

★开封前注意保密

2022—2023 学年度高中一年级教学质量测试

数 学

本试题共 4 页，考试时间 120 分钟，总分 150 分

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的信息填写清楚、准确，将条形码准确粘贴在条形码粘贴处。
2. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。
3. 答题时请按要求用笔，保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不得使用涂改液、修正带、刮纸刀。考试结束后，请将本试题及答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

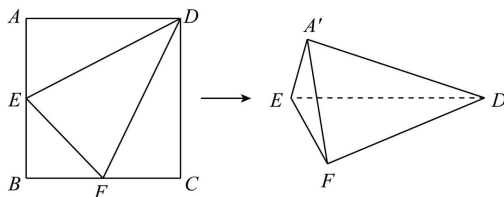
1. 若复数 $(m^2 - m) + 3i$ 是纯虚数，则实数 $m =$
A. 1 B. 0 或 1 C. 1 或 2 D. 1 或 3
2. 已知 $|a| = 2\sqrt{5}$, $b = (1, 2)$, $a \parallel b$, 则 $a =$
A. $(2, 4)$ B. $(4, 2)$
C. $(2, -4)$ D. $(2, 4)$ 或 $(-2, -4)$
3. 将函数 $y = 3\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后所得图象对应的函数为
A. $y = 3\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{7\pi}{12}\right)$ B. $y = 3\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12}\right)$
C. $y = 3\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{5\pi}{6}\right)$ D. $y = 3\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{12}\right)$
4. 已知直线 a, b, l 和平面 α , 则下列命题正确的是
A. 若 $a \parallel b, a \parallel \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$
B. 若 $a \parallel b, a \not\subset \alpha, b \not\subset \alpha, a \parallel \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$
C. 若 $l \perp a, l \perp b, a \subset \alpha, b \subset \alpha$, 则 $l \perp \alpha$
D. 若 $a \perp b, a \perp \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$
5. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$
A. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, D 为棱 A_1B_1 的中点, $AB = AA_1 = 2$, 则直线 AB_1 与直线 C_1D 所成角的余弦值为
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

高一·数学 第 1 页(共 4 页)

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $b=2a$, $b\sin A=c\sin C$, 则 $\cos C=$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 如图, 在边长为2的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 将 $\triangle AED$, $\triangle BEF$, $\triangle DCF$ 分别沿 DE, EF, DF 折起, 使得 A, B, C 三点重合于点 A' . 若三棱锥 $A'-EFD$ 的所有顶点均在球 O 的球面上, 则球 O 的体积为



- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. $\frac{3\sqrt{6}}{4}\pi$ C. $\sqrt{6}\pi$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi$

二、选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分。

9. 已知复数 $z_1=1+i$, $z_2=1-i$, 则下列说法正确的有

- A. $\overline{z_1}=z_2$
B. $|z_1|=|z_2|$
C. $\frac{z_1}{z_2}=-i$
D. 在复平面内 z_1, z_2 对应的点关于虚轴对称

10. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos \omega x$, $\omega>0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 则下列说法正确的有

- A. $\omega=2$
B. 当 $x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(x)$ 的最小值为1
C. $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上单调递增
D. 若 $f(x+\varphi)$ 为偶函数, 则正实数 φ 的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

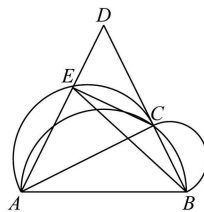
11. 下列说法正确的有

- A. 若 a, b 满足 $|a|=4$, $|b|=1$, 则 $|a-b|$ 的最大值为3
B. 向量 a 在向量 b 上的投影向量为 $\frac{a \cdot b}{|b|^2}b$
C. 若 $A(1, 0)$, $B(4, 6)$, 且 $AB=3AC$, 则 $\overrightarrow{AC}=(1, 2)$
D. 若圆 O 中, 弦 AB 的长为4, 则 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}=8$

12. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 C_1D_1, C_1C 的中点, 则
- A. 直线 BN 与直线 MB_1 是异面直线
- B. 直线 A_1M 与直线 BN 共面
- C. 直线 AM 与平面 ABC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- D. 点 D_1 到平面 A_1BM 的距离为 $\frac{2}{3}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 化简 $\cos 72^\circ \sin 78^\circ + \sin 72^\circ \sin 12^\circ =$ _____.
14. 已知圆锥的表面积为 3π , 且它的侧面展开图是一个半圆, 则这个圆锥的底面半径为 _____.
15. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=8, AD=6, AC=2\sqrt{37}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} =$ _____.
16. 如图是古希腊数学家希波克拉底研究的几何图形, 此图由三个半圆构成, 直径分别是直角三角形 ABC 的斜边 AB , 直角边 AC, BC , 点 E 在以 AC 为直径的半圆上, 延长 AE, BC 交于点 D . 若 $AB=5, \sin \angle CAB = \frac{3}{5}, \sin \angle DCE = \frac{3}{4}$, 则 $\triangle ABE$ 的面积是 _____.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知点 $O(0, 0), A(1, 1), B(-1, 0)$.

- (1) 若 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \lambda \overrightarrow{OB}$, λ 是实数, 且 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB}$, 求 λ 的值;
- (2) 求 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角的余弦值.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

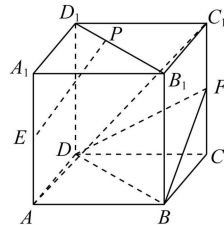
- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $f\left(\frac{A}{2}\right) = 1$, 求 $\sin B + \sin C$ 的最大值.

19. (12 分)

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F 分别为棱 AA_1, CC_1 的中点， P 是线段 B_1D_1 上的动点.

证明：(1) $AC_1 \parallel$ 平面 BDF ；

(2) $PE \parallel$ 平面 BDF .



20. (12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ，已知 $a \sin B - \sqrt{3} b \cos A = 0$.

(1) 求 A ；

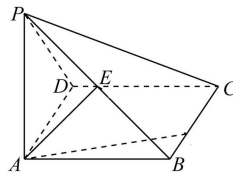
(2) 若 $a = \sqrt{7}, b = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA = AB$ ， E 为棱 PB 的中点.

证明：(1) $AE \perp$ 平面 PBC ；

(2) 平面 $PAD \perp$ 平面 PCD .

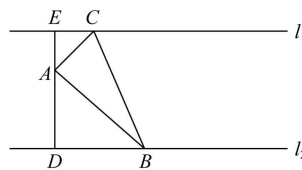


22. (12 分)

如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ， A 是 l_1, l_2 之间的一个定点，且点 A 到 l_1, l_2 的距离分别为 1, 2， B 是直线 l_2 上的一个动点，作 $AC \perp AB$ ，且使 AC 与直线 l_1 交于点 C . 设 $\angle ABD = \alpha$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $S(\alpha)$.

(1) 求 $S(\alpha)$ 的最小值；

(2) 已知 $m \in \mathbf{R}$ ， $f(\alpha) = \frac{1}{AC} + \frac{2}{AB}$ ，若对任意的 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，不等式 $mf(\alpha) + b \leq \frac{m}{S(\alpha)} + m$ 恒成立，求实数 b 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线