姓名________ 班级________ 学校________

河西区 2018—2019 学年度第二学期高三年级总复习质量调查（二）

数学试卷（文史类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第Ⅰ卷 1 至 3 页，第Ⅱ卷 4 至 7 页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3. 本卷共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

参考公式：

· 如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

· 如果事件 A，B 相互独立，那么 $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

· 柱体的体积公式 $V=Sh$

· 锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示柱（锥）体的底面面积，h 表示柱（锥）体的高

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设全集 $U=\{n\in N|1\le n\le 10\}$，$A=\{1,2,3,5,8\}$，$B=\{1,3,5,7,9\}$，则 $(C_UA)\cap B=$

（A）$\{6,9\}$　　（B）$\{6,7,9\}$

（C）$\{7,9\}$　　（D）$\{7,9,10\}$

（2）若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\ge 0,\\ x-y\le 0,\\ x-2y+2\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最小值等于

（A）$-\frac{5}{2}$　　（B）-2　　（C）$-\frac{3}{2}$　　（D）2

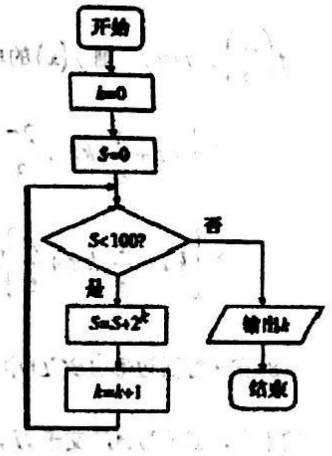
（3）如图所示，程序框图的输出结果是

（A）5

（B）6

（C）7

（D）8



（4）设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（5）已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 C 的渐近线方程为

（A）$y=\pm\frac{1}{4}x$　　（B）$y=\pm\frac{1}{3}x$　　（C）$y=\pm\frac{1}{2}x$　　（D）$y=\pm x$

(6) 设 $a=\log_3 7$，$b=2^{1.1}$，$c=0.8^{3.1}$，则

(A) $b<a<c$　　(B) $c<a<b$

(C) $c<b<a$　　(D) $a<c<b$

(7) 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，其中 φ 为实数，若 $f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|$ 对 $x\in R$ 恒成立，且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)>f(\pi)$，则 $f(x)$ 的单调递增区间是

(A) $\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right](k\in Z)$　　(B) $\left[k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in Z)$

(C) $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right](k\in Z)$　　(D) $\left[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi\right](k\in Z)$

(8) 在平行四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AD}|=2$，$|\overrightarrow{CD}|=4$，$\angle ABC=60^\circ$，E,F 分别是 BC,CD 的中点，DE 与 AF 交于 H，则 $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DE}$ 的值

(A) 16　　(B) 12　　(C) $\frac{16}{5}$　　(D) $\frac{12}{5}$

河西区 2018—2019 学年度第二学期高三年级总复习质量调查（二）

数 学 试 卷（文史类）

第Ⅱ卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共 12 小题，共 110 分。

二. 填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

(9) 设 $z=1-i$（i 是虚数单位），则 $\frac{2}{z}+\overline{z}=$ ________.

(10) 在三棱锥 $P-ABC$ 中，D,E 分别为 PB,PC 的中点，记三棱锥 $D-ABE$ 的体积为 V_1，三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 V_2，则 $\frac{V_1}{V_2}=$ ________.

(11) 函数 $f(x)=x+2\cos x$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 的最大值是 ________.

(12) 垂直于直线 $y=x+1$ 且与圆 $x^2+y^2=1$ 相切于第一象限的直线方程是 ________.

(13) 若 $\log_4(3a+4b)=\log_2\sqrt{ab}$，则 $a+b$ 的最小值为 ________.

(14) 已知函数 $f(x)$ 满足，$f(x)=\begin{cases}kx+k, & x\le 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$，其中 $k\ge 0$，若函数 $y=f(f(x))+1$ 有 4 个零点，则实数 k 的取值范围是 ________.

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

(15)（本小题满分 13 分）

一个盒子里装有三张卡片，分别标记有数字1,2,3，这三张卡片除标记的数字外完全相同．随机有放回地抽取3次，每次抽取1张，将抽取的卡片上的数字依次记为a,b,c．

（Ⅰ）求“抽取的卡片上的数字满足$a+b=c$”的概率；

（Ⅱ）求“抽取的卡片上的数字a,b,c不完全相同”的概率．

(16)（本小题满分 13 分）

在ΔABC中，A，B，C对应的边为a，b，c．

（Ⅰ）若$c=2$，$C=\frac{\pi}{3}$，且$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，求$\cos(A+B)$和a，b的值；

（Ⅱ）若B是钝角，且$\cos A=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{12}{13}$，求$\sin C$的值．

专注名校自主招生
自主招生在线 www.zizzs.com

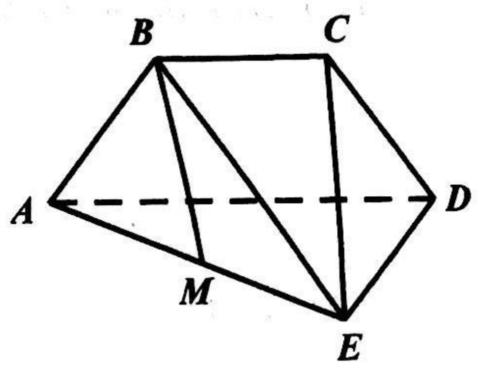
(17)（本小题满分 13 分）

如图等腰梯形$ABCD$中$AD//BC$，$AB=CD$，且平面$ABCD\perp$平面ADE，$AD=2BC=6, AE=4\sqrt{3}, AD\perp DE$，$M$为线段$AE$的中点．

（Ⅰ）求证：直线$BM//$平面CDE；

（Ⅱ）求证：平面$CDE\perp$平面$ABCD$；

（Ⅲ）若二面角$C-DE-A$的大小为45°，求直线BM与平面$ABCD$所成角的正切值．



(18)（本小题满分 13 分）

数列$\{a_n\}$是等比数列，公比大于0，前n项和S_n $(n\in N^*)$，$\{b_n\}$是等差数列，

已知$a_1=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{a_3}=\frac{1}{a_2}+4$，$a_3=\frac{1}{b_4+b_6}$，$a_4=\frac{1}{b_5+2b_7}$．

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式a_n，b_n；

（Ⅱ）设$\{S_n\}$的前n项和为T_n $(n\in N^*)$，

（i）求T_n；

（ii）证明：$\sum_{i=1}^{n}\frac{(T_{i+1}-b_{i+1})b_{i+3}}{b_{i+1}\cdot b_{i+2}}<\frac{1}{2}$．

1 官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

（19）（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{3}=1\left(a>\sqrt{3}\right)$ 的右焦点为 F，右顶点为 A，已知 $|OA|-|OF|=1$，其中 O 为原点，e 为椭圆的离心率.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程及离心率 e；

（Ⅱ）设过点 A 的直线 l 与椭圆交于点 B（B 不在 x 轴上），垂直于 l 的直线与 l 交于点 M，与 y 轴交于点 H，若 $BF\perp HF$，且 $\angle MOA\le\angle MAO$，求直线 l 的斜率的取值范围.

（20）（本小题满分 14 分）

若函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得极大值或极小值，则称 x_0 为函数 $y=f(x)$ 的极值点，设函数 $f(x)=x^3-tx^2+1(t\in R)$.

（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上无极值点，求 t 的取值范围；

（Ⅱ）求证：对任意实数 t，在函数 $f(x)$ 的图象上总存在两条切线相互平行；

（Ⅲ）当 $t=3$ 时，若函数 $f(x)$ 的图象上存在的两条平行切线之间的距离为 4，问：这样的平行切线共有几组？请说明理由.

专注名校自主招生 自主招生在线 www.zizzs.com

密

封

线

1 官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

河西区2018—2019学年度第二学期高三年级总复习质量调查(二)

数学试题（文史类）参考答案及评分标准

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，满分40分．

(1) C　(2) A　(3) C　(4) D

(5) C　(6) B　(7) A　(8) D

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，满分30分．

(9) $2+2i$　(10) $\frac{1}{4}$　(11) $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$

(12) $x+y-\sqrt{2}=0$　(13) $7+4\sqrt{3}$　(14) $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$

三、解答题：本大题共6小题，共80分．

(15) 本小题满分13分．

(Ⅰ) 解：由题意，(a,b,c)所有的可能为：

$(1,1,1),(1,1,2),(1,1,3),(1,2,1),(1,2,2),(1,2,3),(1,3,1),(1,3,2),(1,3,3),(2,1,1),(2,1,2),(2,1,3),$
$(2,2,1),(2,2,2),(2,2,3),(2,3,1),(2,3,2),(2,3,3),(3,1,1),(3,1,2),(3,1,3),(3,2,1),(3,2,2),(3,2,3),$
$(3,3,1),(3,3,2),(3,3,3)$，共27种．

设"抽取的卡片上的数字满足$a+b=c$"为事件A，

则事件A包括$(1,1,2),(1,2,3),(2,1,3)$，共3种，

所以$P(A)=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$．

因此，"抽取的卡片上的数字满足$a+b=c$"的概率为$\frac{1}{9}$．…………………8分

(Ⅱ) 解：设"抽取的卡片上的数字a,b,c不完全相同"为事件B，

则事件$\overline{B}$包括$(1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)$，共3种．

所以$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{3}{27}=\frac{8}{9}$．

因此，"抽取的卡片上的数字a,b,c不完全相同"的概率为$\frac{8}{9}$．……………13分

(16) 本小满分13分．

(Ⅰ) 解：因为$A+B+C=\pi$，$C=\frac{\pi}{3}$，所以$A+B=\pi-C$．

所以$\cos(A+B)=\cos(\pi-C)=-\cos C=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$．

由余弦定理及已知条件得，$a^2+b^2-ab=4$，

又因为$\triangle ABC$的面积等于$\sqrt{3}$，所以$\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，得$ab=4$．

联立方程组$\begin{cases}a^2+b^2-ab=4,\\ ab=4,\end{cases}$　解得$a=2$，$b=2$．　…………………………7分

(Ⅱ) 解：因为B是钝角，且$\cos A=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{12}{13}$．

所以$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

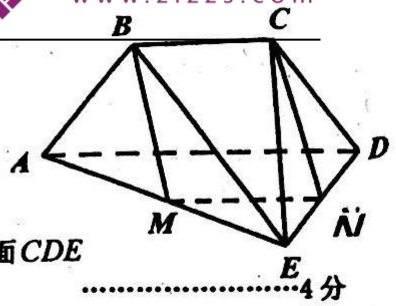
$\cos B=-\sqrt{1-\sin^2 B}=-\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=-\frac{5}{13}$

所以$\sin C=\sin[\pi-(A+B)]=\sin(A+B)$

$=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{13}\right)+\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}=\frac{16}{65}$　……………13分

1 官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

(17) 本小题满分 13 分.



(Ⅰ) 证明：取 DE 中点 N，连接 MN，CN，

因为 M 为 AE，所以 $MN // BC$ 且 $MN = BC$

所以四边形 $BMNC$ 为平行四边形

所以 $BM // CN$，又因为 $CN \subset$ 平面 CDE，$BM \not\subset$ 平面 CDE

所以 $BM //$ 平面 CDE ……………………4 分

(Ⅱ) 证明：因为平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADE = AD$，$DE \subset$ 平面 ADE，$DE \perp AD$

所以 $DE \perp$ 平面 $ABCD$ 又因为 $DE \subset$ 平面 CDE

所以平面 $CDE \perp$ 平面 $ABCD$ ……………………8 分

(Ⅲ) 解：由第 (Ⅱ) 问知，$DE \perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DE \perp AD$，$DE \perp CD$

所以 $\angle CDA$ 为二面角 $C-DE-A$ 的平面角

即 $\angle CDA = 45^\circ$，所以在等腰梯形 $ABCD$ 中，因为 $AD = 2BC = 6$， 所以 $CD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

由第 (Ⅰ) 问知，$BM // CN$，所以 BM，CN 与平面 $ABCD$ 所成的角相同

又因为 $ND \perp$ 平面 $ABCD$， 所以 $\angle NCD$ 即为直线 BM 与平面 $ABCD$ 所成的角

在 $Rt\triangle NCD$ 中 $ND = \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}\sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{3}$

所以 $\tan\angle NCD = \frac{ND}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$. ……………………13 分

(18) 本小题满分 13 分.

(Ⅰ) 解：设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ($q > 0$)

$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{a_1 q^2} = \frac{1}{a_1 q} + 4 \end{cases}$，$\frac{1}{q^2} - \frac{1}{q} - 2 = 0$，$q=-1$ (舍) 或 $q=2$，$a_n = \frac{1}{2^n}$

设数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d

$\begin{cases} \frac{1}{8} = \frac{1}{2(b_1+4d)} \\ \frac{1}{16} = \frac{1}{3b_1+16d} \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 + 4d = 4 \\ 3b_1 + 16d = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = 0 \\ d = 1 \end{cases}$，$b_n = n-1$. ……………6 分

(Ⅱ) 解：$S_n = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$

$T_n = (1+1+\cdots+1) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n}) = n - (1 - \frac{1}{2^n}) = n - 1 + \frac{1}{2^n}$

$\frac{(T_{i+1} - b_{i+1}) \cdot b_{i+3}}{b_{i+1} \cdot b_{i+2}} = \frac{(i + \frac{1}{2^{i+1}} - i) \cdot (i+2)}{i \cdot (i+1)} = \frac{(i+2)}{i \cdot (i+1) \cdot 2^{i+1}} = \frac{1}{i \cdot 2^i} - \frac{1}{(i+1) \cdot 2^{i+1}}$

$\sum_{i=1}^{n} \frac{(T_{i+1} - b_{i+1}) \cdot b_{i+3}}{b_{i+1} \cdot b_{i+2}} = (\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 2^2}) + (\frac{1}{2 \cdot 2^2} - \frac{1}{3 \cdot 2^3}) + \cdots + (\frac{1}{n \cdot 2^n} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}})$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1) \cdot 2^{n+1}} < \frac{1}{2}$. ……………13 分

(19) 本小题满分 14 分.

(Ⅰ) 解：由已知得 $a - c = 1$，即 $a - \sqrt{a^2 - 3} = 1$，解得 $a = 2$，所以 $c = 1$，

得 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$，椭圆方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. ……………………5 分

(Ⅱ) 解： 设直线 l 的斜率为 $k(k \neq 0)$，则直线 l 的方程为 $y = k(x-2)$，

设 $B(x_B, y_B)$ 由方程组 $\begin{cases} y = k(x-2) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$，消去 y，

整理得 $(4k^2+3)x^2 - 16k^2 x + 16k^2 - 12 = 0$

解得 $x = 2$ 或 $x = \frac{8k^2 - 6}{4k^2 + 3}$，

所以 B 点坐标为 $\left(\frac{8k^2-6}{4k^2+3}, \frac{-12k}{4k^2+3}\right)$.

由 (Ⅰ) 知，$F(1,0)$，设 $H(0, y_H)$，有 $\overrightarrow{FH} = (-1, y_H)$，

$\overrightarrow{BF}=\left(\dfrac{9-4k^2}{4k^2+3},\dfrac{12k}{4k^2+3}\right)$，由 $BF\perp HF$，则 $\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{FH}=0$，

所以 $\dfrac{4k^2-9}{4k^2+3}+\dfrac{12ky_H}{4k^2+3}=0$，解得 $y_H=\dfrac{9-4k^2}{12k}$，

因此直线 MH 的方程为 $y=-\dfrac{1}{k}x+\dfrac{9-4k^2}{12k}$，设 $M(x_M,y_M)$，

由方程组 $\begin{cases}y=k(x-2)\\ y=-\dfrac{1}{k}x+\dfrac{9-4k^2}{12}\end{cases}$ 消去 y，解得 $x_M=\dfrac{20k^2+9}{12(k^2+1)}$，

在 ΔMAO 中，$\angle MOA\le\angle MAO\Leftrightarrow|MA|\le|MO|$，

即 $(x_M-2)^2+y_M^2\le x_M^2+y_M^2$，化简得 $x_M\ge1$，即 $\dfrac{20k^2+9}{12(k^2+1)}\ge1$，

解得 $k\le-\dfrac{\sqrt6}{4}$，或 $k\ge\dfrac{\sqrt6}{4}$.

所以，直线 l 的斜率的取值范围为 $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt6}{4}\right]\cup\left[\dfrac{\sqrt6}{4},+\infty\right)$. ………14 分

(20) 本小题满分 14 分.

（Ⅰ）解：由函数 $f(x)=x^3-tx^2+1$ 的导数为 $f'(x)=3x^2-2tx$，由 $f'(x)=0$，

得 $x=0,x=\dfrac{2}{3}t$，因函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上无极值点，

所以 $\dfrac{2}{3}t\le0$ 或 $\dfrac{2}{3}t\ge1$，解得 $t\le0$ 或 $t\ge\dfrac{3}{2}$. ………………………3 分

（Ⅱ）证明令 $f'(x)=3x^2-2tx=p$，即 $3x^2-2tx-p=0$，$\Delta=4t^2+12p$，

当 $p>-\dfrac{t^2}{3}$ 时，$\Delta=4t^2+12p>0$，此时 $3x^2-2tx-p=0$ 存在不同的两个解 x_1,x_2，

设这两条切线方程为分别为

$y=(3x_1^2-2tx_1)x-2x_1^3+tx_1^2+1$ 和 $y=(3x_2^2-2tx_2)x-2x_2^3+tx_2^2+1$，

若两切线重合，则 $-2x_1^3+tx_1^2+1=-2x_2^3+tx_2^2+1$，

即 $2\left[(x_1+x_2)^2-x_1x_2\right]=t(x_1+x_2)$，

而 $x_1+x_2=\dfrac{2t}{3}$，化简得 $x_1x_2=\dfrac{t^2}{9}$，

此时 $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\dfrac{4t^2}{9}-\dfrac{4t^2}{9}=0$，与 $x_1\ne x_2$ 矛盾，

所以，这两条切线不重合，

综上，对任意实数 t，函数 $f(x)$ 的图象总存在两条切线相互平行. ……………8 分

（Ⅲ）解：当 $t=3$ 时，$f(x)=x^3-3x^2+1$，$f'(x)=3x^2-6x$，

由（Ⅱ）知 $x_1+x_2=2$ 时，两切线平行.

设 $A(x_1,x_1^3-3x_1^2+1)$，$B(x_2,x_2^3-3x_2^2+1)$，不妨设 $x_1>x_2$，

过点 A 的切线方程为：$y=(3x_1^2-6x_1)x-2x_1^3+3x_1^2+1$

所以，两条平行线间的距离 $d=\dfrac{\left|(x_2-x_1)\left[2(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-3(x_1+x_2)\right]\right|}{\sqrt{1+9(x_1^2-2x_1)^2}}$

化简得 $(x_1-1)^6=1+9\left[(x_1-1)^2-1\right]^2$

令 $(x_1-1)^2=\lambda(\lambda\ge0)$，则 $\lambda^3-1=9(\lambda-1)^2$，

即 $(\lambda-1)(\lambda^2+\lambda+1)=9(\lambda-1)^2$，即 $(\lambda-1)(\lambda^2-8\lambda+10)=0$

显然 $\lambda=1$ 为一解，$\lambda^2-8\lambda+10=0$ 有两个异于 1 的正根，

所以这样的 λ 有解 3，而 $(x_1-1)^2=\lambda(\lambda\ge0)$，$x_1>x_2$，$x_1+x_2=2$，

所以 x_1 有 3 解，所以满足此条件的平行切线共有 3 组. ……………………14 分