



高三数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 4\}$, 集合 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 复数 z_1, z_2 满足 $z_1 + z_2 = 2, z_1 - z_2 = 2i$, 则 $z_1 z_2 =$

- A. $2i$ B. $3i$ C. 2 D. 3

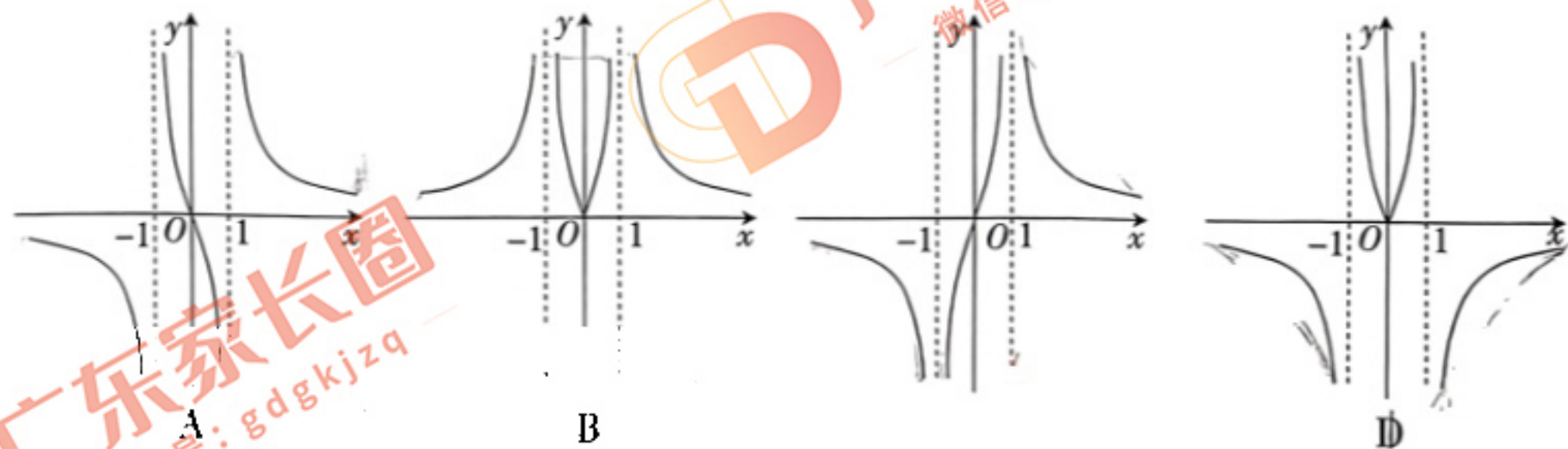
3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 一条渐近线的斜率为 $2\sqrt{2}$, 则 C 的离心率为

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

4. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 + a_3 = 3, a_2 + a_4 = 6$, 则 $a_5 - a_1 =$

- A. 24 B. 36
C. 48 D. 64

5. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{3 - 3^{|x|}}$ 的图象大致为



6. 下列函数的图象不可能与直线 $y = 2x + m, m \in \mathbf{R}$ 相切的是

- A. $f(x) = x^2 + x$
B. $f(x) = x^2 + e^x$
C. $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}$
D. $f(x) = \sqrt{x} + 2x$

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为首项,公差不为 0 的等差数列,且 a_1, a_3, a_9 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{27}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 对应的边分别是 a, b, c , 且 $b \cos C + c \cos B = 3a \cos A$.

(1) 求 $\cos A$;

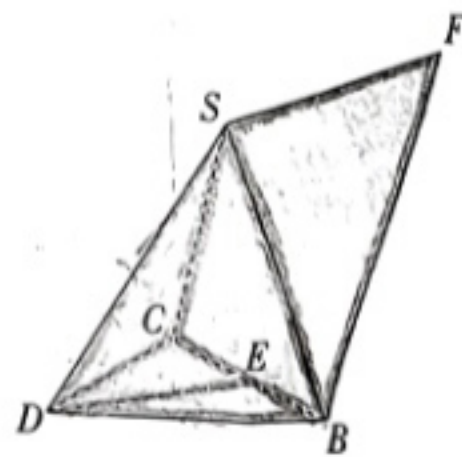
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积是 $\sqrt{2}$, $a = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (12 分)

如图,在三棱锥 $S-BCD$ 中, E 是 BC 的中点, $\triangle SCD$ 与 $\triangle SBD$ 均为正三角形.

(1) 证明: $BC \perp SD$.

(2) 若 $BE = DE$, 点 F 满足 $\overrightarrow{SF} = \overrightarrow{DE}$, 求二面角 $F-BS-D$ 的正弦值.



10. (12分)

某批发市场供应的排球中,来自甲厂的占 40%,来自乙厂的占 30%,来自丙厂的占 30%,甲厂生产的排球的合格率为 95%,乙厂生产的排球的合格率为 92%,丙厂生产的排球的合格率为 96%.

(1)若小张到该市场购买 1 个排球,求购得的排球为合格品的概率.

(2)若小李到该市场批发 2 个排球回去销售,购买的 1 个球来自甲厂,1 个球来自丙厂,已知来自甲厂的每个排球售出后可获得纯利润 10 元,没有售出则每个球将损失 5 元,且每个球被售出的概率等于排球的合格率;来自丙厂的每个排球售出后可获得纯利润 8 元,没有售出则每个球将损失 6 元,且每个球被售出的概率等于排球的合格率. 求小李到该市场批发 2 个排球进行销售获得的纯利润的数学期望.

11. (12分)

在直角坐标系 xOy 中,动点 P 到直线 $x=4$ 的距离是它到点 $M(1,0)$ 的距离的 2 倍,设动点 P 的轨迹为曲线 C .

(1)求曲线 C 的方程;

(2)直线 $l: x=my-1$ 与曲线 C 交于 A, B 两点,求 $\triangle MAB$ 面积的最大值.

12. (12分)

已知函数 $f(x)=x(\ln x+a)$.

(1)求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)证明:当 $a \geq 1$ 时, $f(x) < ae^x - 1$.