第34届全国中学生物理竞赛预赛试卷
参考解答与评分标准

一、选择题.

本题共5小题，每小题6分. 在每小题给出的4个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得6分，选对但不全的得3分，有选错或不答的得0分.

1. [BCD]；　2. [D]；　3. [ACD]；　4. [C]；　5. [D]

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果，不需写出求得结果的过程.

6. (10分)

答案： 2.2

7. (10分)

答案： 3:2

8. (10分)

答案： $3\mu C$

9. (10分)

答案： $(20, -\frac{20}{2}\sqrt{3}, 0)$ 或 $(20, -\frac{20}{2}\sqrt{3})$

10. (10分)

答案： 不守恒

墙壁对弹簧有作用力(外力)，且在运动参考系中，该力的作用点有位移，所做的功不为零

三. 计算题.

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分. 有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位.

11. (20分)

(1)若没有火柴棍B和C，则挂重物时在过A的竖直平面内的情景如图1所示。因棉线直径 $d \neq 0$，棉线的中心轴线到O点的距离为 $\frac{d}{2}$，重物相对于支撑点O有一力矩

$$L = \frac{d}{2} Mg \quad ①$$

式中 M 为重物的质量，g 为重力加速度的大小，此力矩会使火柴棍转动直至掉下。

(2)如题图所示的结构可以稳定地悬挂起重物，当重物和火柴棍的质量趋于零（未挂重物）时，在过火柴棍 A 的竖直平面内的情景应如图 2. a 所示。由题设，火柴棍与桌沿、火柴棍与棉线以及火柴棍之间都足够粗糙（可以没有滑动），可形成一个稳定的三脚架结构。由于火柴棍 A 水平，火柴棍 B 的下端正好在 A 的中点的正下方，由几何关系知，火柴棍 A 和 B 之间的夹角为

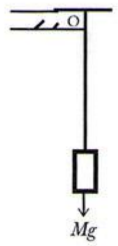


图1

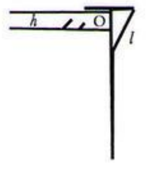


图2.a

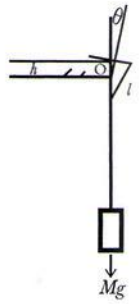


图2.b

$$\alpha = 60^\circ \tag{②}$$

（由于 $d \ll l$，此时忽略了棉线的粗细），桌面上表面边沿 O 点到火柴棍 B 的下端（即火柴棍 C 的中点）的距离为

$$L = \frac{\sqrt{3}}{2} l \tag{③}$$

又由于火柴棍 C 水平，由几何关系知，从 O 点到火柴棍 C 两端的距离均为 l.

值得指出的是，据题意，前面提及的三脚架结构在重物质量逐渐增大时是稳定的：因为根据题意，火柴棍与棉线之间是足够粗糙的，以至于跨过火柴棍 A 的棉线与它所连接的火柴棍 C 形成的正三角形能得以保持，且火柴棍 C 也继续保持水平，因而火柴棍 B 与 A 之间的夹角也能得以保持不变，从而在图 2. b 中，火柴棍 A 和 B 之间的夹角仍然为 60°。

小心地挂上重物，在过火柴棍 A 的竖直平面内的情景如图 2. b 所示。这时，火柴棍 A 受到四个力的作用：火柴棍 B 对它的头部的斜向上的推力、跨过火柴棍 A 的中部的细棉线对它的竖直向下的压力、桌面上边沿 O 点对它的正压力和静摩擦力。火柴棍 A 与桌面之间静摩擦力在一定范围内可以保证火柴棍 A 所受合力为零。同时，由于力矩 L 的作用，火柴棍 A 会绕 O 点转动，通过火柴棍 B 的带动，绕过 A 连结火柴棍 C 两端的棉线将绕桌面下表面的边沿转过一小角度，使重物向左平移；当重物向左平移的距离达到 $\frac{d}{2}$ 时，重物处于桌沿 O 的正下方，重力作用线恰好过支点 D（见图 3），因而对 D 点的力矩为零，整个系统不会转动，从而达到稳定平衡。设此时过 A 连结火柴棍 C 两端的棉线绕桌面下表面的边沿转过的角度 $\angle DW'D' = \theta$，如示意图 3 所示；图中 D 是桌面下表面边沿，

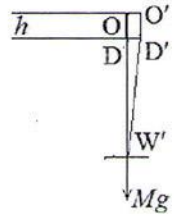


图3

且
$$OO' = DD' = \frac{d}{2},$$
$$OD = O'D' = h$$

W′是火柴棍 C 的中点，显然

$$D'W' = L - h = \frac{\sqrt{3}}{2} l - h \tag{④}$$

在直角△DW'D'中,由几何关系得

$$\sin\theta=\frac{\frac{d}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}l-h} \tag{5}$$

或

$$\theta=\arcsin\frac{d}{\sqrt{3}l-2h} \tag{6}$$

评分参考：第（1）问 5 分，①式 3 分，结论正确 2 分；第（2）问 15 分，②式 3 分，说明“三脚架结构是稳定的”给 3 分，③④式各 3 分，⑤或⑥式 3 分。

12.（20 分）

（1）该方形线框的质量

$$m=4L\pi r_0^2\rho \tag{1}$$

方形线框的重力相对于 AB 边的力矩为

$$L_g=mg\frac{L}{2}\cos\theta$$

$$=4L\pi r_0^2\rho g\frac{L}{2}\cos\theta=2L^2\pi r_0^2\rho g\cos\theta \tag{2}$$

（2）拉力 F 的力矩为

$$L_F=FL\cos\theta \tag{3}$$

对于线圈 abcd 四条边来说，ab 边为转轴，bc 和 da 边产生的安培力相互抵消，力矩之和为零，只有 cd 边产生安培力的力矩。设 cd 边受到的安培力为 F_A，有

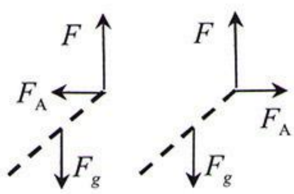
$$L_A=F_AL\sin\theta \tag{4}$$

该系统稳定，所以重力 F_g 的力矩 L_g、安培力 F_A 的力矩 L_A 和拉力 F 的力矩 L_F 平衡。有两种情况（受力图分别如图 a 和图 b 所示，图中虚线是线框 ab 边和 cd 边中点的连线）：

$$L_A=L_g-L_F \tag{5}$$

或

$$L_A=L_F-L_g \tag{6}$$



图a 图b

所以安培力 F_A 的力矩为

$$L_A=2L^2\pi r_0^2\rho g\cos\theta-FL\cos\theta \tag{7}$$

或

$$L_A=FL\cos\theta-2L^2\pi r_0^2\rho g\cos\theta \tag{8}$$

由④⑦⑧式得

$$F_A = (2L\pi r_0^2\rho g - F)\cot\theta \quad ⑨$$

或

$$F_A = (F - 2L\pi r_0^2\rho g)\cot\theta \quad ⑩$$

（3）这时通过线框的磁通量为

$$\phi(\theta) = L^2 B\cos\theta \quad ⑪$$

感应电动势为

$$\varepsilon = \frac{\triangle\phi}{\triangle t} = L^2\cos\theta\left|\frac{\triangle B}{\triangle t}\right| \quad ⑫$$

设该方形线框的电阻为 R，由电阻定律有

$$R = \frac{4L}{\sigma\pi r_0^2} \quad ⑬$$

由⑫⑬式得，该方形线框上的感应电流为

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{L}{4}\sigma\pi r_0^2\cos\theta\left|\frac{\triangle B}{\triangle t}\right| \quad ⑭$$

cd 边所受到的安培力的大小为

$$F_A = iBL = \frac{L^2}{4}\sigma\pi r_0^2 B\cos\theta\left|\frac{\triangle B}{\triangle t}\right| \quad ⑮$$

由⑨⑩⑮及 $F=0$ 式得

$$\left|\frac{\triangle B}{\triangle t}\right| = \frac{8\rho g}{BL\sigma\sin\theta} \quad ⑯$$

评分参考：第（1）问 2 分，①②式各 1 分；第（2）问 8 分，③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 1 分；第（3）问 10 分，⑪⑫各 2 分，⑬式 1 分，⑭⑮式各 2 分，⑯式 1 分。

13.（20 分）

（1）设大气压强为 p_0。初态：Ⅰ室内气体压强为 p_1；Ⅲ室内气体压强为 p_1'，气柱的长度为 l'. 末态：Ⅰ室内气体压强为 p_2；Ⅲ室内气体压强为 p_2'。由初态到末态：活塞左移距离为 d. 对初态应用气体状态方程，对Ⅰ室内气体有

$$p_1 lS = \nu RT_1 \quad ①$$

对Ⅱ室内气体有

$$p_0\left(\frac{l}{2}\times S + \frac{l}{2}\times 2S\right) = \frac{3}{2}\nu_0 RT_1 \quad ②$$

对Ⅲ室内气体有

$$p_1' l'(2S) = (2\nu)RT_1 \quad ③$$

由力学平衡条件有

$$p_1'(2S) = p_1 S + p_0(2S - S) \quad ④$$

由题给条件和①②③④式得

$$l' = \frac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_0} l = \frac{2\nu}{\nu + \nu_0} l \qquad ⑤$$

（2）对末态应用气体状态方程，对Ⅰ室内气体有

$$p_2 (l - d) S = \nu R T_2 = \nu R\, 2T_1 \qquad ⑥$$

对Ⅲ室内气体有

$$p_2'(l' + d)(2S) = (2\nu) R T_2' \qquad ⑦$$

由力学平衡条件有

$$p_2'(2S) = p_2 S + p_0 (2S - S) \qquad ⑧$$

联立②⑤⑥⑦⑧式和题给条件得

$$T_2' = \frac{2\nu l + (\nu + \nu_0) d}{(l - d)(\nu + \nu_0)} \left(1 + \frac{\nu_0}{2\nu} \frac{l - d}{l}\right) T_1 \qquad ⑨$$

（3）大气对密闭气体系统做的功为

$$W = p_0 (2S - S)(-d) = -p_0 S d = -\frac{d}{l} \nu_0 R T_1 \qquad ⑩$$

已利用②式。系统密闭气体内能增加量为

$$\triangle U = \nu C (T_2 - T_1) + (2\nu) C (T_2' - T_1) = \nu C (2T_2' - T_1) \qquad ⑪$$

由⑨⑪式得

$$\triangle U = \frac{2\nu l + (\nu + \nu_0) d}{(l - d)(\nu + \nu_0)} \left(2\nu + \frac{l - d}{l} \nu_0\right) C T_1 - \nu C T_1$$

$$= \left[\frac{2\nu l + (\nu + \nu_0) d}{(l - d)(\nu + \nu_0)} \left(2 + \frac{l - d}{l} \frac{\nu_0}{\nu}\right) - 1\right] \nu C T_1 \qquad ⑫$$

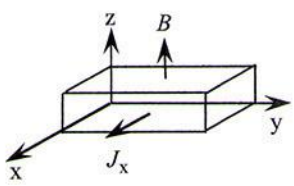
密闭气体系统吸收的热量为

$$Q = \triangle U - W = \left[\frac{2\nu l + (\nu + \nu_0) d}{(l - d)(\nu + \nu_0)} \left(2 + \frac{l - d}{l} \frac{\nu_0}{\nu}\right) - 1\right] \nu C T_1 + \frac{d}{l} \nu_0 R T_1 \qquad ⑬$$

评分参考：第（1）问 9 分，①②③④式各 2 分，⑤式 1 分；第（2）问 4 分，⑥⑦⑧⑨式各 1 分；第（3）问 7 分，⑩⑪各 2 分，⑫式 1 分，⑬式 2 分。

14.（20 分）解：

为确定起见，取坐标系如图所示，磁场沿 z 方向，通电电流密度 J_x 沿 x 方向。设半导体材料中的载流子空穴和电子沿 x 方向的平均速率分别为 $(v_p)_x$ 和 $(v_n)_x$，沿 x 方向的电流密度为



$$J_x = ep\,(v_p)_x + (-e)\,n\,(-v_n)_x \qquad ①$$

式中

$$(v_p)_x = \mu_p E_x \quad ②$$

$$(-v_n)_x = -\mu_n E_x \quad ③$$

如果沿 x 方向的电流中只有一种载流子，则当作用于载流子的洛仑兹力与霍尔电场的作用力平衡时，霍尔电场达到稳定，如金属导体。在半导体中，存在两种载流子，两种载流子受到的外磁场的洛仑兹力方向相同，受到的霍尔电场力方向相反，两种载流子受到的洛仑兹力不可能同时与霍尔电场力平衡，所以在半导体样品内存在载流子的横向流动，当任何时刻流向样品同一侧面的空穴数与电子数相等时，霍尔电场便达到稳定。设两种载流子的横向平均速率分别为$(v_p)_y$和$(v_n)_y$则横向电流密度为

$$J_y = ep(-v_p)_y + (-e)n(-v_n)_y \quad ④$$

这时，空穴在横向受到的作用力的大小为

$$F_{py} = e[E_y - (v_p)_x B_z] \quad ⑤$$

电子在横向受到的作用力的大小为

$$F_{ny} = (-e)[E_y - (-v_n)_x B_z] \quad ⑥$$

故两种载流子的横向平均速度为

$$(-v_p)_y = \mu_p [E_y - (v_p)_x B_z] \quad ⑦$$

$$(-v_n)_y = -\mu_n [E_y + (v_n)_x B_z] \quad ⑧$$

霍尔电场达到稳定时有

$$J_y = 0 \quad ⑨$$

由④⑦⑧⑨及②③各式得

$$E_y = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)} E_x B_z \quad ⑩$$

根据霍尔系数的定义以及①②③⑩式得

$$R_H = \frac{1}{e}\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \quad ⑪$$

评分参考：①式 2 分，②③式各 1 分，④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪式各 2 分。

15.（20 分）

解：

(1) 为普遍起见，设两个物体质量分别为 m_1 和 m_2，初速度分别为 v_1 和 0，发生完全非弹性碰撞后共同速度为 v，则碰前的动能

$$E = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad ①$$

由于细绳拉紧前后时间间隔极短，可以忽略摩擦阻力，故前后动量守恒，有

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v \quad ②$$

碰后的动能之和（即系统剩余动能）为

$$E' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \tag{③}$$

由①②③式得

$$E' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}E \tag{④}$$

损失的动能为

$$\triangle E = E - E' = \frac{m_2}{m_1 + m_2}E$$

设第 1 个滑扣以速度 v_{10}开始运动

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_{10}^2 \tag{⑤}$$

在第 1 个滑扣滑动距离 L、第 1 与第 2 个滑扣之间的细绳刚拉紧前的瞬间，系统剩余动能为

$$E_{1f} = E_0 - \mu mgL \tag{⑥}$$

在第 1 个滑扣与第 2 个滑扣之间的细绳刚拉紧后的瞬间，系统剩余动能为（根据④式）

$$E_{20} = \frac{1}{1+1}E_{1f} = \frac{1}{2}E_{1f} \tag{⑦}$$

在第 1、2 个滑扣共同滑动距离 L、第 2 与第 3 个滑扣之间的细绳刚拉紧前的瞬间，系统剩余动能为

$$\begin{aligned} E_{2f} &= E_{20} - 2\mu mgL \\ &= \frac{1}{2}(E_0 - \mu mgL) - 2\mu mgL \\ &= \frac{1}{2}E_0 - \frac{1}{2}(1^2 + 2^2)\mu mgL \end{aligned} \tag{⑧}$$

在第 2 与第 3 个滑扣之间的细绳刚拉紧后的瞬间，系统剩余动能为（根据④式）

$$E_{30} = \frac{2}{2+1}E_{2f} = \frac{2}{3}E_{2f} \tag{⑨}$$

在第 1、2、3 个滑扣共同滑动距离 L、第 3 与第 4 个滑扣之间的细绳刚拉紧前的瞬间，系统剩余动能为

$$\begin{aligned} E_{3f} &= E_{30} - 3\mu mgL \\ &= \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}E_0 - \frac{1}{2}(1^2 + 2^2)\mu mgL\right] - 3\mu mgL \\ &= \frac{1}{3}E_0 - \frac{1}{3}(1^2 + 2^2 + 3^2)\mu mgL \end{aligned} \tag{⑩}$$

依次类推，在第 k 个与第 $k+1$ 个滑扣之间的细绳刚拉紧前的瞬间，系统剩余动能为

$$E_{kf}=\frac{1}{k}E_0-\frac{1}{k}(1^2+2^2+\cdots+k^2)\mu mgL$$

$$=\frac{1}{k}E_0-\frac{1}{k}\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}\mu mgL$$

$$=\frac{1}{k}E_0-\frac{(k+1)(2k+1)}{6}\mu mgL,\quad 1\leq k\leq n-2$$

于是，在第（$n-2$）个与第（$n-1$）个滑扣之间的细绳刚拉紧前的瞬间，系统剩余动能为

$$E_{(n-2)f}=\frac{1}{n-2}E_0-\frac{(n-1)(2n-3)}{6}\mu mgL \tag{11}$$

在第（$n-2$）与第（$n-1$）个滑扣之间的细绳刚拉紧后的瞬间，系统剩余动能为

$$E_{(n-1)0}=\frac{n-2}{n-1}E_{(n-2)f}=\frac{1}{n-1}E_0-\frac{(n-2)(2n-3)}{6}\mu mgL \tag{12}$$

由⑪ ⑫ 式可知，若

$$\frac{(n-1)(n-2)(2n-3)}{6}\mu mgL<E_0<\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}\mu mgL \tag{13}$$

则从第1个滑扣开始的（$n-1$）个滑扣都依次拉紧，且可继续滑行距离 l（$0<l<L$）后静止。因而有

$$E_{(n-1)0}=\frac{1}{n-1}E_0-\frac{(n-2)(2n-3)}{6}\mu mgL=(n-1)\mu mgl \tag{14}$$

由⑤⑭式得

$$v_{10}=\sqrt{\left[\frac{(n-2)(2n-3)}{3}L+2(n-1)l\right](n-1)\mu g} \tag{15}$$

（2）整个过程中克服摩擦力所做的功为

$$W=\mu mgL+\mu(2m)gL+\mu(3m)gL+\cdots+\mu[(n-2)m]gL+\mu[(n-1)m]gl$$

$$=\mu mgL[1+2+3+\cdots+(n-2)]+\mu(n-1)mgl$$

$$=\left[\frac{(n-2)}{2}L+l\right](n-1)\mu mg \tag{16}$$

（3）在整个过程中仅仅由于细线拉紧引起的总能量损失为

$$\triangle E=\frac{1}{2}mv_{10}^2-W$$

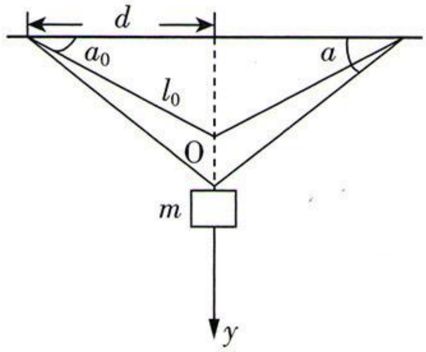
$$=\frac{1}{2}\left[\frac{(n-2)(2n-3)}{3}L+2(n-1)l\right](n-1)\mu mg-\left[\frac{(n-2)}{2}L+l\right](n-1)\mu mg$$

$$=\left[\frac{(n-2)(2n-3)}{6}L+(n-1)l\right](n-1)\mu mg-\left[\frac{(n-2)}{2}L+l\right](n-1)\mu mg$$

$$=\left[\frac{(n-2)(n-3)}{3}L+(n-2)l\right](n-1)\mu mg \tag{17}$$

评分参考：第（1）问 16 分，①②式各 2 分，③④⑥⑧⑩⑪式各 1 分，⑫⑭⑮式各 2 分；第（2）问 2 分，⑯式 2 分；第（3）问 2 分，⑰式 2 分。

16.（20 分）



（1）取小物块的平衡位置为原点 O，y 轴的方向竖直向下，如图所示。由牛顿第二定律可知：

$$ma = mg - 2k(l - L)\sin\alpha \quad ①$$

式中 a 为物块的加速度，L 为弹性绳的原长，l 和 α 分别为物块离开平衡位置的位移为 y 时弹性绳的长度和弹性绳与水平面的夹角。由几何关系有

$$l = \sqrt{d^2 + (l_0\sin\alpha_0 + y)^2} \quad ②$$

$$\sin\alpha = \frac{l_0\sin\alpha_0 + y}{l} \quad ③$$

式中 $d = l_0\cos\alpha_0$。由于 y 很小，y^2 可略去，利用近似计算公式当 $x \ll 1$ 时，$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$，注意到 $l_0 = \sqrt{d^2 + (l_0\sin\alpha_0)^2}$，②式可简化为

$$l = l_0 + y\sin\alpha_0 \quad ④$$

将④式代入③式，利用近似计算公式当 $x \ll 1$ 时，$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$，并忽略 y^2 项，③式可简化为

$$l_0\sin\alpha = l_0\sin\alpha_0 + y\cos^2\alpha_0 \quad ⑤$$

当小物块处在平衡位置时有

$$mg = 2k(l_0 - L)\sin\alpha_0 \quad ⑥$$

即

$$L = l_0 - \frac{mg}{2k\sin\alpha_0} \quad ⑦$$

将⑤⑥⑦式代入①式，略去 y^2 项，可将①式化成

$$ma = -\left(2k\sin^2\alpha_0 + \frac{mg}{l_0}\frac{\cos^2\alpha_0}{\sin\alpha_0}\right)y \quad ⑧$$

上式右端括号中的量是大于零的常量，⑧式可表示为

$$ma = -m\omega^2 y \quad ⑨$$

式中

$$\omega^2 = \frac{2k}{m}\sin^2\alpha_0 + \frac{g}{l_0}\frac{\cos^2\alpha_0}{\sin\alpha_0} \quad ⑩$$

⑨式是简谐振动的动力学方程。因此，当 y 很小时，小物块做简谐振动。

（2）小物块做简写振动的周期为：

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m}\sin^2\alpha_0+\frac{g}{l_0}\,\frac{\cos^2\alpha_0}{\sin\alpha_0}}} \qquad ⑪$$

将题给数据代入⑪ 式得

$$T=1.8\mathrm{s} \qquad ⑫$$

（3）因将小物块拉开距离 $y_0=0.010\mathrm{m}$ 时从静止松手，故小物块做简谐振动的振幅为

$$A=0.010\mathrm{m} \qquad ⑬$$

初始时，小物块速度为零，小物块位于最大振幅处，其初相位为

$$\varphi_0=0 \qquad ⑭$$

圆频率为

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T}=3.5\mathrm{rad/s} \qquad ⑮$$

故在国际单位制中，小物块做简谐振动的方程为

$$y=0.010\times\cos(3.5\times t) \qquad ⑯$$

评分参考：第（1）问 13 分，①式 2 分，②③④⑤式各 1 分，⑥式 2 分，⑦式 1 分，⑧式 2 分，⑨⑩式各 1 分；第（2）问 2 分，⑪⑫式各 1 分；第（3）问 5 分，⑬⑭⑮式各 1 分，⑯式 2 分。