

毕节市 2023 届高三年级诊断性考试（二）

理科数学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、学校、班级填写在答题卡相应位置上。
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 请保持答题卡平整，不能折叠。考试结束，监考员将答题卡收回。

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知全集 $U = R$ ，集合 $A = \{x | -5 < x \leq 3\}$ ， $B = \{x | 1 < x < 4\}$ ，则 $(\complement_U A) \cup B = (\quad)$

- A. $\{x | x \leq -5 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x | x \leq -5 \text{ 或 } x > 3\}$
C. $\{x | 1 < x < 4\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 3\}$

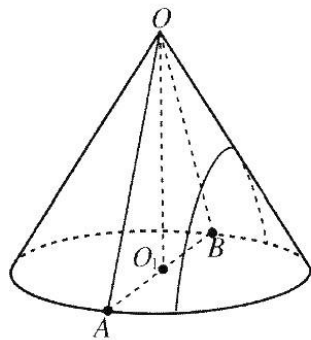
(2) 已知复数 $z = \frac{2i}{1+i^3} + 1$ ，则 $|z| = (\quad)$

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\sqrt{5}$

(3) 已知 a, b 为两条不同的直线， α, β 为两个不同的平面，则下列命题中正确的是()

- A. 若 $a \parallel b, b \parallel \alpha$ ，则 $a \parallel \alpha$
B. 若 $a \parallel b, a \perp \alpha, b \parallel \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$ ，则 $a \parallel b$
D. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$ ，则 $a \perp b$

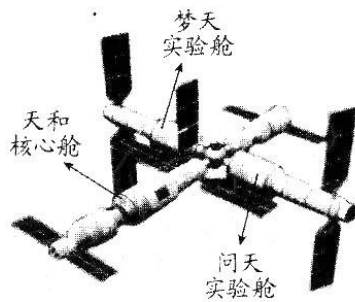
(4) 古希腊数学家阿波罗尼斯在《圆锥曲线论》中，记载了用平面截圆锥得到圆锥曲线的办法. 如图，已知圆锥的高与底面半径均为 2，过轴 OO_1 的截面为平面 OAB ，平行于平面 OAB 的平面 α 与圆锥侧面的交线为双曲线 C 的一部分. 若双曲线 C 的两条渐近线分别平行于 OA, OB ，则建立恰当的坐标系后，双曲线



C 的方程可以为 ()

- A. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$ B. $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$
C. $y^2 - x^2 = 1$ D. $\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$

(5) 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱. 安排甲、乙、丙、丁 4 名航天员到空间站开展工作，每个舱至少安排 1 人，若甲、乙两人不能在同一个舱开展工作，则不同的安排方案共有 ()



- A. 36 种
B. 18 种
C. 24 种
D. 30 种

(6) 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，所得图象的对称轴中与 y 轴距离最近的是 ()

- A. $x = -\frac{\pi}{12}$ B. $x = -\frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{\pi}{6}$ D. $x = \frac{\pi}{12}$

(7) 有诗云：“芍药承春宠，何曾羨牡丹”，芍药不仅观赏性强，且具有药用价值. 某地以芍药为主打造了一个如图的花海大世界，其中大圆半径为 8，大圆内部的同心小圆半径为 3，两圆之间的图案是对称的. 若在其中阴影部分种植红芍. 倘若你置身此花海大世界之中，则恰好处在红芍中的概率是 ()

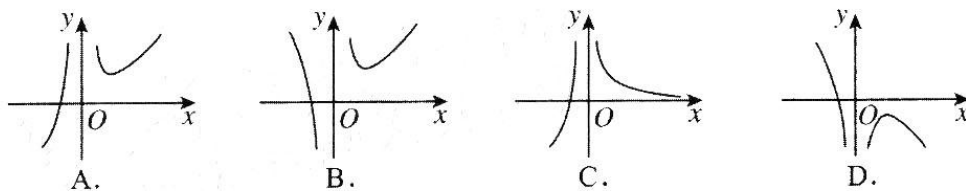
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{21}{50}$
C. $\frac{55}{128}$ D. $\frac{55}{64}$



(8) 已知 $\log_a \frac{1}{4} < 1, (\frac{1}{3})^a < 1, a^{\frac{1}{2}} < 1$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$ B. $(0, \frac{1}{4})$
C. $(\frac{1}{4}, 1)$ D. $(\frac{1}{3}, 1)$

(9) 已知函数 $f(x) = e^x - \lg|x|$, 则 $f(x)$ 的图象大致为 ()



(10) 等腰三角形 ABC 内接于半径为 2 的圆 O 中, $AB = AC = 2$, 且 M 为圆 O 上一点,

则 $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC}$ 的最大值为 ()

- A. 2 B. 5 C. 14 D. 16

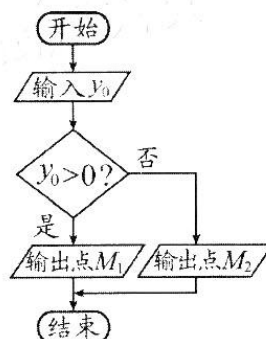
(11) 已知曲线 $C_1: x^2 + y^2 - |x| - |y| = 0$, 曲线 $C_2: |x| + |y| = 1$. 直线 $y = y_0$ 与曲线 C_1

的交点记为 M_1 , 与曲线 C_2 的交点记为 M_2 . 执行如图的程序框图, 当 y_0 取遍

$[-1, \frac{\sqrt{2}+1}{2}]$ 上所有实数时, 输出的点构成曲线 C , 则曲线

C 围成的区域面积为 ()

- A. $\frac{4+\pi}{2}$ B. $\frac{2+\pi}{2}$
C. $\frac{4+\pi}{4}$ D. $\frac{2+\pi}{4}$



(12) 已知 $m + e^m = e$, $n + 5^n = e$, 则 $n \lg m$ 与 $m \lg n$ 的大小关系是 ()

- A. $n \lg m < m \lg n$ B. $n \lg m > m \lg n$
C. $n \lg m = m \lg n$ D. 不确定

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第 13 题~第 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答;第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

(13) 已知 $\tan \theta < 0$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin 2\theta =$ _____.

(14) 已知点 P 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点,若点 P 到 y 轴和到直线 $3x - 4y + 12 = 0$ 的距离之和的最小值为 2, 则抛物线 C 的准线方程为_____.

(15) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0, \\ x^2 + 4x + 4, & x \leq 0. \end{cases}$ 若方程 $f(x) = k$ 有 3 个互不相等的实数根

$x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$, 则 $x_1 x_2 x_3$ 的取值范围为_____.

(16) 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的各个顶点都在球 O 的表面上, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是等腰梯形, $AD \parallel BC$, $AB = AD = CD = 3$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $PA = 2\sqrt{2}$, M 是线段 AB 上一点, 且 $AM = \lambda AB$. 过点 M 作球 O 的截面, 所得截面圆面积的最小值为 2π , 则 $\lambda =$ _____.

三、解答题:本大题共 7 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $\frac{S_n}{n} = n + 1 (n \in N^*)$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

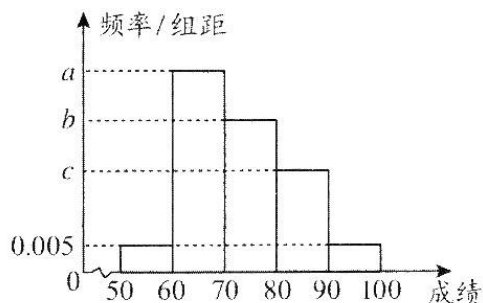
(II) 求数列 $\{a_n \cdot 2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

(18) (本题满分 12 分) 某中学组织学生进行地理知识竞赛, 随机抽取 500 名学生的成绩进行统计, 将这 500 名学生成绩分成 5 组: $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$,

$[90,100]$, 得到如图所示的频率分布直方图.

若 a, b, c 成等差数列, 且成绩在区间

$[80,90)$ 内的人数为 120.



(I) 求 a, b, c 的值;

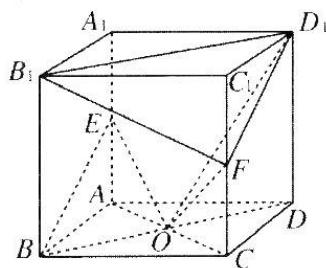
(II) 估计这 500 名学生成绩的中位数和平均数 (同一组中的数据用该组区间的中点值代替);

(III) 若用频率估计概率, 从该中学学生中抽取 5 人, 成绩在区间 $[90,100]$ 内的学生人数为 X , 求 X 的数学期望.

(19) (本题满分 12 分) 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 点 E 为 AA_1 的中点, 点 F 在 CC_1 上, 且平面 $B_1D_1F \parallel$ 平面 BEO .

(I) 求 $\frac{CF}{FC_1}$ 的值;

(II) 求二面角 $O-D_1F-B_1$ 的余弦值.



(20) (本题满分 12 分) 在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上任取一点 P , 过点 P 作 y 轴的垂线, 垂足为 D , 点 Q 满足 $\overrightarrow{DQ} = 2\overrightarrow{PQ}$. 当点 P 在圆 O 上运动时, 点 Q 的轨迹为曲线 C .

(I) 求曲线 C 的方程;

(II) 设曲线 C 与 y 轴正半轴交点为 A , 不过点 A 的直线 l 与曲线 C 交于 M, N 两点,

若 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0$, 试探究直线 l 是否过定点. 若过定点, 求出该点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

(21) (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{e^x} - \cos x$ ($x \in [-\pi, \frac{\pi}{2}]$).

(I) 求证: 函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增;

(II) 当 $x \in [-\pi, 0]$ 时, $k \sin x \geq [f(x) + \cos x]e^x - \cos x$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑.

(22) (本题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C_1 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}), \text{ 曲线 } C_2 \text{ 的参数方程为}$$

$$\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}, 0 < \alpha < \pi).$$

(I) 求曲线 C_1 的极坐标方程与曲线 C_2 的普通方程;

(II) 点 $P(2,0)$, 若曲线 C_1 与曲线 C_2 有且只有一个交点 M , 求 $|PM|$ 的值.

(23) (本题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 a, b, c 都是正数, 且 $a+b+c=1$. 证明:

(I) $abc \leq \frac{1}{27}$;

(II) $\frac{\sqrt{a}}{b+c} + \frac{\sqrt{b}}{a+c} + \frac{\sqrt{c}}{a+b} \leq \frac{1}{2\sqrt{abc}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线