焦作市普通高中 2022—2023 学年(下)高二年级期末考试

数学 · 答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. A　　2. B　　3. D　　4. C　　5. A　　6. C

7. B　　8. D

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. ACD　　10. ABC　　11. AD　　12. BD

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. $-\frac{3}{4}$或 1　　14. 0. 79

15. $\left(-\infty,\frac{1}{5}\right)\cup(1,+\infty)$　　16. $32\sqrt{3}\pi$

四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. 解析　(Ⅰ)设$\{a_n\}$的公差为 d.

由$\begin{cases}a_3=19,\\a_5+a_6=73,\end{cases}$得$\begin{cases}a_1+2d=19,\\2a_1+9d=73,\end{cases}$ …………(2 分)

解得$\begin{cases}a_1=5,\\d=7,\end{cases}$ …………(4 分)

所以 $a_n=5+7(n-1)=7n-2$. …………(5 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $a_1=5, a_2=12$,

则 $a_1+b_1=1, a_2+b_2=2$. …………(6 分)

因为$\{b_n+a_n\}$是等比数列,所以公比为$\frac{a_2+b_2}{a_1+b_1}=\frac{2}{1}=2$, …………(7 分)

所以 $b_n+a_n=1\times2^{n-1}$, …………(8 分)

所以 $b_n=1\times2^{n-1}-(7n-2)=2^{n-1}+2-7n$. …………(9 分)

所以 $S_n=\frac{1\times(1-2^n)}{1-2}+\frac{n(-5+2-7n)}{2}$

$=2^n-1-\frac{7}{2}n^2-\frac{3}{2}n$. …………(10 分)

18. 解析　(Ⅰ)由$\sqrt{3}c\cos B+c\sin B=\sqrt{3}a$ 及正弦定理得$\sqrt{3}\sin C\cos B+\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin A$, …………(1 分)

所以$\sqrt{3}\sin C\cos B+\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin(B+C)$, …………(2 分)

所以$\sqrt{3}\sin C\cos B+\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin B\cos C+\sqrt{3}\cos B\sin C$, …………(3 分)

所以 $\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin B\cos C$. …………(4 分)

因为 $\sin B\neq0$,所以 $\sin C=\sqrt{3}\cos C$,所以 $\tan C=\sqrt{3}$. …………(5 分)

因为 $C\in(0,\pi)$,所以 $C=\frac{\pi}{3}$. …………(6 分)

（Ⅱ）因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab=\sqrt{3}$，

所以 $ab=4$. ……（7分）

由余弦定理可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，所以 $2^2=(a+b)^2-3ab$，即 $2^2=(a+b)^2-3\times4$，

所以 $a+b=4$，……（9分）

所以 $a=b=2$，……（10分）

所以 $a=b=c$，……（11分）

所以△ABC 是正三角形. ……（12分）

19. **解析** （Ⅰ）如图，连接 A_1B，BD.

因为 $BC /\!/ A_1D_1$ 且 $BC=A_1D_1$，

所以四边形 BCD_1A_1 为平行四边形，所以 $A_1B /\!/ CD_1$. ……（2分）

又 $CD_1\subset$ 平面 B_1CD_1，$A_1B\not\subset$ 平面 B_1CD_1，

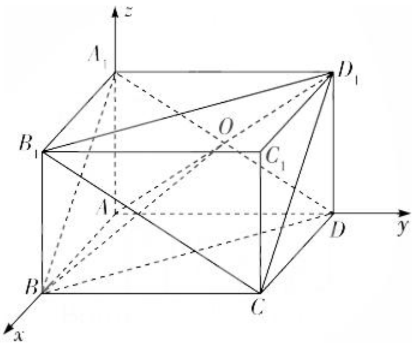
所以 $A_1B /\!/$ 平面 B_1CD_1. ……（3分）

同理可证 $BD /\!/ B_1D_1$，$BD /\!/$ 平面 B_1CD_1. ……（4分）

又 $A_1B\cap BD=B$，A_1B，$BD\subset$ 平面 A_1BD，所以平面 $B_1CD_1 /\!/$ 平面 A_1BD，……（5分）

又 $BO\subset$ 平面 A_1BD，所以 $BO /\!/$ 平面 B_1CD_1. ……（6分）

（Ⅱ）以 A 为坐标原点，直线 AB，AD，AA_1 分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $A(0,0,0)$，$B(4,0,0)$，$B_1(4,0,4)$，$C(4,8,0)$，$D_1(0,8,4)$，……（7分）

所以 $\overrightarrow{AB}=(4,0,0)$，$\overrightarrow{B_1C}=(0,8,-4)$，$\overrightarrow{B_1D_1}=(-4,8,0)$. ……（8分）

设平面 B_1CD_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{B_1C}=(x,y,z)\cdot(0,8,-4)=8y-4z=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{B_1D_1}=(x,y,z)\cdot(-4,8,0)=-4x+8y=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}z=2y,\\ x=2y,\end{cases}$

令 $y=1$，得平面 B_1CD_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(2,1,2)$. ……（10分）

设直线 AB 与平面 B_1CD_1 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AB},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AB}||\boldsymbol{n}|}=\frac{|(4,0,0)\cdot(2,1,2)|}{4\times3}=\frac{2}{3}$，

故直线 AB 与平面 B_1CD_1 所成角的正弦值为 $\frac{2}{3}$. ……（12分）

20. **解析** （Ⅰ）根据题意可知，$P(A)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$，……（2分）

$P(B)=P(AB)+P(\bar{A}B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{4}$. ……（5分）

(Ⅱ)爸爸做经验分享的天数 X 的所有可能取值为 0,1,2,3,4,且 $X\sim B\left(4,\frac{1}{4}\right)$, ………………………… (6 分)

故 $P(X=0)=C_4^0\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^0=\frac{81}{256}$,

$P(X=1)=C_4^1\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1=\frac{27}{64}$,

$P(X=2)=C_4^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$,

$P(X=3)=C_4^3\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{3}{64}$,

$P(X=4)=C_4^4\left(\frac{3}{4}\right)^0\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$, ………………………… (9 分)

故 X 的分布列为:

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{81}{256}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{128}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{256}$

………………………… (10 分)

根据二项分布的期望公式可知,$EX=4\times\frac{1}{4}=1$. ………………………… (12 分)

21. **解析** (Ⅰ)由题可知 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,$f'(x)=2\ln x-6x+2$. ………………………… (1 分)

令 $s(x)=f'(x)$,则 $s'(x)=\frac{2}{x}-6=\frac{2-6x}{x}$,$x>0$. ………………………… (2 分)

令 $s'(x)<0$,得 $x>\frac{1}{3}$,令 $s'(x)>0$,得 $0<x<\frac{1}{3}$.

故 $s(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{3}\right)$ 上单调递增,在 $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$ 上单调递减, ………………………… (3 分)

故 $s(x)_{\max}=s\left(\frac{1}{3}\right)=2\ln\frac{1}{3}<0$. ………………………… (4 分)

所以 $f'(x)<0$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立,

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. ………………………… (5 分)

(Ⅱ)由题可知 $g(x)=-\frac{x^2}{2}f'(x)-2x^3+\left(a+\frac{3}{2}\right)x^2+x=-\frac{x^2}{2}(2\ln x-6x+2)-2x^3+\left(a+\frac{3}{2}\right)x^2+x=$

$-x^2\ln x+x^3+\left(a+\frac{1}{2}\right)x^2+x$, ………………………… (6 分)

则 $g'(x)=2ax-2x\ln x+3x^2+1$. ………………………… (7 分)

因为 $g(x)$ 单调递增,所以 $g'(x)=2ax-2x\ln x+3x^2+1\geqslant 0$,

即 $2a\geqslant 2\ln x-3x-\frac{1}{x}$. ………………………… (8 分)

令 $h(x)=2\ln x-3x-\frac{1}{x}$,

则 $h'(x)=\frac{2}{x}-3+\frac{1}{x^2}=-\frac{3x^2-2x-1}{x^2}=-\frac{(3x+1)(x-1)}{x^2}$,$x>0$. ………………………… (9 分)

当 $0<x<1$ 时,$h'(x)>0$,此时 $h(x)$ 单调递增,

当 $x>1$ 时,$h'(x)<0$,此时 $h(x)$ 单调递减, ………………………… (10 分)

所以 $h(x)_{\max}=h(1)=-4$，则 $2a\geqslant h(x)_{\max}=-4$，解得 $a\geqslant-2$.

所以 a 的取值范围为 $[-2,+\infty)$. ······ (12 分)

22. **解析** （Ⅰ）$\because$ 点 $P(\sqrt{2},\sqrt{3})$ 在双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{a^2+2}=1(a>0)$ 上，

$\therefore \dfrac{2}{a^2}-\dfrac{3}{a^2+2}=1$，解得 $a^2=1$， ······ (1 分)

$\therefore$ 双曲线 C 的方程为 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，则 $A_1(-1,0)$，$A_2(1,0)$. ······ (2 分)

设 Q 点坐标为 (x,y)，则 $k_{QA_1}=\dfrac{y}{x+1}$，$k_{QA_2}=\dfrac{y}{x-1}$，

$\therefore k_{QA_1}\cdot k_{QA_2}=\dfrac{y}{x+1}\cdot\dfrac{y}{x-1}=\dfrac{y^2}{x^2-1}$. ······ (3 分)

$\because$ 点 Q 在双曲线 C 上，$\therefore y^2=3(x^2-1)$，

$\therefore k_{QA_1}\cdot k_{QA_2}=\dfrac{3(x^2-1)}{x^2-1}=3$. ······ (5 分)

（Ⅱ）设以 AB 为直径的圆与 x 轴的交点为 $M(m,0)$.

由（Ⅰ）可知双曲线的右焦点 F 为 $(2,0)$. ······ (6 分)

当直线 l 的斜率存在时，设直线 l 的方程为 $y=k(x-2)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

$\because \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，$\therefore (x_1-m)(x_2-m)+y_1y_2=0$，

整理得到 $(1+k^2)x_1x_2-(m+2k^2)(x_1+x_2)+m^2+4k^2=0$①. ······ (7 分)

由 $\begin{cases}y=k(x-2),\\3x^2-y^2=3,\end{cases}$ 消去 y 可得 $(3-k^2)x^2+4k^2x-4k^2-3=0$.

$\because$ 直线 l 与双曲线 C 有两个不同的交点，

$\therefore \Delta=16k^4+4(3-k^2)(4k^2+3)=36+36k^2>0$ 且 $3-k^2\neq0$，

$\therefore k\neq\pm\sqrt{3}$. ······ (8 分)

由题设有①对任意的 $k\neq\pm\sqrt{3}$ 总成立，

$\because x_1+x_2=-\dfrac{4k^2}{3-k^2}$，$x_1x_2=-\dfrac{4k^2+3}{3-k^2}$，

$\therefore$ ①可转化为 $-(1+k^2)\dfrac{4k^2+3}{3-k^2}+(m+2k^2)\dfrac{4k^2}{3-k^2}+m^2+4k^2=0$， ······ (9 分)

整理得到 $3(m^2-1)+(5+4m-m^2)k^2=0$ 对任意的 $k\neq\pm\sqrt{3}$ 总成立，

故 $\begin{cases}m^2-1=0,\\5+4m-m^2=0,\end{cases}$ 解得 $m=-1$，即点 M 的坐标为 $(-1,0)$. ······ (10 分)

当直线 l 的斜率不存在时，$l:x=2$，

此时 $A(2,3)$，$B(2,-3)$ 或 $B(2,3)$，$A(2,-3)$，

则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=9-9=0$，即 M 在以 AB 为直径的圆上. ······ (11 分)

综上，以 AB 为直径的圆恒过 x 轴上的定点，且定点的坐标为 $(-1,0)$. ······ (12 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。