



百师联盟 2021 届高三 一轮复习联考(五) 新高考卷
数学试卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3x < 0\}$, 则 $A \cup B =$
A. $(0, +\infty)$ B. $(2, 3)$ C. $(0, 3)$ D. $(2, +\infty)$
2. 已知复数 z 满足 $z = (1 + 2i)(2 + i)$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$
A. 2 B. 4 C. 5 D. $\sqrt{5}$
3. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 为 BC 的中点, 则四面体 $AEDC_1$ 的体积为
A. 4 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2
4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为负数, 若 $a_2a_8 + 2a_3a_9 + a_7^2 = 16$, 则 $a_5 + a_7 =$
A. -2 B. -4 C. -8 D. -16
5. 已知直线 $l: x + y - 3 = 0$ 交圆 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$
A. 2 B. 1 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{17}$
6. a, b 都为正数, 则“ $ab \geq \frac{1}{4}$ ”是“ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 4$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 公元 960 年, 北宋的建立结束了五代十国割据的局面。北宋的农业、手工业、商业空前繁荣, 科学技术突飞猛进, 火药、指南针、印刷术三大发明在这种经济高涨的情况下得到广泛应用。1084 年秘书省第一次印刷出版了《算经十书》, 为数学的发展创造了良好的条件。11 至 14 世纪出现了一批著名的数学家和数学著作, 如秦九韶的《数书九章》, 李冶的《测圆海镜》, 杨辉的《详解九章算法》, 《日用算法》和《杨辉算法》, 现从三位数学家的五部专著中任意选择两部作为学生课外兴趣拓展参考书目, 则所选的两部中至少有一部不是杨辉著作的概率为
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

一轮复习联考(五) 新高考卷 数学试卷 第 1 页(共 4 页)



8. 已知函数 $f(x) = 2^x - 1$, 令 $a = \frac{f(2^{\frac{1}{2}})}{2^{\frac{1}{2}}}$, $b = \frac{f(5^{\frac{1}{3}})}{5^{\frac{1}{3}}}$, $c = \frac{f(\log_3 2)}{\log_3 2}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a < b < c$
- B. $c < b < a$
- C. $c < a < b$
- D. $b < a < c$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 12x$ 的焦点为 F , 直线 l 过 F 交抛物线于 A, B 两点, 交抛物线的准线于点 P , (点 A 在 P, F 之间), 若 $\vec{PF} = 3\vec{AF}$, O 为坐标原点, 则

- A. 点 A 的坐标为 $(1, 2\sqrt{3})$.
- B. $|BF| = 12$.
- C. 直线 l 的方程为 $y = \pm\sqrt{3}(x - 3)$.
- D. $|AO| = \sqrt{13}$.

10. 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega \in \mathbf{N}^+$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若 $f(x)$ 的所有对称中心与 $g(x)$ 的所有对称中心重合, 则 ω 可以为

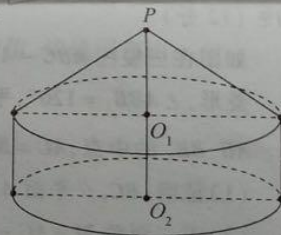
- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 12

11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 满足 $f(x+2) = f(2-x)$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 且对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $(x-2)f'(x) < 0$, 则

- A. $f(0) = f(4)$
- B. $f(-1) > f(5)$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(2)$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(2)$

12. 如图几何体为一个圆柱和圆锥的组合体, 圆锥的底面和圆柱的一个底面重合, 圆锥的顶点为 P , 圆柱的上、下底面的圆心分别为 O_1, O_2 , 若该几何体有半径为 1 的外接球, 且球心为 O , 则

- A. 如果 $PO_1 = O_1O_2$, 则 O 与 O_1 重合
- B. $O_1O_2 + 2PO_1 = 2$
- C. 如果 $PO_1 : O_1O_2 = 1 : 3$, 则圆柱的体积为 $\frac{96\pi}{125}$
- D. 如果圆锥的体积为圆柱体积的 $\frac{1}{6}$, 则圆锥的体积为 $\frac{\pi}{8}$



三、填空题: 本大题有 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。把答案填在题中横线上。

13. 已知向量 $a = (1, 2)$, 向量 b 与向量 a 共线, 且 $a \cdot b = 15$, 则 $|b| =$ _____

14. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 点 M 为双曲线的左支上一点, 满足 $|MF_1| = 4c$.

且 $|MF_1| = 2|F_1F_2|$, 且 $\cos \angle MF_1F_2 = -\frac{5}{16}$, 则该双曲线的离心率 $e =$ _____

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , 若 $2a_n^2 + a_n = 2S_n$, 则 $a_n =$ _____

设 $b_n = (-1)^n \frac{a_{2n+1}}{2a_n \cdot a_{n+1}}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则 $T_{2020} =$ _____

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$, 则函数 $y = f(f(x)) - 1$ 的零点个数为 _____



四、解答题:本大题有6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, b=4, (a-c)\sin A = (b-c)(\sin B + \sin C)$.

(1)求角 B ;

(2)求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

18. (12分)

请从下面三个条件中任选一个,补充在下面的横线上,并作答.

① $a_3^2 = 2a_4$; ② $S_5 = 4a_4 - 1$; ③ $S_3 + 1 = a_2 a_3$.

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,前 n 项和为 $S_n, a_n > 0, 2a_2 + a_3 = a_4$, _____.

(1)求 a_n .

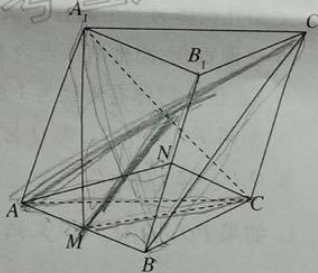
(2)在平面直角坐标系 xOy 中,设点 $Q_k(k, b_k) (k=1, 2, 3, \dots)$,直线 $Q_k Q_{k+1}$ 的斜率为 2^k ,且 $b_1 = 1$,求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

19. (12分)

如图在三棱柱 $ABC - A_1 B_1 C_1$ 中,侧面 $ABB_1 A_1$ 是边长为2的菱形, $\angle ABB_1 = 120^\circ$,平面 $AA_1 B_1 B \perp$ 平面 ABC, M, N 分别为 AB, BB_1 的中点, $AC = BC = \sqrt{2}$.

(1)证明: $BC_1 \parallel$ 平面 $A_1 CM$;

(2)求二面角 $M - AC - N$ 的余弦值.



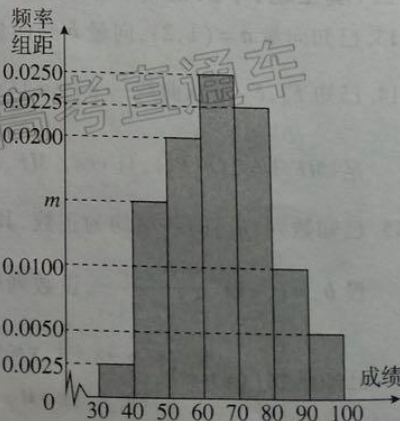
20. (12分)

某大型小区物业公司为增强居民对消防安全的认识,特对小区居民举办了一次消防安全知识测试.并从中随机抽取了参加测试的1000人的成绩(满分:100分),经统计得到如下频率分布直方图:

(1)(i)求 m ;

(ii)由直方图可知,此次测试分数 X 近似服从正态分布 $N(65, 121)$,请用正态分布知识求 $P(54 < X \leq 87)$;

(2)在(1)的条件下,为鼓励该小区居民多学习消防安





全知识,本次测试制定如下奖励方案:

测试成绩低于 65 的居民获得 1 次随机红包奖励,成绩不低于 65 的居民获得 2 次随机红包奖励.每次随机红包钱数(单位:元)和对应的概率如下表:

随机红包	30	50
概率	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$

该小区王大爷参加此次测试,记 ξ 为王大爷获得的红包奖励钱数(单位:元),求 ξ 的分布列及数学期望.

参考数据:若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$; $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$; $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9974$.

21. (12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $4\sqrt{2}$, 且过点 $(\sqrt{6}, \sqrt{2})$. 设点 P 为圆 $O: x^2 + y^2 = 3$ 上任意一点, 过点 P 作圆的切线交椭圆 C 于点 E, F .

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 试判断 $\vec{PE} \cdot \vec{PF}$ 是否为定值? 若为定值, 求出该定值; 若不是定值, 请说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = (x+1)e^x + a(x+2)^2$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》