

秘密★启用前

## 巴蜀中学 2023 届高考适应性月考卷 (七)

### 数 学

注意事项:

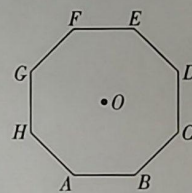
1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $M = \left\{ x \mid \frac{x-3}{x-2} \leq 1 \right\}$ ,  $N = \{ x \mid |x-1| \leq 2 \}$ , 则  $M \cap N =$ 
  - A.  $[-1, 3]$
  - B.  $[1, 2]$
  - C.  $[-1, 2)$
  - D.  $(2, 3]$
2. 已知  $i$  为虚数单位, 则  $\left( \frac{i+1}{i-1} \right)^{2023} =$ 
  - A. 1
  - B. -1
  - C.  $i$
  - D.  $-i$
3. 函数  $f(x) = \sin x$  的图象经过下列哪个变换可以得到  $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 这个变换是
  - A. 先将函数  $f(x) = \sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位, 再把图象上每个点的横坐标扩大为原来的 2 倍
  - B. 先将函数  $f(x) = \sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位, 再把图象上每个点的横坐标缩小为原来的  $\frac{1}{2}$
  - C. 先把函数  $f(x) = \sin x$  的图象上每个点的横坐标缩小为原来的  $\frac{1}{2}$ , 再将图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位
  - D. 先把函数  $f(x) = \sin x$  的图象上每个点的横坐标扩大为原来的 2 倍, 再将图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位
4. 已知直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的所有棱长均为 1, 则直线  $AB_1$  与直线  $BC_1$  夹角的余弦值为
  - A.  $\frac{1}{4}$
  - B.  $\frac{1}{2}$
  - C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
  - D.  $\frac{1}{5}$
5. 抗战胜利纪功碑暨人民解放纪念碑, 简称“解放碑”, 位于重庆市渝中区解放碑商业步行街中心地带, 是抗战胜利的精神象征, 是中国唯一一座纪念中华民族抗日战争胜利的纪念碑. 现在“解放碑”是重庆的地标性建筑, 吸引众多游客来此打卡拍照. 如图 1 甲所示, 解放碑的底座外观呈正八棱柱形, 记正八棱柱的底面是正八边形  $ABCDEFGH$ , 如图乙所示, 若  $O$  是正八边形  $ABCDEFGH$  的中心, 且  $\vec{AC} = x\vec{AB} + y\vec{AH}$  ( $x, y \in \mathbf{R}$ ), 则  $x+y =$ 
  - A.  $1+2\sqrt{2}$
  - B.  $1+\sqrt{2}$
  - C.  $2+\sqrt{2}$
  - D. 3

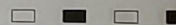


甲



乙

图 1



6. 在  $(x-3y)^2(x+y)^5$  的展开式中,  $x^3y^4$  的系数是
- A. 60  
B. 35  
C. 155  
D. 90
7. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过点  $F_2$  的直线与双曲线的右支交于  $P, Q$  两点, 若  $\triangle PF_1F_2$  的内切圆  $O_1$  的半径与  $\triangle QF_1F_2$  的内切圆  $O_2$  的半径的乘积为  $a^2$ , 则双曲线的离心率为
- A. 2  
B. 3  
C.  $\sqrt{2}$   
D.  $\sqrt{3}$
8. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  满足:  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |\vec{c}|=1, (\vec{a}-\vec{c}) \cdot (\vec{b}-\vec{c})=-4$ , 则  $|\vec{a}-\vec{b}|$  的取值范围是
- A.  $[1, 9]$   
B.  $[\sqrt{17}, 9]$   
C.  $[\sqrt{17}, 5]$   
D.  $[\sqrt{2}+\sqrt{3}, \sqrt{17}]$

二、多项选择题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每个给出的四个选项中, 有多项是满足要求的, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 若  $f(x) = e^{1-x^2} (x \in \mathbf{R})$ , 其中  $e$  为自然对数的底数, 则下列命题正确的是
- A.  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增  
B.  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减  
C.  $f(x)$  的图象关于直线  $x=0$  对称  
D.  $f(x)$  的图象关于点  $(0, 0)$  中心对称
10. 下列选项正确的是
- A. 有 7 个不同的球, 取 5 个放入 5 个不同的盒子中, 每个盒子恰好放 1 个, 则不同的存放方式有 2520 种  
B. 有 7 个不同的球, 全部放入 5 个相同的盒子中, 每个盒子至少放 1 个, 则不同的存放方式有 140 种  
C. 有 7 个相同的球, 取 5 个放入 3 个不同的盒子中, 允许有盒子空, 则不同的存放方式有 18 种  
D. 有 7 个相同的球, 全部放入 3 个相同的盒子中, 允许有盒子空, 则不同的存放方式有 8 种
11. 已知  $f(x) = a \ln x + x (a \in \mathbf{R}, a > 0)$ , 当  $x \geq 1$  时, 存在  $b, c \in \mathbf{R}$ , 使得  $f(x) \leq bx + c \leq x^2$  成立, 则下列选项正确的是
- A.  $a \in (0, 1]$   
B.  $b \in (1, 2]$   
C.  $c = 1$   
D.  $a + b + c > 2$
12. 已知截面定义: 用一个平面去截一个几何体, 得到的平面图形 (包含图形内部) 称为这个几何体的一个截面. 则下列关于正方体截面的说法, 正确的是
- A. 截面图形可以是七边形  
B. 若正方体的截面为三角形, 则只能为锐角三角形  
C. 当截面是五边形时, 截面可以是正五边形  
D. 当截面是梯形时, 截面不可能为直角梯形



三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若离散型随机变量  $X$  满足:  $X \sim B(10, 0.6)$ , 则  $D(3X+9) =$  \_\_\_\_\_.

14. 函数  $y = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2+5}$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

15. 已知圆  $O_1: x^2+y^2=1$ , 圆  $O_2: (x-4)^2+y^2=4$ , 请写出一条与两圆都相切的直线的方程: \_\_\_\_\_.

16. 已知数列  $\{a_n\}$  满足: ①  $a_1=5$ ; ②  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n+2, & (n \text{ 为奇数}) \\ 3a_n+2, & (n \text{ 为偶数}) \end{cases}$ . 则  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n =$  \_\_\_\_\_; 设  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $S_{2023} =$  \_\_\_\_\_. (结果用指数幂表示) (第一个空为 2 分, 第二个空为 3 分)

四、解答题 (共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A, \angle B, \angle C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $3\sin C + 4\cos C = 5$ .

(1) 求证:  $\tan C = \frac{3}{4}$ ;

(2) 若  $a^2 + b^2 = 1$ , 求边  $c$  的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足: 关于  $x$  的一元二次方程  $(a_n - a_{n+1})x^2 + (a_{n+1} - a_{n-1})x + (a_{n-1} - a_n) = 0 (n \geq 2)$  有两个相等的实根.

(1) 求证: 数列  $\{a_n\}$  成等差数列;

(2) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_5 = -10$ ,  $a_8 = 8$ , 求  $S_n$  的最小值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 2 甲所示, 四边形  $MNPQ$  为正方形,  $AP=AQ=PQ$ ,  $S$  为  $AP$  的中点. 将  $\triangle APQ$  沿直线  $PQ$  翻折使得  $QS \perp$  平面  $APN$ , 如图乙所示.

(1) 求证: 平面  $APQ \perp$  平面  $MNPQ$ ;

(2) 求平面  $AMN$  与平面  $MNPQ$  所成二面角的正弦值.

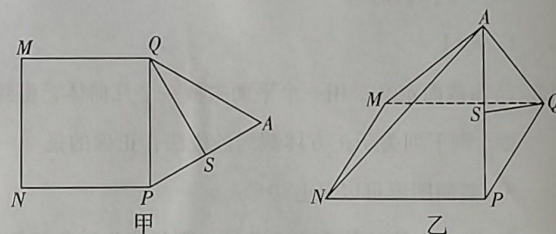


图 2

20. (本小题满分 12 分)

兔年春节期间,烟花“加特林”因燃放效果酷炫在网上走红,随之而来的身价暴涨也引发关注,甚至还有买不到的网友用多支普通的手持燃放烟花自制“加特林”.据悉,有  $A, B, C$  三家工厂可以各自独立生产烟花“加特林”,已知  $A$  工厂生产的烟花“加特林”是正品同时  $B$  工厂生产的烟花“加特林”也是正品的概率为  $\frac{3}{5}$ ,  $B$  工厂生产的烟花“加特林”是正品同时  $C$  工厂生产的烟花“加特林”不是正品的概率为  $\frac{2}{25}$ ,  $C$  工厂生产的烟花“加特林”是正品同时  $A$  工厂生产的烟花“加特林”不是正品的概率为  $\frac{9}{40}$ .

- (1) 分别求  $A, B, C$  三家工厂各自独立生产出来的烟花“加特林”是正品的概率;
- (2)  $A, B, C$  三家工厂各自独立生产一件烟花“加特林”,记随机变量  $\lambda$  表示“三家工厂生产出来的正品的件数”,求  $\lambda$  的数学期望,它反映了什么实际意义?

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的焦点在  $x$  轴上,它的离心率为  $\frac{1}{2}$ ,且经过点  $P\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2}\right)$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 若椭圆  $C$  的左焦点为  $F$ ,过点  $F$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点,且过点  $A, B$  和点  $Q\left(0, \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$  的圆的圆心在  $x$  轴上,求直线  $l$  的方程及此圆的圆心坐标.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - ax + 1$ .

- (1) 若  $a=2$ ,求函数  $f(x)$  的极值;
- (2) 若  $a=1$ ,  $g(x) = x - 2\ln \frac{x}{2}$ ,且满足  $f(m) = g(n)$  ( $m \geq 0$ ),求证:  $n \leq 2e^m$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

