12 分

21. 解：函数$f(x)=e^x+\sin x-mx$的定义域为R，$f'(x)=e^x+\cos x-m$，

因为函数$f(x)=e^x+\sin x-mx$的图象在点$(0,f(0))$处的切线与直线$y+1=0$平行，

所以$f'(0)=0$，故$e^0+\cos 0-m=2-m=0$，解得$m=2$， ······· 2 分

所以$f(x)=e^x+\sin x-2x$，所以$f'(x)=e^x-2+\cos x$.

当$x\le 0$时，$e^x\le 1$，又$\cos x\le 1$，则$e^x+\cos x\le 2$，

故$f'(x)\le 0$，所以$f(x)$在$(-\infty,0]$上单调递减. ······ 3 分

设$h(x)=f'(x)(x>0)$，则$h'(x)=e^x-\sin x$，

当$x>0$时，$e^x>1\ge\sin x$，$h'(x)>0$，$h(x)$是增函数，即$f'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

所以$f'(x)>f'(0)=0$，因此$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

所以$f(x)$的单调递增区间是$(0,+\infty)$，单调递减区间是$(-\infty,0)$. ······· 6 分

(2) 不等式$f(x)-ax^2-1\ge 0$可化为$e^x-2x+\sin x-ax^2-1\ge 0$，

设$g(x)=e^x-2x+\sin x-ax^2-1$，

由已知可得$g(x)\ge 0$在$[0,+\infty)$上恒成立，$g(0)=0$满足题意. ······· 7 分

因为$g'(x)=e^x-2+\cos x-2ax$，令$q(x)=g'(x)=e^x-2+\cos x-2ax$，

则$q'(x)=e^x-\sin x-2a$，令$s(x)=q'(x)=e^x-\sin x-2a$，

则$s'(x)=e^x-\cos x\ge 1-\cos x\ge 0$，所以$s(x)$即$q'(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数，

$q'(x)\ge q'(0)=1-2a$，当$a\le\dfrac{1}{2}$时，$q'(x)\ge q'(0)=1-2a\ge 0$， ······· 8 分

函数$q(x)$即$g'(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

所以$g'(x)\ge g'(0)=0$，$g(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

所以$g(x)\ge g(0)=0$恒成立，原不等式恒成立； ······ 9 分

当$a>\dfrac{1}{2}$时，则$q'(0)=1-2a<0$，又$q'(\ln(2a+2))=2-\sin(\ln(2a+2))>0$，

所以存在$x_0\in(0,\ln(2a+2))$，使得$q'(x_0)=0$，

$0<x<x_0$时，$q'(x)<0$，$q(x)$即$g'(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，

$x>x_0$时，$q'(x)>0$，$q(x)$即$g'(x)$在$(x_0,+\infty)$上单调递增， ······ 10 分

又$g'(0)=0$，所以$0<x<x_0$时，$g'(x)<0$，从而$g(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，

于是当$x\in(0,x_0)$时，$g(x)<g(0)=0$，不合题意.

综上，实数a的取值范围是$\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$. ······ 12 分

（二）选考题：共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．解：直线l的参数方程为$\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数），

消去t得，直线l的普通方程为$x-y+1=0$； ……2分

由$\rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta}$得，$\rho^2+\rho^2\sin^2\theta=2$，

将$\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\sin\theta=y$代入得，

曲线C的直角坐标方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$． ……5分

（2）将直线l的参数方程$\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$代入曲线$C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$， ……6分

整理得$3t^2+10\sqrt{2}t+14=0$，$\Delta=(10\sqrt{2})^2-4\times3\times14>0$， ……7分

记A,B两点对应的参数分别为t_1,t_2，则$t_1+t_2=-\dfrac{10\sqrt{2}}{3}, t_1t_2=\dfrac{14}{3}$， ……8分

故$t_1<0, t_2<0$，

故$\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{|PA|+|PB|}{|PA||PB|}=\dfrac{|t_1+t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{5\sqrt{2}}{7}$． ……10分

23．解：（1）（1）由题知$|x-1|\le2\Rightarrow-2\le x-1\le2\Leftrightarrow-1\le x\le3$， ……4分

原不等式的解集$\{x|-1\le x\le3\}$ ……5分

（2）由$g(x)=f(x+1)+f(x)=|x|+|x+1|\ge|x-(x+1)|=1$，

所以$g(x)$最小值为1，即$x+y+z=1$ ……6分

$$\frac{1}{x+y}+\frac{x+y}{z}=\frac{x+y+z}{x+y}+\frac{x+y}{z}=1+\frac{z}{x+y}+\frac{x+y}{z}$$

$\ge1+2\sqrt{\dfrac{z}{x+y}\cdot\dfrac{x+y}{z}}=3$，当且仅当$\dfrac{z}{x+y}=\dfrac{x+y}{z}$时取等号

所以$u=\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{x+y}{z}$的最小值为3，此时$x+y=z=\dfrac{1}{2}$ ……10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。