# 焦作市普通高中2021—2022学年高三年级第二次模拟考试

# 文科数学

**考生注意：**

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合$A=\{x|-8<x<2\}$，$B=\{x|x\leqslant -1\}$，则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $\{x|x<-1\}$　　B. $\{x|-1<x<2\}$　　C. $\{x|x>-8\}$　　D. $\{x|2<x\leqslant 8\}$

2. 复数$z=\frac{-i}{2+i}-i^5$在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知$\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\sqrt{3}$，则$x$的值可以是

A. 0　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

4. 函数$f(x)=(2e^x-x)\cdot\cos x$的图象在$x=0$处的切线方程为

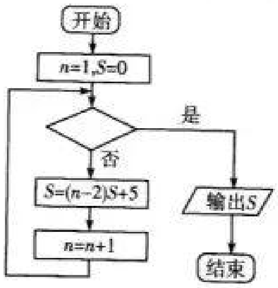
A. $x-2y+1=0$　　B. $x-y+2=0$

C. $x+2=0$　　D. $2x-y+1=0$

5. 已知圆柱的轴截面是面积为100的正方形，则该圆柱的侧面积为

A. $50\pi$　　B. 200　　C. $100\pi$　　D. $150\pi$

6. 如图是一算法的程序框图，若输出结果为$S=80$，则在判断框中可以填入的条件是




A. $n\leqslant 5$　　B. $n\leqslant 6$　　C. $n\geqslant 5$　　D. $n\geqslant 6$

7. 已知 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}2x-3y+6\geqslant 0,\\ 2x+y+2\geqslant 0,\\ 4x-y-8\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $3x-2y$ 的最大值为

A. 1　　　　B. 4　　　　C. 7　　　　D. 11

8. 已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{2\,022}\right)^{x}-2\,021x$, $a=\log_{\frac{1}{3}}9$, $b=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$, $c=2^{\frac{1}{8}}$, 则

A. $f(a)<f(b)<f(c)$　　　　B. $f(c)<f(a)<f(b)$

C. $f(b)<f(a)<f(c)$　　　　D. $f(a)<f(c)<f(b)$

9. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，则其两条渐近线所成的锐角的余弦值为

A. $\frac{3}{5}$　　　　B. $\frac{4}{5}$　　　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　D. $\frac{3}{4}$

10. 设 $m,n,l$ 是三条不同的直线，$\alpha,\beta$ 是两个不同的平面，则下列命题正确的是

A. 若 $m\subset\alpha,n/\!/\beta,\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$

B. 若 $m/\!/\alpha,\alpha\cap\beta=n$，则 $m/\!/n$

C. 若 $\alpha\cap\beta=l,\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,m\perp l,m/\!/n$，则 $n\perp\beta$

D. 若 $m\perp n,m\perp\alpha,n/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

11. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，若方程 $|f(x)|=1$ 在区间 $(0,2\pi)$ 上恰有 5 个实根，则 $\omega$ 的取值范围是

A. $\left(\frac{7}{6},\frac{5}{3}\right]$　　　　B. $\left(\frac{5}{3},\frac{13}{6}\right]$

C. $\left(1,\frac{4}{3}\right]$　　　　D. $\left(\frac{4}{3},\frac{3}{2}\right]$

12. 已知 $\exists x\in[1,+\infty)$ 使得不等式 $2e^x\leqslant x^2+2x+6a$ 成立，则实数 $a$ 的取值范围为

A. $\left[\frac{e}{3}-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　　　B. $\left[\frac{e}{3},e\right)$

C. $\left(-\infty,\frac{e}{3}-\frac{1}{2}\right]$　　　　D. $\left[\frac{e^3}{3}-\frac{7}{2},+\infty\right)$

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,x-2)$, $\boldsymbol{b}=(2x,1)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{b}|=$ ________.

14. 一组数据 1, $a$, 4, 5, 8 的平均数是 4，则这组数据的方差为________.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，$a,b,c$ 分别是角 $A,B,C$ 的对边，且 $2\sin A\sin C=1+2\cos A\cos C$, $a+c=3\sin B$，则 $b$ 的最小值为________.

16. 过抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 $F$ 作直线 $l$ 与 $C$ 交于 $A,B$ 两点，$EF\perp AB$，$EF$ 与曲线 $C$ 的准线交于 $E$ 点，若点 $E$ 的纵坐标为 $\frac{p}{2}$, $|AB|=\frac{5}{2}$，则 $p=$ ________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_2=1$，且 $a_n-a_{n+1}=\dfrac{a_{n+1}}{n}(n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

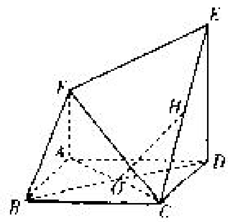
（Ⅱ）设数列$\{a_na_{n+2}\}$的前 $n$ 项和为 $T_n$，证明：$T_n<3$.

18.（12 分）

在如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$DE\perp$平面 $ABCD$，$AF/\!/DE$，$AD=DE=2AB=2AF=2$，$O$ 为 $AC$ 与 $BD$ 的交点，点 $H$ 为棱 $CE$ 的中点.

（Ⅰ）求证：$OH/\!/$平面 $ADEF$；

（Ⅱ）求该几何体的体积.




19.（12 分）

小李准备在某商场租一间商铺开服装店，为了解市场行情，在该商场调查了 20 家服装店，统计得到了它们的面积 $x$（单位：$\mathrm{m}^2$）和日均客流量 $y$（单位：百人）的数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,20)$，并计算得 $\sum\limits_{i=1}^{20}x_i=2\,400$，$\sum\limits_{i=1}^{20}y_i=210$，$\sum\limits_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})^2=42\,000$，$\sum\limits_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=6\,300$.

（Ⅰ）求 $y$ 关于 $x$ 的回归直线方程；

（Ⅱ）已知服装店每天的经济效益 $W=k\sqrt{y}+mx(k>0,m>0)$，该商场现有 80 $\mathrm{m}^2$ 和100 $\mathrm{m}^2$ 两种商铺可以出租，根据（Ⅰ）的结果进行预测，要使单位面积的经济效益 $Z$ 更高，小李应该租哪种商铺？

附：回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

20. (12分)

已知椭圆 $C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{1}{2}$，左、右顶点分别为曲线 $y=2x^2-6$ 与 $x$ 轴的交点.

(Ⅰ)求椭圆 $C$ 的方程;

(Ⅱ)过 $C$ 的下焦点作一条斜率为 $k$ 的直线 $l$，$l$ 与椭圆 $C$ 相交于点 $A$ 与 $B$，$O$ 为坐标原点，求△$OAB$ 面积的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的极值;

(Ⅱ)若函数 $g(x)=f(x)-k(x-\ln x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上没有极值，求实数 $k$ 的取值范围.

(二)选考题:共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=1-2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$ ($\alpha$ 为参数)，以原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 $l$ 的极坐标方程为 $\rho=\frac{2}{\sin\theta+\cos\theta}$.

(Ⅰ)求 $C$ 的普通方程和 $l$ 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若 $l$ 与 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，$P(5,-3)$，求 $|PA|\cdot|PB|$ 的值.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x-3|-|x+2|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)<2x-2$ 的解集;

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 的最大值为 $t$，正实数 $a$，$b$，$c$ 满足 $a+b+c=\frac{1}{5}t$，求证:$\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+2c}\geqslant 2$.

# 焦作市普通高中 2021—2022 学年高三年级第二次模拟考试

## 文科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. 答案　B

命题意图　本题考查集合的表示与运算.

解析　由题意可知$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x>-1\}$,所以$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|-1<x<2\}$.

2. 答案　C

命题意图　本题考查复数的基本运算和几何意义.

解析　因为$z=\frac{-i}{2+i}-i^5=\frac{-i(2-i)}{(2+i)(2-i)}-i=\frac{-1-2i}{5}-i=-\frac{1}{5}-\frac{7}{5}i$,所以 $z$ 在复平面内对应的点为$\left(-\frac{1}{5},-\frac{7}{5}\right)$,位于第三象限.

3. 答案　C

命题意图　本题考查和角的正弦公式以及三角函数求值.

解析　因为$\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$,所以$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,验证选项可知 $x$ 的值可以为$\frac{\pi}{4}$.

4. 答案　B

命题意图　本题考查导数的几何意义.

解析　由题意得$f'(x)=(2e^x-1)\cdot\cos x-(2e^x-x)\cdot\sin x$,所以$f'(0)=(2e^0-1)\cdot\cos 0-(2e^0-0)\cdot\sin 0=1$,$f(0)=(2e^0-0)\cdot\cos 0=2$,所以$f(x)$在$x=0$处的切线方程为$y-2=x-0$,即$x-y+2=0$.

5. 答案　C

命题意图　本题考查圆柱的侧面积计算.

解析　圆柱的轴截面边长为 10,所以圆柱的底面半径为 5,高为 10,所以侧面积为$2\pi\times5\times10=100\pi$.

6. 答案　D

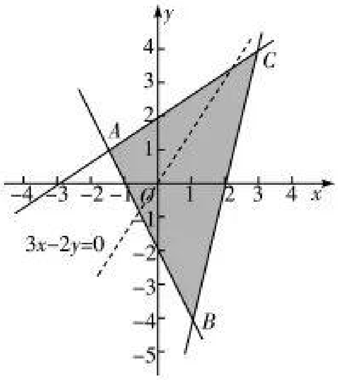
命题意图　本题考查程序框图的基本结构.

解析　因为$n=1,S=0$,第一次循环,得到$S=(1-2)\times0+5=5,n=1+1=2$;第二次循环,得到$S=(2-2)\times5+5=5,n=2+1=3$;第三次循环,得到$S=(3-2)\times5+5=10,n=3+1=4$;第四次循环,得到$S=(4-2)\times10+5=25,n=4+1=5$;第五次循环,得到$S=(5-2)\times25+5=80,n=5+1=6$. 当$n=1,2,3,4,5$时,判断框的判断结果为“否”,当$n=6$时,判断框的判断结果为“是”,所以在判断框中可以填入的条件是$n\geqslant6$.

7. 答案　D

命题意图　本题考查简单的线性规划问题.

解析　不等式组$\begin{cases}2x-3y+6\geqslant0,\\2x+y+2\geqslant0,\\4x-y-8\leqslant0\end{cases}$表示的平面区域如图中阴影部分所示,联立方程组$\begin{cases}2x+y+2=0,\\4x-y-8=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=-4,\end{cases}$即$B(1,-4)$,平移直线$3x-2y=0$至经过点 $B$ 时目标函数$u=3x-2y$取得最大值,即$u_{\max}=3\times1-2\times(-4)=11$.




8. **答案** B

**命题意图** 本题考查函数的单调性、指数函数和对数函数的性质.

**解析** 因为 $a=\log_{\frac{1}{3}}9=-\log_3 3^2=-2$，$b=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}=-3^3=-27$，$c=2^{\frac{1}{8}}\in(1,2)$，所以 $b<a<c$. 因为 $f(x)=\left(\frac{1}{2\ 022}\right)^x-2\ 021x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数，所以 $f(c)<f(a)<f(b)$.

9. **答案** A

**命题意图** 本题考查双曲线的性质.

**解析** 因为 $C$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，所以它的渐近线方程为 $y=\pm 2x$，即渐近线的斜率分别为 $\pm 2$，则可取两条渐近线上的向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，渐近线所成的锐角即这两个向量的夹角，$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{3}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3}{5}$.

10. **答案** C

**命题意图** 本题考查直线、平面位置关系的推理.

**解析** 对于A，$m$ 与 $n$ 的关系可能是平行、相交或异面，故A错误；对于B，$m,n$ 的关系可能是平行或异面，故B错误；对于C，若 $\alpha\cap\beta=l$，$\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，$m\perp l$，则 $m\perp\beta$，因为 $m\parallel n$，所以 $n\perp\beta$，故C正确；对于D，因为 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\parallel\beta$，所以 $\alpha$ 与 $\beta$ 相交或平行，故D错误.

11. **答案** D

**命题意图** 本题考查三角函数的性质.

**解析** 由 $|f(x)|=\left|2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)\right|=1$ 可得 $\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)=\pm\frac{1}{2}$，所以 $\omega x+\frac{\pi}{6}=k\pi\pm\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$，又当 $x\in(0,2\pi)$ 时，$\omega x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},2\omega\pi+\frac{\pi}{6}\right)$，所以 $\omega x+\frac{\pi}{6}$ 的可能取值为 $\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6},\frac{13\pi}{6},\frac{17\pi}{6},\frac{19\pi}{6},\cdots$，因为原方程在区间 $(0,2\pi)$ 上恰有5个实根，所以 $\frac{17\pi}{6}<2\omega\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{19\pi}{6}$，解得 $\frac{4}{3}<\omega\leqslant\frac{3}{2}$.

12. **答案** A

**命题意图** 本题考查利用导数研究函数性质.

**解析** 条件等价于 $\exists x\in[1,+\infty)$ 使得不等式 $a\geqslant\frac{1}{3}\left(e^x-\frac{1}{2}x^2-x\right)$ 成立，令 $g(x)=\frac{1}{3}\left(e^x-\frac{1}{2}x^2-x\right)$，则 $a\geqslant[g(x)]_{\min}$. 而 $g'(x)=\frac{1}{3}(e^x-x-1)$，当 $x>0$ 时，可知 $e^x>x+1$ 成立，所以 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，因为 $g(1)=\frac{e}{3}-\frac{1}{2}$，所以 $a\geqslant\frac{e}{3}-\frac{1}{2}$，故实数 $a$ 的取值范围为 $\left[\frac{e}{3}-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. **答案** $\sqrt{17}$

**命题意图** 本题考查平面向量的坐标运算.

**解析** 依题意 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2x+x-2=0$，解得 $x=-2$，所以 $\boldsymbol{b}=(-4,1)$，所以 $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$.

14. **答案** 6

**命题意图** 本题考查平均数与方差的计算.

**解析** 由 $\frac{1}{5}(1+a+4+5+8)=4$，可得 $a=2$，所以方差 $s^2=\frac{1}{5}(3^2+2^2+0^2+1^2+4^2)=6$.

15. **答案** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

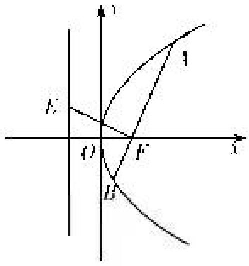
**命题意图** 本题考查正弦定理与余弦定理的应用.

**解析** 因为 $2\sin A\sin C=1+2\cos A\cos C$，整理可得 $\cos(A+C)=-\frac{1}{2}$，因为 $A+B+C=\pi$，所以 $\cos B=\frac{1}{2}$，又因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$. 由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$，又因为 $a+c=3\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $b^2=\frac{27}{4}-3ac\geqslant\frac{27}{4}-3\left(\frac{a+c}{2}\right)^2=\frac{27}{4}-\frac{81}{16}=\frac{27}{16}$，所以 $b$ 的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$，当且仅当 $a=c=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 时等号成立.

16. **答案** 1

**命题意图** 本题考查抛物线的性质.

**解析** 依题意 $E\left(-\frac{p}{2},\frac{p}{2}\right)$，$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，所以直线 $EF$ 的斜率为 $\frac{-\frac{p}{2}}{p}=-\frac{1}{2}$. 因为 $EF\perp AB$，所以 $k_{AB}=2$，所以直线 $AB$ 的方程为 $y-0=2\left(x-\frac{p}{2}\right)$，即 $y=2x-p$，联立 $\begin{cases}y=2x-p,\\ y^2=2px,\end{cases}$ 消 $y$ 得 $4x^2-6px+p^2=0$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{3}{2}p$，所以 $|AB|=x_1+x_2+p=\frac{5p}{2}$，所以 $p=1$.




三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查数列的通项公式与求和.

**解析** （Ⅰ）由 $a_n-a_{n+1}=\frac{a_{n+1}}{n}$ 得 $a_n=\frac{(n+1)a_{n+1}}{n}$，所以 $na_n=(n+1)a_{n+1}$，……（2 分）

所以数列 $\{na_n\}$ 是常数列，所以 $na_n=2a_2=2$，……（4 分）

所以 $a_n=\frac{2}{n}$. ……（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $a_na_{n+2}=\frac{4}{n(n+2)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$，……（7 分）

所以 $T_n=2\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

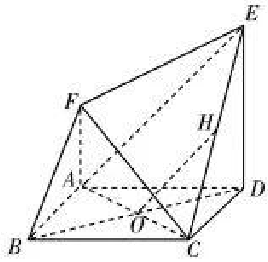
$=2\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

$=3-\frac{2}{n+1}-\frac{2}{n+2}$. ……（10 分）

因为 $n\in\mathbf{N}^*$，所以 $T_n<3$. ……

18. **命题意图** 本题考查线面平行的证明以及几何体体积的计算.

**解析** （Ⅰ）如图，连接 $AE$，因为四边形 $ABCD$ 是矩形，$AC\cap BD=O$，




所以 $O$ 是 $AC$ 的中点. ………………………………………………………………………………（2 分）

因为 $H$ 是 $CE$ 的中点，所以 $OH/\!/AE$. …………………………………………………………（3 分）

因为 $AE\subset$ 平面 $ADEF$，$OH\not\subset$ 平面 $ADEF$，

所以 $OH/\!/$平面 $ADEF$. ………………………………………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $CD\perp AD$，

因为 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $CD\perp DE$，

因为 $AD\cap DE=D$，所以 $CD\perp$ 平面 $ADEF$.

由 $AF/\!/DE$，可知 $AF\perp$ 平面 $ABCD$.

因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=\frac{1}{2}\times1\times2=1$，$AF=1$，

所以 $V_{三棱锥F-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot AF=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$. ………………………………………………（8 分）

在四棱锥 $C-ADEF$ 中，

$S_{梯形ADEF}=\frac{1}{2}(AF+DE)\times AD=\frac{1}{2}\times(1+2)\times2=3$，$CD=AB=1$，

所以 $V_{四棱锥C-ADEF}=\frac{1}{3}S_{梯形ADEF}\cdot CD=\frac{1}{3}\times3\times1=1$. ………………………………………………（10 分）

所以该几何体的体积 $V=V_{三棱锥F-ABC}+V_{四棱锥C-ADEF}=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$. ………………………………（12 分）

19. **命题意图** 本题考查线性回归分析的应用.

**解析** （Ⅰ）由已知可得 $\bar{x}=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}x_i=120$，$\bar{y}=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}y_i=10.5$，……………………………………（2 分）

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{6\ 300}{42\ 000}=0.15,$$ ……………………………………………………………………（4 分）

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=10.5-0.15\times120=-7.5$，………………………………………………………………（5 分）

所以回归直线方程为 $\hat{y}=0.15x-7.5$. ………………………………………………………………（6 分）

（Ⅱ）根据题意得 $Z=\frac{W}{x}=\frac{k\sqrt{0.15x-7.5}}{x}+m$，……………………………………………………（7 分）

若租 80 $m^2$ 的商铺，$Z_1=\frac{k\sqrt{0.15\times80-7.5}}{80}+m=\frac{k\sqrt{4.5}}{80}+m$，………………………………（8 分）

若租 100 $m^2$ 的商铺，$Z_2=\frac{k\sqrt{0.15\times100-7.5}}{100}+m=\frac{k\sqrt{7.5}}{100}+m$. ……………………………（9 分）

因为 $\frac{\sqrt{7.5}}{100}=\frac{\sqrt{7.5\times0.8^2}}{80}=\frac{\sqrt{4.8}}{80}>\frac{\sqrt{4.5}}{80}$，…………………………………………

又因为 $k,m>0$,所以 $Z_2>Z_1$,

所以小李应该租 100 $m^2$ 的商铺. …………………………………………………………………… (12 分)

20. **命题意图** 本题考查椭圆的性质,椭圆与直线的位置关系.

**解析** (Ⅰ)设椭圆的半焦距为 $c(c>0)$.

由已知可得椭圆 $C$ 的左、右顶点分别为 $(-\sqrt{3},0)$,$(\sqrt{3},0)$,即 $b=\sqrt{3}$, ………………………… (2 分)

椭圆的离心率 $e=\frac{1}{2}$,即 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$, …………………………………………………………………… (3 分)

因为 $a^2=b^2+c^2$,所以 $a^2=3+\left(\frac{1}{2}a\right)^2$,解得 $a^2=4$,

所以椭圆 $C$ 的方程为 $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{3}=1$. ………………………………………………………… (4 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $C$ 的下焦点为 $(0,-1)$,故 $l$ 的方程为 $y=kx-1$,

由 $\begin{cases} y=kx-1, \\ \frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{3}=1, \end{cases}$ 消去 $y$ 可得 $(3k^2+4)x^2-6kx-9=0$,

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=\frac{6k}{3k^2+4}$,$x_1x_2=-\frac{9}{3k^2+4}$, ………………………………… (6 分)

所以 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{\left(\frac{6k}{3k^2+4}\right)^2+\frac{36}{3k^2+4}}=\frac{12(k^2+1)}{3k^2+4}$.

又 $O$ 到 $l$ 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$,

所以 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{6(k^2+1)}{3k^2+4}\cdot\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{6\sqrt{k^2+1}}{3k^2+4}$. ……………………………… (8 分)

令 $t=\sqrt{k^2+1}\geqslant 1$,则 $k^2=t^2-1$,

则 $S_{\triangle OAB}=\frac{6t}{3t^2+1}=\frac{6}{3t+\frac{1}{t}}$. …………………………………………………………………… (10 分)

易得函数 $y=3t+\frac{1}{t}$ 在 $t\in[1,+\infty)$ 上单调递增,所以当 $t=1$ 时,$y=3t+\frac{1}{t}$ 取得最小值 4,

此时 $S_{\triangle OAB}$ 取得最大值 $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$. ………………………………………………………………… (12 分)

21. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数性质.

**解析** (Ⅰ)$f'(x)=e^x+(x-2)e^x=(x-1)e^x$,

令 $f'(x)=0$,得 $x=1$, ……………………………………………………………………………… (2 分)

当 $x<1$ 时,$f'(x)<0$,当 $x>1$ 时,$f'(x)>0$,

所以 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,1)$ 上单调递减,在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增, ………………………………… (4 分)

故 $f(x)$ 的极小值为 $f(1)=-e$,无极大值. ……………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题意知 $g(x)=(x-2)e^x-k(x-\ln x)$,则 $g'(x)=(x-1)\left(e^x-\frac{k}{x}\right)$, ………………………… (6 分)

$g(x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上没有极值,所以 $g(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上单调递增或单调递减,

即当 $x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ 时,$g'(x)\geqslant 0$ 或 $g'(x)\leqslant 0$ 恒成立,即 $e^x-\frac{k}{x}\leqslant 0$ 或 $e^x-\frac{k}{x}\geqslant 0$ 恒成立,

亦即 $k\geqslant xe^x$ 或 $k\leqslant xe^x$ 恒成立. ………………………………………………………………

设 $h(x)=xe^x$，则 $h'(x)=(x+1)e^x$，当 $x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$ 时，$h'(x)>0$，

所以 $h(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上单调递增. ………………………………………………………………（10 分）

要使 $k\geqslant xe^x$ 或 $k\leqslant xe^x$ 恒成立，则 $k\geqslant h(1)=e$ 或者 $k\leqslant h\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{e}}{2}$，

即实数 $k$ 的取值范围是 $\left(-\infty,\frac{\sqrt{e}}{2}\right]\cup[e,+\infty)$. ……………………………………………（12 分）

22. **命题意图**　本题考查方程的互化，以及参数方程的应用.

**解析**　（Ⅰ）$C$ 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=4$，………………………………………………………（2 分）

$l$ 的极坐标方程可化为 $\rho\sin\theta+\rho\cos\theta-2=0$，

所以 $l$ 的直角坐标方程为 $x+y-2=0$. …………………………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）易知点 $P(5,-3)$ 在 $l:x+y-2=0$ 上，

可设 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=5-\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-3+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），………………………………………………（7 分）

代入 $(x-1)^2+y^2=4$，得 $t^2-7\sqrt{2}t+21=0$，…………………………………………………………（8 分）

设点 $A,B$ 对应的参数分别为 $t_1,t_2$，

则 $|PA|\cdot|PB|=|t_1t_2|=21$. ………………………………………………………………………（10 分）

23. **命题意图**　本题考查绝对值不等式的解法、基本不等式的应用.

**解析**　（Ⅰ）由题意，$f(x)=\begin{cases}5,x<-2,\\ -2x+1,-2\leqslant x\leqslant 3,\\ -5,x>3.\end{cases}$ ………………………………………………（2 分）

不等式 $f(x)<2x-2$ 等价于 $\begin{cases}x<-2,\\ 5<2x-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 3,\\ -2x+1<2x-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>3,\\ -5<2x-2,\end{cases}$ …………………（4 分）

解得 $x\in\varnothing$ 或 $\frac{3}{4}<x\leqslant 3$ 或 $x>3$，

综上，不等式 $f(x)<2x-2$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,x>\frac{3}{4}\right\}$ ………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(x)$ 的最大值为 5，即 $t=5$. ……………………………………………………（6 分）

所以 $a+b+c=1$，……………………………………………………………………………………（7 分）

所以 $\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+2c}=\frac{2(a+b+c)}{(2a+b)(b+2c)}=\frac{2}{(2a+b)(b+2c)}$. ……………………………………（8 分）

因为 $(2a+b)(b+2c)\leqslant\left(\frac{2a+b+b+2c}{2}\right)^2=(a+b+c)^2=1$，

当且仅当 $2a+b=b+2c=1$ 时等号成立，………………………………………………………………（9 分）

又因为 $a,b,c$ 为正实数，所以 $\frac{2}{(2a+b)(b+2c)}\geqslant 2$，即 $\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{b+2c}\geqslant 2$. ……………………（10 分）

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。