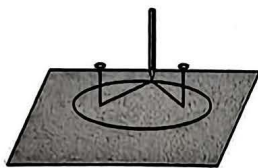


4. 一名木匠准备制作一张椭圆形的餐桌台面, 如图, 他先将一根细绳(无弹性)的两端固定在钉子上, 然后用笔撑直绳子, 转圈画出的图形就是一个椭圆. 如果图中的两个钉子之间的距离为 0.9 m, 细绳长为 1.5 m, 将绳子与钉子固定所用的绳长忽略不计, 则过该椭圆的中心的弦中, 最短弦长为

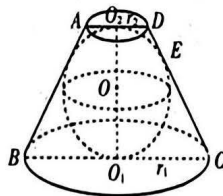


- A. 0.6 m B. 1.2 m C. 0.8 m D. 1.6 m

5. 过抛物线 $C: y^2 = 2px$ 焦点 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 过点 B 向抛物线 C 的准线作垂线, 垂足为 $D(-1, -1)$, 则 $|AB| =$

- A. $\frac{17}{4}$ B. $\frac{25}{4}$ C. 18 D. 20

6. 如图, 圆台内有一个球, 该球与圆台的侧面和底面均相切. 已知圆台的下底面圆心为 O_1 , 半径为 r_1 , 圆台的上底面圆心为 O_2 , 半径为 r_2 ($r_1 > r_2$), 球的球心为 O , 半径为 R , 记圆台的表面积为 S_1 , 球的表面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的可能的取值为



- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

7. 已知 $a = \log_9 3\sqrt{3}$, $b = \pi^{-0.25}$, $c = \sin \frac{3}{4}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $c < a < b$ B. $c < b < a$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

8. 已知函数 $f(x) = a(x^2 + x)$ 的图像与 $g(x) = \frac{b}{x} + c$ 的图像相交于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_1)$ 两点, 且 $x_1 < x_2$, 若 $ab > 0$, 则

- A. $2x_1 + x_2 = 1$ B. $x_1 + 2x_2 = 1$ C. $2x_1 + x_2 = -1$ D. $x_1 + 2x_2 = -1$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 虚数的平方一定不是

- A. 正实数 B. 零 C. 负实数 D. 虚数

10. 下列函数中, 以 2π 为最小正周期, 且在区间 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调递增的是

- A. $y = \sin 2x$ B. $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$
C. $y = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ D. $y = |\tan \frac{1}{2}x|$

11. 已知函数 $f(x) = (1 - 2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$ ($a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, 2, 3, \dots, 6$) 的定义域为 \mathbb{R} , 则

- A. $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6 = -1$ B. $a_1 + a_3 + a_5 = -364$
C. $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 6a_6 = 12$ D. $f(5)$ 被 8 整除余数为 1

18.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 A, ω, φ 均为常数, $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$). 在用五点法作出函数 $f(x)$ 在某一个周期的图像时, 列表并填入了部分数据, 如表所示:

$\omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$\frac{\pi}{12}$		$\frac{7\pi}{12}$		
$A \sin(\omega x + \varphi)$				-2	0

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并直接写出函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 已知函数 $g(x)$ 满足 $g(x) = f(\frac{\pi}{2} - x)$, 若当函数 $g(x)$ 的定义域为 $[m, n]$ ($m < n$) 时, 其值域为 $[-2, 1]$, 求 $n - m$ 的最大值与最小值.

19.(本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2 + n}{2}$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2 = a_2, b_3 = a_3 + 1$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $c_n = \begin{cases} -a_n b_{n+1}, & n \text{ 为奇数} \\ a_n b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

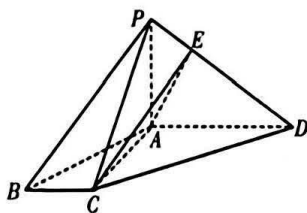
20.(本小题满分12分)

四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AB = AD = 2BC = 2, \angle ABC = 60^\circ, PA \perp CD, PD \perp AC$, 点 E 是棱 PD 上靠近点 P 的三等分点.

(I) 证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) 若平面 PAC 与平面 EAC 的夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$,

求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



21.(本小题满分12分)

设函数 $y = f(x)$ 在区间 D 上的导函数为 $f'(x)$, 且 $f'(x)$ 在 D 上存在导函数 $f''(x)$ (其中 $f''(x) = [f'(x)]'$). 定义: 若区间 D 上 $f''(x) < 0$ 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 在区间 D 上为凸函数.

已知函数 $f(x) = ax \cos x + b$ 的图像过点 $A(0, -1)$, 且在点 $B(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线斜率为 $-\pi$.

(I) 判断 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上是否为凸函数, 说明理由;

(II) 求证: 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, 函数 $f(x)$ 有两个不同的零点.

22.(本小题满分12分)

已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 $F(\sqrt{3}, 0)$, C_1 的渐近线与抛物线 $C_2: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 相交于点 $(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

(I) 求 C_1, C_2 的方程;

(II) 设 A 是 C_1 与 C_2 在第一象限的公共点, 不经过点 A 的直线 l 与 C_1 的左右两支分别交于点 M, N , 使得 $AM \perp AN$.

(i) 求证: 直线 l 过定点;

(ii) 过 A 作 $AD \perp l$, 垂足为 D . 是否存在定点 P , 使得 $|DP|$ 为定值? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.

(装 订 线 内 不 要 答 案)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

