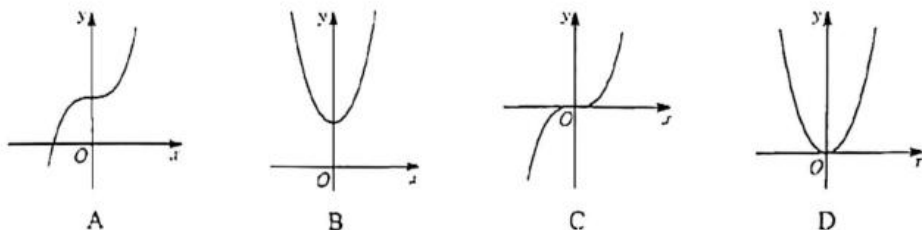




7. 函数  $f(x) = x^2(2^x + 2^{-x})$  的图象大致是



8. 甲、乙、丙、丁四位学生中,其中有一位做了一件好事,但不知道是哪一位学生.老师对甲、乙、丙、丁四人进行询问,四人的回答如下:甲:我没做;乙:是甲做的;丙:不是我做的;丁:是乙做的.如果其中只有一个人说了真话,那么做好事的人是

- A. 甲                                      B. 乙                                      C. 丙                                      D. 丁

9. 已知函数  $f(x-1)$  关于直线  $x=1$  对称,对任意实数  $x$ ,  $f(2-x) = f(x)$  恒成立,且当  $x \in [-1, 0]$  时,  $f(x) = \log_2(-x+1) + 1$ , 则  $f(2021) =$

- A. 3    B. 2    C. 1    D. 0

10. 牛奶保鲜时间因储藏时温度的不同而不同.当牛奶放在  $0^\circ\text{C}$  的冰箱中,保鲜时间为 192 h;而放在  $22^\circ\text{C}$  的厨房中,保鲜时间则为 48 h.假定保鲜时间  $y$  (单位:h) 与储藏温度  $x$  (单位; $^\circ\text{C}$ ) 之间的关系为  $y = k \cdot a^x$  ( $k$  为常数,  $k > 0, a > 0, a \neq 1$ ), 则牛奶储藏在  $33^\circ\text{C}$  环境下的保鲜时间为

- A. 12 h                                      B. 16 h                                      C. 18 h                                      D. 24 h

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln(-x), & x < 0, \\ x + \frac{2}{x}, & x > 0, \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f(x) - m - 1 = 0$  恰有三个不同的实数解, 则实数

$m$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 2\sqrt{2}]$                                       B.  $(-\infty, 2\sqrt{2} - 1)$   
C.  $(2\sqrt{2} - 1, +\infty)$                                       D.  $[2\sqrt{2}, +\infty)$

12. 已知定义在  $(0, +\infty)$  的函数  $f(x)$  满足:  $\forall x \in (0, +\infty), f(x) - xf'(x) < 0$ , 其中  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数. 则不等式  $(2x-3)f(x+1) > (x+1)f(2x-3)$  的解集为

- A.  $(\frac{3}{2}, 4)$                                       B.  $(4, +\infty)$                                       C.  $(-1, 4)$                                       D.  $(-\infty, 4)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13.  $5^{1-\log_5 2} =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = x + \cos x$ , 则曲线  $y = f(x)$  在  $x=0$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

15. 若定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  满足: ①对于任意的  $x, y \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(xy) = f(x)f(y)$ ; ②  $f(x)$  为奇函数. 则函数  $f(x)$  的一个解析式可以是 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的以 3 为周期的奇函数, 则  $f(-3) =$  \_\_\_\_\_,  $f(\frac{15}{2}) =$  \_\_\_\_\_.

【高三 9 月质量检测 · 文科数学 第 2 页(共 4 页)】

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合  $A = \{x \mid \log_2(x-1) < 2\}$ ,  $B = \{x \mid m-1 \leq x \leq 2m+1\}$ .

(1) 若  $m=3$ , 求  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ ;

(2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知  $p$ : 函数  $f(x) = ax^2 + 2x + 1$  有零点;  $q: \forall x \in (-\infty, 2], x^2 - 2x - a + 4 > 0$ .

(1) 若  $q$  为真, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $p \vee q$  为真,  $p \wedge q$  为假, 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \log_2(ax^2 + 3x + 1)$ .

(1) 若函数  $f(x)$  的值域为  $\mathbb{R}$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若存在  $x \in [1, +\infty)$ , 使得  $f(x) - 1 > 0$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = (x^2 + b)e^x$ .

(1) 当  $b=0$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若函数  $f(x)$  存在一个极大值点  $x_1$  和一个极小值点  $x_2$ , 则是否存在实数  $b$ , 使得  $f(x_1) \cdot f(x_2) = 4e^{-2}$  成立? 若成立, 求出  $b$  的值; 若不成立, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

2021 年新冠肺炎仍在世界好多国家肆虐, 并且出现了传染性更强的“德尔塔”变异毒株、“拉姆达”变异毒株. 尽管我国抗疫取得了很大的成绩, 疫情也得到了很好的遏制, 但由于整个国际环境的影响, 时而又会出现一些散发病例, 故而抗疫形势依然艰巨, 日常防护依然不能有丝毫放松. 在日常防护中, 口罩是必不可少的防护用品. 某口罩生产厂家为保障抗疫需求, 调整了口罩生产规模. 已知该厂生产口罩的固定成本为 200 万元, 每生产  $x$  万箱, 需另投入成本  $p(x)$  万元. 当年产量不足 90 万箱时,  $p(x) = \frac{1}{2}x^2 + 40x$ ; 当年产量不低于 90 万箱时,  $p(x) = 100x + 8\ln x + \frac{760}{x} - 2180$ . 若每万箱口罩售价 100 万元, 通过市场分析, 该口罩厂生产的口罩当年可以全部销售完.

(1) 求年利润  $y$  (万元) 关于年产量  $x$  (万箱) 的函数关系式;

(2) 年产量为多少万箱时, 该口罩生产厂家所获得年利润最大? (注:  $\ln 95 \approx 4.55$ )

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - (k+1)x$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).

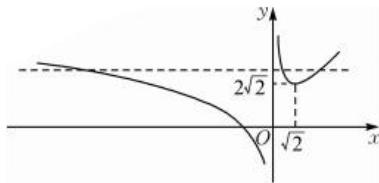
(1) 当  $k = -\frac{1}{2}$  时, 求证:  $f(x) < 0$ ;

(2) 若  $f(x)$  有两个零点, 求  $k$  的取值范围.



## 高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. D 全称命题的否定为特称命题,变化规则为变量词,否结论. 故选 D.
2. B  $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\} = \{x | -2 < x < 3\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , 所以  $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ . 故选 B.
3. C 由题意得  $\begin{cases} x-1 \neq 0, \\ x > 0, \\ x+1 > 0, \end{cases}$  解得  $x > 0$  且  $x \neq 1$ , 所以函数  $f(x)$  的定义域为  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ . 故选 C.
4. B 由  $\begin{cases} x > 1, \\ y > 1, \end{cases}$  可得  $x+y > 2$ , 反之则不然. 故  $x+y > 2$  是  $\begin{cases} x > 1, \\ y > 1, \end{cases}$  的必要不充分条件. 故选 B.
5. C 由题意易知  $p$  为真命题,  $q$  为假命题, 所以  $C$  为真命题. 故选 C.
6. A  $a = \log_2 0.2 < 0$ ;  $b = 2^{0.2} > 1$ ,  $0 < c = \log_{0.2} 0.3 < 1$ . 故选 A.
7. D 由题意可知, 函数  $f(x) = x^2(2^x + 2^{-x})$  为偶函数, 排除 AC, 又  $f(0) = 0$ , 排除 B. 故选 D.
8. C 由题意知甲、乙说法矛盾, 故其中必然有一个为真一个为假, 假设甲的话是真的, 则乙、丙、丁的话都是假的, 相当于甲: 我没做; 乙: 不是甲做的; 丙: 是我做的; 丁: 不是乙做的, 符合题意, 若甲的话为假, 则乙、丙都是真话, 不合题意, 故是丙做的. 故选 C.
9. B 因为函数  $f(x-1)$  关于直线  $x=1$  对称, 所以  $f(x)$  关于  $y$  轴对称, 所以  $f(x)$  为偶函数. 又  $f(2-x) = f(x)$ , 所以  $f(x-2) = f(x)$ , 所以  $f(x)$  是周期为 2 的周期函数, 所以  $f(2021) = f(1) = f(-1) = \log_2[-(-1)+1]+1 = 2$ . 故选 B.
10. D 由题意, 得  $\begin{cases} k \cdot a^0 = 192, \\ k \cdot a^{22} = 48, \end{cases}$  解得  $k = 192, a = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{22}}$ , 所以  $y = 192 \times (\frac{1}{4})^{\frac{x}{22}}$ , 于是, 当  $x = 33$  °C 时,  $y = 192 \times (\frac{1}{4})^{\frac{33}{22}} = 24$ (h). 故选 D.
11. C  $f(x) - m - 1 = 0$  恰有三个不同的实数解等价于函数  $y = f(x)$  的图象与直线  $y = m + 1$  有三个公共点. 作出  $f(x)$  的图象如下图:



由图可知,  $y = f(x)$  的图象与直线  $y = m + 1$  有三个公共点时有  $m + 1 > 2\sqrt{2}$ , 解得  $m > 2\sqrt{2} - 1$ , 所以实数  $m$  的取值范围为  $(2\sqrt{2} - 1, +\infty)$ . 故选 C.

12. A 设  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ,  $g'(x) = \frac{x f'(x) - f(x)}{x^2}$ , 因为  $\forall x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) - x f'(x) < 0$ , 所以在  $(0, +\infty)$  上  $g'(x) > 0$ , 所以  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 由已知,  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ , 所以  $x + 1 > 0, 2x - 3 > 0$ , 所以  $(2x - 3)f(x + 1) > (x + 1)f(2x - 3)$  等价于  $\frac{f(x+1)}{x+1} > \frac{f(2x-3)}{2x-3}$ , 即  $g(x+1) > g(2x-3)$ , 所以  $\begin{cases} x+1 > 0, \\ 2x-3 > 0, \\ x+1 > 2x-3, \end{cases}$  解得  $\frac{3}{2} < x < 4$ , 所以原不等式的解集是  $(\frac{3}{2}, 4)$ . 故选 A.

13. 15  $5^{1-\log_5 2^3} = 5^1 \div 5^{\log_5 2^3} = 5 \div 5^{\log_5 8} = 5 \div \frac{1}{3} = 15$ .

14.  $x - y + 1 = 0$   $f'(x) = 1 - \sin x$ , 所以  $k = f'(0) = 1 - \sin 0 = 1$ , 又  $f(0) = 1$ , 所以曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线方程为  $y - 1 = 1 \times (x - 0)$ , 即  $x - y + 1 = 0$ .

15.  $f(x) = x$  (答案不唯一, 符合条件即可) 如  $f(x) = x, f(x) = x^3$  等都是奇函数, 且满足函数方程  $f(xv) = f(x)f(y)$ .

16. 0(2分) 0(3分) 由  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 得  $f(0)=0$ , 所以  $f(-3)=f(0)=0$ ; 由  $f(3+x)=f(x)$ , 得  $f(3-x)=f(-x)=-f(x)$ , 从而  $f(3-\frac{3}{2})=-f(\frac{3}{2})$ , 得  $f(\frac{3}{2})=0$ , 所以  $f(\frac{15}{2})=f(6+\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2})=0$ .
17. 解: (1) 若  $m=3$ , 则  $B=\{x|2\leq x\leq 7\}$ , 所以  $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x<2 \text{ 或 } x>7\}$ . ..... 2分  
又  $A=\{x|\log_3(x-1)<2\}=\{x|1<x<10\}$ , ..... 4分  
所以  $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|1<x<2 \text{ 或 } 7<x<10\}$ . ..... 5分  
(2) 因为  $A\cup B=A$ , 所以  $B\subseteq A$ ,  
当  $m-1>2m+1$ , 即  $m<-2$  时,  $B=\emptyset$ , 符合题意. .... 7分  
当  $m-1\leq 2m+1$ , 即  $m\geq -2$  时,  $B\neq\emptyset$ , 则  $\begin{cases} m-1>1, \\ 2m+1<10, \end{cases}$  解得  $2<m<\frac{9}{2}$ . .... 9分  
综上所述, 实数  $m$  的取值范围为  $(-\infty, -2)\cup(2, \frac{9}{2})$ . .... 10分
18. 解: (1) 若  $q$  为真, 则  $x^2-2x-a+4>0$  对任意的  $x\in(-\infty, 2]$  恒成立,  
分离参数  $a$ , 得  $a<x^2-2x+4$ . .... 1分  
设  $g(x)=x^2-2x+4$ ,  $x\in(-\infty, 2]$ , 则只需  $a<g(x)_{\min}$ . .... 2分  
而  $g(x)=(x-1)^2+3$ , 则当  $x=1\in(-\infty, 2]$  时,  $g(x)_{\min}=g(1)=3$ , ..... 3分  
所以  $a<3$ ,  
故实数  $a$  的取值范围为  $(-\infty, 3)$ . .... 4分  
(2) 因为  $p\vee q$  为真,  $p\wedge q$  为假, 所以  $p$  与  $q$  一真一假. .... 5分  
若  $p$  为真, 则  $a=0$  或  $\begin{cases} a\neq 0, \\ \Delta\geq 0, \end{cases}$  解得  $a\leq 1$ ; ..... 7分  
当  $p$  真  $q$  假时,  $\begin{cases} a\leq 1, \\ a\geq 3, \end{cases}$  此时无解; ..... 9分  
当  $p$  假  $q$  真时,  $\begin{cases} a>1, \\ a<3. \end{cases}$  解得  $1<a<3$ . .... 11分  
综上, 实数  $a$  的取值范围为  $(1, 3)$ . .... 12分
19. 解: (1) 因为函数  $f(x)$  的值域为  $\mathbf{R}$ , 所以  $(0, +\infty)\subseteq\{t|t=ax^2+3x+1\}$ . .... 2分  
当  $a=0$  时, 符合要求; ..... 3分  
当  $a<0$  时,  $t=ax^2+3x+1$  的最大值是  $1-\frac{9}{4a}$ , 不符合要求; ..... 4分  
当  $a>0$  时,  $\Delta=3^2-4a\geq 0$ , 解得  $a\leq\frac{9}{4}$ , 此时  $a\in(0, \frac{9}{4}]$ . .... 5分  
综上, 实数  $a$  的取值范围为  $[0, \frac{9}{4}]$ . .... 6分  
(2) 因为存在  $x\in[1, +\infty)$ ,  $f(x)-1>0$  成立, 即  $f(x)=\log_2(ax^2+3x+1)>1$  在  $[1, +\infty)$  上有解,  
所以存在  $x\in[1, +\infty)$ ,  $ax^2+3x+1>2$ , 即  $a>\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x}$  成立, ..... 8分  
所以  $a>(\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x})_{\min}$ . .... 9分  
令  $t=\frac{1}{x}\in(0, 1]$ ,  $g(t)=t^2-3t(t\in(0, 1])$ , 其对称轴为直线  $t=\frac{3}{2}$ ,  
所以  $g(t)=t^2-3t$  在  $(0, 1]$  上单调递减, 所以  $g(t)_{\min}=g(1)=-2$ ,  
于是  $(\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x})_{\min}=-2$ , ..... 11分  
所以  $a>-2$ ,



- 故实数  $a$  的取值范围为  $(-2, +\infty)$ . ..... 12 分
20. 解: (1) 当  $b=0$  时,  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x)=x^2e^x$ ,  
 则  $f'(x)=2xe^x+x^2e^x=x(x+2)e^x$ . ..... 2 分  
 所以  $f'(x)>0 \Leftrightarrow x>0$  或  $x<-2$ ,  $f'(x)<0 \Leftrightarrow -2<x<0$ ,  
 所以  $f(x)$  的递增区间为  $(-\infty, -2)$  和  $(0, +\infty)$ , 递减区间为  $(-2, 0)$ . ..... 4 分  
 (2)  $f(x)$  定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $f'(x)=2xe^x+(x^2+b)e^x=(x^2+2x+b)e^x$ , ..... 5 分  
 若  $f(x)$  存在一个极大值点  $x_1$  和一个极小值点  $x_2$ , 则方程  $x^2+2x+b=0$  有两个不等的实根,  
 一方面,  $\Delta=4-4b>0$ , 解得  $b<1$ , ..... 7 分  
 此时  $f'(x)=(x-x_1)(x-x_2)e^x$ , 不妨设  $x_1<x_2$ , 则变化情况如下表:

$x$	$(-\infty, x_1)$	$x_1$	$(x_1, x_2)$	$x_2$	$(x_2, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	增函数	极大值	减函数	极小值	增函数

- 由上表可知,  $x_1$  是  $f(x)$  的极大值点,  $x_2$  是  $f(x)$  的极小值点. .... 9 分  
 另一方面,  $x_1+x_2=-2$ ,  $x_1x_2=b$ . ..... 10 分  
 由  $f(x_1) \cdot f(x_2)=4e^{-2}$ ,  
 得  $f(x_1) \cdot f(x_2)=(x_1^2+b)e^{x_1} \cdot (x_2^2+b)e^{x_2}=[x_1^2x_2^2+b(x_1^2+x_2^2)+b^2]e^{x_1+x_2}$   
 $=[b^2+b \cdot (-2)^2-2b \cdot b+b^2]e^{-2}=4be^{-2}=4e^{-2}$ ,  
 解得  $b=1$ , 不满足  $b<1$ , ..... 11 分  
 故不存在实数  $b$ , 使得  $f(x_1) \cdot f(x_2)=4e^{-2}$  成立. .... 12 分

21. 解: (1) 当  $0<x<90$  时,  $y=100x-\left(\frac{1}{2}x^2+40x\right)-200=-\frac{1}{2}x^2+60x-200$ ; ..... 2 分  
 当  $x \geq 90$  时,  $y=100x-\left(100x+8\ln x+\frac{760}{x}-2180\right)-200=1980-8\ln x-\frac{760}{x}$ , ..... 4 分  
 所以  $y=\begin{cases} -\frac{1}{2}x^2+60x-200, & 0<x<90, \\ 1980-8\ln x-\frac{760}{x}, & x \geq 90. \end{cases}$  ..... 6 分

- (2) 当  $0<x<90$  时,  
 $y=-\frac{1}{2}x^2+60x-200=-\frac{1}{2}(x-60)^2+1600$ , ..... 8 分  
 $\therefore$  当  $x=60$  时,  $y$  取最大值, 最大值为 1 600 万元; ..... 9 分  
 当  $x \geq 90$  时,  $y=1980-8\ln x-\frac{760}{x}$ ,  $y'=-\frac{8}{x}+\frac{760}{x^2}=\frac{760-8x}{x^2}$ ,  
 当  $90 \leq x < 95$  时,  $y'>0$ , 当  $x>95$  时,  $y'<0$ , 所以  $y=1980-8\ln x-\frac{760}{x}$  在  $[90, 95)$  上单调递增, 在  $(95, +\infty)$  上单调  
 递减, 所以当  $x=95$  时,  $y$  取得最大值, 且  $y_{\max} \approx 1935.6$  (万元). ..... 11 分  
 因为  $1935.6>1600$ , 所以当年产量为 95 万箱时, 该口罩生产厂获得年利润最大, 年最大利润约为 1 935.6 万元.  
 ..... 12 分

22. 解: (1) 当  $k=-\frac{1}{2}$  时,  $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}x$ , 则  $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=-\frac{x-2}{2x}$ . ..... 1 分  
 当  $0<x<2$  时,  $f'(x)>0$ ; 当  $x>2$  时,  $f'(x)<0$ ,  
 所以  $f(x)$  在  $(0, 2)$  上为增函数, 在  $(2, +\infty)$  上为减函数. .... 3 分  
 所以  $x=2$  是  $f(x)$  的极大值点, 也是  $f(x)$  的最大值点, 且  $f(x)_{\max}=f(2)=\ln 2-1<0$ ,  
 故当  $k=-\frac{1}{2}$  时,  $f(x)<0$ . ..... 4 分

(2)法一:  $f(x)$  的定义域  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x} - (k+1) = \frac{1-(k+1)x}{x}$ , ..... 5分

当  $k+1 \leq 0$ , 即  $k \leq -1$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,

所以  $f(x)$  最多有一个零点, 不合题意; ..... 6分

当  $k+1 > 0$ , 即  $k > -1$  时, 令  $f'(x) > 0$ , 得  $0 < x < \frac{1}{k+1}$ ; 令  $f'(x) < 0$ , 得  $x > \frac{1}{k+1}$ ,

所以  $f(x)$  在  $(0, \frac{1}{k+1})$  上单调递增, 在  $(\frac{1}{k+1}, +\infty)$  上单调递减,

所以  $x = \frac{1}{k+1}$  是  $f(x)$  的极大值点, 也是  $f(x)$  的最大值点,

且  $f(x)_{\max} = f(\frac{1}{k+1}) = -[\ln(k+1) + 1]$ . ..... 8分

(i) 若  $\ln(k+1) \geq -1$ , 即  $k \geq \frac{1}{e} - 1$  时,  $f(x)_{\max} \leq 0$ , 所以  $f(x)$  最多有一个零点, 不合题意; ..... 9分

(ii) 若  $\ln(k+1) < -1$ , 即  $-1 < k < \frac{1}{e} - 1$  时,  $f(x)_{\max} = f(\frac{1}{k+1}) > 0$ .

一方面,  $0 < k+1 < e^{-1}$ , 则  $1 < e < \frac{1}{k+1}$ , 且  $f(1) = -(k+1) < 0$ ,

所以  $f(x)$  在  $(1, \frac{1}{k+1})$  上有一个零点; ..... 10分

另一方面, 由(1)得  $\ln x - \frac{1}{2}x < 0$ , 即  $\ln x^2 < x$ , 即  $x^2 < e^x$ ,

所以  $f(e^{\frac{1}{k+1}}) = \frac{1}{k+1} - (k+1)e^{\frac{1}{k+1}} = (k+1) \left[ \left(\frac{1}{k+1}\right)^2 - e^{\frac{1}{k+1}} \right] < 0$ ;

又  $\frac{1}{k+1} > e$  时,  $e^{\frac{1}{k+1}} > \left(\frac{1}{k+1}\right)^2 > \frac{1}{k+1}$ ,

所以  $f(x)$  在  $(\frac{1}{k+1}, e^{\frac{1}{k+1}})$  上有一个零点.

综上所述, 当  $-1 < k < \frac{1}{e} - 1$  时,  $f(x)$  有两个零点. .... 11分

故  $k$  的取值范围是  $(-1, \frac{1}{e} - 1)$ . .... 12分

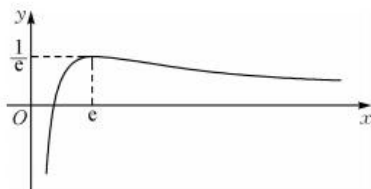
法二:  $f(x)$  有两个零点, 即  $f(x) = \ln x - (k+1)x = 0$  有两个不相等的实根,

等价转化为  $\frac{\ln x}{x} = k+1$ , 即  $g(x) = \frac{\ln x}{x}$  的图象与直线  $y = k+1$  有两个交点, ..... 7分

而  $g'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$ , 令  $g'(x) > 0$ , 得  $0 < x < e$ ; 令  $g'(x) < 0$ , 得  $x > e$ ,

所以  $g(x)$  在  $(0, e)$  上单调递增, 在  $(e, +\infty)$  上单调递减, ..... 8分

所以  $g(x)_{\max} = g(e) = \frac{1}{e}$ , 由此作出  $g(x) = \frac{\ln x}{x}$  的图象(如图所示).



当  $x \rightarrow 0$  时,  $g(x) \rightarrow -\infty$ ; 当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $g(x) \rightarrow 0$ , ..... 10分

所以  $0 < k+1 < \frac{1}{e}$ , 即  $-1 < k < \frac{1}{e} - 1$ , 所以  $k$  的取值范围为  $(-1, \frac{1}{e} - 1)$ . .... 12分

注意: 因为法二运用了数形结合, 建议扣三分之一的分.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

