2023届江西省重点中学盟校一模数学（文）参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。

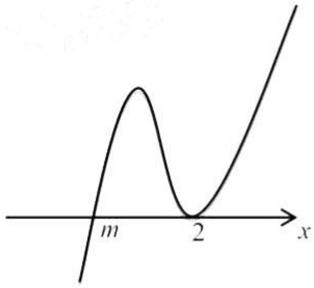
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	A	B	A	B	D	B	C	D	D	D

12 解析：由 $f(x)\le 0$ 的解集为 $(-\infty,m]\cup\{2\}$，且 $x_1+x_2=2$，不妨设 $x_1<x_2$ 得 $f(x)$ 的图像如右图所示：

可得 $x_2=2$，又 $f'(x)=3x^2+2ax+b$，则 $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2a}{3}=2\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{b}{3}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x_1=0\\ a=-3\\ b=0\end{cases}$，又

$f(2)=8+4a+2b+c=0$，$\therefore c=4$，即 $f(x)=x^3-3x^2+4$，

$\therefore f(x)_{极大值}=f(0)=4$，故选 D



二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $\frac{7}{2}$　　14. ($\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{3}=1$ 答案不唯一，满足 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$ 即可)

15. $-\frac{1}{2}$　　16. $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

16. 解析：取 CC_1 中点 F，在 BB_1 上取点 G 使 $C_1G\perp B_1F$，

$\because \angle C_1B_1F+\angle BB_1F=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle BB_1F+\angle B_1GC_1=\dfrac{\pi}{2}\therefore \angle C_1B_1=\angle B_1GC_1$

$\therefore tan\angle C_1B_1F=tan\angle B_1GC_1=2\therefore B_1G=\dfrac{1}{2}$

$\because B_1E$ 在平面 BB_1C_1C 上的投影为 B_1F 且 $C_1G\perp B_1F\therefore C_1G\perp B_1E$

$\because B_1E$ 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的投影为 B_1D_1 且 $A_1C_1\perp B_1D_1\therefore A_1C_1\perp B_1E$

$\because C_1G\cap A_1C_1=C_1\therefore B_1E\perp$ 平面 A_1C_1G，

$\therefore$ 点 P 的轨迹为 ΔA_1C_1G 的边界，$\because A_1G=C_1G=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$A_1C_1=\sqrt{2}\therefore \Delta A_1C_1G$ 的周长为 $\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

三、解答题：

17.解：（1）甲同学的成绩为 1，0，1，1，0，1，1，0，1，1，
　　　乙同学的成绩为 1，1，0，1，1，1，1，0，1，1，………………2 分

其平均数为 $\overline{x_{甲}}=\frac{7}{10}$；其平均数为 $\overline{x_{乙}}=\frac{8}{10}$；………………4 分

方差为 $S^2_{甲}=\frac{1}{10}\left[\left(1-\frac{7}{10}\right)^2\times 7+\left(0-\frac{7}{10}\right)^2\times 3\right]=\frac{21}{100}$.

方差为 $S^2_{乙}=\frac{1}{10}\left[\left(1-\frac{8}{10}\right)^2\times 8+\left(0-\frac{8}{10}\right)^2\times 2\right]=\frac{16}{100}$. ………………7 分

因为 $\overline{x_{乙}}>\overline{x_{甲}}$，$S^2_{乙}<S^2_{甲}$ 所以乙同学解此题型更好，更稳定，推荐乙同学. ………………8 分

（2）记 A 为恰有一人解答正确事件.

在所抽得的 10 个结果中，恰有一同学解答正确的结果：$(\overline{a},b)$，$(a,\overline{b})$，$(\overline{a},b)$ 共 3 个，………………10 分

将频率视为概率,故事件 A 发生的概率为 P(A)= $\frac{3}{10}$. ………………12 分

18 解：（1）由正弦定理得 $3(\sin A\cos C-\sin B)=\sqrt{3}\sin C\sin A$....................2 分

$\therefore -3\cos A\sin C=\sqrt{3}\sin C\sin A\ \therefore \tan A=-\sqrt{3}, A\in(0^0,180^0)$....................5 分

$\therefore A=120^\circ$..6 分

（2）$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=2\sqrt{3}\ \therefore bc=8$...................7 分

由已知得 $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$...................9 分

$\therefore |\overrightarrow{AD}|^2=\frac{4}{9}b^2+\frac{4}{9}bc\cos 120^\circ+\frac{1}{9}c^2=\frac{4}{9}b^2+\frac{1}{9}c^2-\frac{2bc}{9}\geq\frac{2}{9}bc=\frac{16}{9}$

（当 $c=2b$ 即 $c=4$，$b=2$ 时取等号）

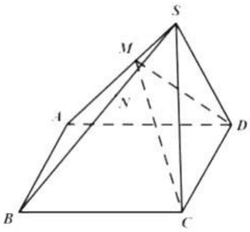
$\therefore$ AD 的最小值为 $\frac{4}{3}$...................12 分

19.解：（1）$\because AB//CD$，$AB\not\subset$ 面 $CDMN$，$CD\subseteq$ 面 $CDMN$

$\therefore AB//$ 面 $CDMN$

又 $\because AB\subseteq$ 面 SAB，面 $SAB\cap$ 面 $CDMN=MN$

$\therefore AB//MN\ \therefore \frac{SN}{NB}=\frac{SM}{MA}=\frac{1}{2}$................5 分



（2）$\because S_{梯形CDMN}=4S_{\Delta DMN}$

$\therefore V_{S-CDMN}=4V_{S-DMN}=4V_{D-SMN}$

$\because S_{\Delta ABD}=S_{\Delta BCD}$

$\therefore V_{S-ABCD}=2V_{S-ABD}=2V_{D-SAB}$

$\because \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}}=\frac{1}{9}\quad \therefore \frac{V_{D-SMN}}{V_{D-SAB}}=\frac{1}{9}$................8 分

$\therefore \frac{V_{S-CDMN}}{V_{S-ABCD}}=\frac{2}{9}$................10 分

$\therefore \frac{V_{S-CDMN}}{V_{多面体ABCDMN}}=\frac{2}{7}$................12 分

20．解：(1) 当 $a=1$ 时，函数 $f(x)=x^2-2\ln x(x>0)$，则 $f'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2x^2-2}{x}(x>0)$，..............1 分

令 $f'(x)=0$，得 $x=1$;

当 $0<x<1$ 时，$f'(x)<0$，所以函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，

当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，所以函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增;.............. 3 分

$\therefore$ 当 x=1 时，$f(x)_{\min}$=1.............. 4 分

(2) 令 $g(x)=f(x)-2x+1-(-2ax+2a)=x^2-2a\ln x+(2a-2)x-2a+1$，即 $x>0, g(x)\geq 0$ 恒成立;

$g'(x)=2x-\frac{2a}{x}+2a-2=\frac{2(x-1)(x+a)}{x}$.

①当 $a\geq 0$ 时，$g'(x)=0$，得 $x=1$，

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减， 当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增;

$\therefore g(x)\geq g(1)$=0 成立.............. 6 分

②当 a=-1 时，$x>0$ 时，$g'(x)\geq 0$，$g(x)$ 单调递增;

$\therefore 0 < x < 1$，$g(x) < g(1)=0$，所以$a=-1$不成立；..............7 分

③当$a < -1$时，$1 < x < -a$，$g'(x) < 0$，$g(x)$单调递减；

$\therefore 1 < x < -a$，$g(x) < g(1)=0$，所以$a < -1$不成立..............9 分

④当$-1 < a < 0$时令，$x = e^{\frac{1}{2a}-1} < e^0 = 1$，又$g(x) = (x-1)^2 - 2a(lnx - x + 1)$

$g(e^{\frac{1}{2a}-1}) = (e^{\frac{1}{2a}-1} - 1)^2 - 2a(\frac{1}{2a} - 1 - e^{\frac{1}{2a}-1} + 1) < 1^2 - 1 + 2ae^{\frac{1}{2a}-1} = 2ae^{\frac{1}{2a}-1} < 0$

$\therefore$当$-1 < a < 0$时不成立..............11 分

综上，$a \geq 0$即a的取值范围$(0, +\infty)$..............12 分

（$a < 0$时，由$g(e^{\frac{1}{2a}-1}) < 0$不成立可直接排除）

21. 解：（1）设圆的标准方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，（r>0）

由题意得，$\begin{cases} a^2 + b^2 = r^2 \\ (-1-a)^2 + (\sqrt{3}-b)^2 = r^2, \\ (2-a)^2 + (2\sqrt{3}-b)^2 = r^2 \end{cases}$ ....2 分

解得$\begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{3}, \\ r = 2 \end{cases}$ $\therefore$圆 C 的标准方程：$(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=4$； ....4 分

（2）设点 $P(5,y_0), E(x_1,y_1), F(x_2,y_2)$

由题意知：$M(-1,\sqrt{3}), N(3,\sqrt{3})$，

$\therefore k_{PM} = \frac{y_0-\sqrt{3}}{6} = \frac{y_1-\sqrt{3}}{x_1+1} = k_{PE}$， $k_{PN} = \frac{y_0-\sqrt{3}}{2} = \frac{y_2-\sqrt{3}}{x_2-3} = k_{PF}$ ，

$\therefore k_{PF} = 3k_{PE}$ ，$\therefore \frac{(y_2-\sqrt{3})^2}{(x_2-3)^2} = 9\times\frac{(y_1-\sqrt{3})^2}{(x_1+1)^2}$，①

$\because$点 E，F 在圆 C 上，$\therefore$将$(y_1-\sqrt{3})^2 = 4-(x_1-1)^2$和$(y_2-\sqrt{3})^2 = 4-(x_2-1)^2$代入①整理得：

$2x_1x_2 - 7(x_1+x_2) + 20 = 0$，②. ....6 分

当直线 EF 的斜率 k 存在时，设直线 EF 的方程为 $y=kx+b$，

联立$\begin{cases} y = kx+b \\ (x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2 = 4 \end{cases}$，得$(1+k^2)x^2+(2kb-2\sqrt{3}k-2)x+b^2-2\sqrt{3}b=0$.

$x_1+x_2 = -\frac{2kb-2\sqrt{3}k-2}{1+k^2}$，$x_1x_2 = \frac{b^2-2\sqrt{3}b}{1+k^2}$ . ...8 分

代入②整理得：$b^2+(7k-2\sqrt{3})b+10k^2-7\sqrt{3}k+3=0$.

$\therefore (b+2k-\sqrt{3})(b+5k-\sqrt{3})=0$，解得$b=\sqrt{3}-2k$或$b=\sqrt{3}-5k$.

当$b=\sqrt{3}-2k$时，直线EF的方程为$y=k(x-2)+\sqrt{3}$，过定点$G(2,\sqrt{3})$；

当$b=\sqrt{3}-5k$时，直线EF的方程为$y=k(x-5)+\sqrt{3}$，过定点$H(5,\sqrt{3})$.

∵MN与EF不重合，∴点$H(5,\sqrt{3})$不合题意. 10分

当斜率k不存在时，设直线EF的方程为x=t,$E(t,y_1)$，$F(t,y_2)$,$P(5,y_0)$（$y_0\neq\sqrt{3}$）由直线PM，PN方程

$\begin{cases} y_1-\sqrt{3}=\frac{y_0-\sqrt{3}}{6}(t+1) \\ y_2-\sqrt{3}=\frac{y_0-\sqrt{3}}{2}(t-3) \end{cases}$，由圆的对称性$y_1-\sqrt{3}+y_2-\sqrt{3}=0$　得t=2∴点$G(2,\sqrt{3})$适合.

综上，直线EF过定点$G(2,\sqrt{3})$. 12分

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．解：（1）由$x=1+t$得$t=x-1$，把$t=x-1$代入$y=\sqrt{3}t$得$y=\sqrt{3}(x-1)=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$

∴曲线C_1的直角坐标方程为：$\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$..............2分

由$\rho^2=\frac{3}{2-\cos 2\theta}$得$2\rho^2-\rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=3$ ∴ $2x^2+2y^2-x^2+y^2=3$ 即$x^2+3y^2=3$

∴曲线C_2的直角坐标方程为：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$..............5分

（2）曲线$C_1\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$代入曲线$C_2$方程得：$\left(1+\frac{1}{2}t\right)^2+3\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)^2=3$ 即 $5t^2+2t-4=0$

∴ $t_1+t_2=-\frac{2}{5}$，$t_1t_2=-\frac{4}{5}$...............8分

∴ $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\left|\frac{t_1-t_2}{t_1t_2}\right|=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{21}}{2}$...............10分

23．解：（1）$m=1$时，$f(x)=|x-1|+|x+3|$

当$x\leq-3$时，$1-x+(-x-3)\leq x+4$得$x\geq-2$，无解

当$-3<x<1$时，$1-x+x+3\leq x+4$得$x\geq0$ ∴ $0\leq x<1$

当$x\geq1$时，$x-1+x+3\leq x+4$得$x\leq2$ ∴ $1\leq x\leq2$

∴不等式$f(x)\leq x+4$的解集为$\{x|0\leq x\leq2\}$...............5分

（2）$f(x)\geq|(x-m)-(x+3)|=|m+3|=m+3$ ∴ $m+3=5-n-t$

（3）∴ $m+n+t=2$ ∴ $\frac{m+n}{2}+\frac{t}{2}=1$

∴ $\left(\frac{1}{m+n}+\frac{1}{t}\right)\left(\frac{m+n}{2}+\frac{t}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{t}{2(m+n)}+\frac{m+n}{2t}+\frac{1}{2}\geq1+2\sqrt{\frac{t}{2(m+n)}\bullet\frac{m+n}{2t}}=2$（仅当$m+n=t=1$时取等号）

∴ $\frac{1}{m+n}+\frac{1}{t}\geq2$成立. 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。