咸阳市2023年高考模拟检测(一)

数学(文科)试题参考答案及评分标准

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. C　2. A　3. A　4. C　5. A　6. B　7. A　8. C　9. B　10. B　11. A　12. B

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 1 198　14. $(x-1)^2+y^2=1$　15. $\frac{\pi}{3}$　16. $\{x\,|\,x<0$ 或 $\frac{1}{e}<x<e\}$

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. 解:(1)当 $n=1$ 时,$a_1=S_1=1$;

当 $n\geq2$ 时,$a_n=\frac{S_n}{S_{n-1}}=2^{\frac{n(n-1)}{2}-\frac{(n-1)(n-2)}{2}}=2^{n-1}$,

综上,$a_n=2^{n-1}$. ……………………………………(6分)

(2)若选①$b_2^2=b_4$,又 $b_1=1$,因此 $(1+d)^2=1+3d(d\neq0)$,得 $d=1$,

$\therefore b_n=n$,则 $a_n+b_n=2^{n-1}+n$,

$T_n=(1+2+2^2+\cdots+2^{n-1})+(1+2+\cdots+n)$

$=\frac{1-2^n}{1-2}+\frac{n(n+1)}{2}=2^n-1+\frac{1}{2}n(n+1)$,

即 $T_n=2^n-1+\frac{1}{2}n(n+1)$. ……………………………………(12分)

若选②$b_3+b_5=8$,可知 $b_4=4$,因此 $b_n=n$,则 $a_n+b_n=2^{n-1}+n$,

$T_n=(1+2+2^2+\cdots+2^{n-1})+(1+2+\cdots+n)$

$=\frac{1-2^n}{1-2}+\frac{n(n+1)}{2}=2^n-1+\frac{1}{2}n(n+1)$,

即 $T_n=2^n-1+\frac{1}{2}n(n+1)$. ……………………………………(12分)

18. 解:(1)

	锻炼达标生	锻炼不达标	合计
男	60	120	180
女	40	180	220
合计	100	300	400

$K^2=\frac{400\times(60\times180-40\times120)^2}{180\times220\times100\times300}=\frac{400}{33}\approx12.12>10.828$,

故有99.9%以上的把握认为"锻炼达标生"与性别有关. ……………………………………(6分)

(2)"锻炼达标生"中男女人数之比为60:40=3:2,故抽取的男生有3人,女生有2人,

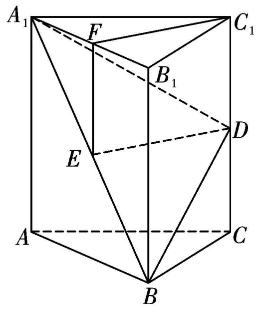
用 A,B,C 表示男生,用 D,E 表示女生,基本事件有 $AB,AC,AD,AE,BC,BD,BE,CD,CE,DE$ 共10个,

其中至少有一名女生的事件有 AD,AE,BD,BE,CD,CE,DE 共7个,

故所求概率为$\frac{7}{10}$. …………………………………………………………………… (12 分)

19. (Ⅰ)证明:分别取 A_1B,A_1B_1 的中点 E,F,连接 DE,EF,FC_1,

易知 $FE \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{2}B_1B, C_1D \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{2}B_1B$,知 C_1DEF 是平行四边形,有 $C_1F/\!/DE$,



由 $A_1C_1=B_1C_1$,F 是 A_1B_1 的中点,知 $C_1F\perp A_1B_1$,

而平面 $A_1B_1C_1\perp$ 平面 ABB_1A_1,且平面 $A_1B_1C_1\cap$ 平面 $ABB_1A_1=A_1B_1$,$C_1F\subsetneqq$ 平面 $A_1B_1C_1$,

因此 $C_1F\perp$ 平面 ABB_1A_1,

又 $C_1F/\!/DE$,

$\therefore DE\perp$ 平面 ABB_1A_1,而 $DE\subsetneqq$ 平面 A_1BD,

$\therefore$ 平面 $A_1BD\perp$ 平面 ABB_1A_1. ……………………………………………… (6 分)

(Ⅱ)解:注意到 $A_1C_1\perp$ 平面 B_1BD,设点 B_1 到面 A_1BD 的距离为 h,

则在三棱锥 B_1-A_1BD 中,$S_{\triangle A_1BD}\cdot h=S_{\triangle B_1BD}\cdot A_1C_1$,

$S_{\triangle B_1BD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1, A_1C_1=\sqrt{2}$,

在$\triangle A_1BD$ 中,$A_1B=\sqrt{6}, A_1D=BD=\frac{\sqrt{10}}{2}$,得 $S_{\triangle A_1BD}=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

于是$\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot h=1\times\sqrt{2}$,得 $h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

即点 B_1 到平面 A_1BD 的距离为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$. …………………………………………………… (12 分)

20. 解:(1)依题意$\begin{cases}a^2=b^2+c^2,\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2},\\ \frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2b=4,\end{cases}$ 解得 $a=2,b=1$,

故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………………… (6 分)

(2)设直线 $l:x=ty+m$,则由直线 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切得

$d=\frac{|m|}{\sqrt{1+t^2}}=1$,即 $m^2=1+t^2$,

联立$\begin{cases}x=ty+m,\\ x^2+4y^2=4,\end{cases}\Rightarrow(ty+m)^2+4y^2=4$, 即$(t^2+4)y^2+2tmy+m^2-4=0$,

$\Delta=(2tm)^2-4(t^2+4)(m^2-4)=16(t^2+4-m^2)=3>0$,

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则 $y_1+y_2=-\frac{2tm}{t^2+4}, y_1y_2=\frac{m^2-4}{t^2+4}$,

$\therefore |AB|=\sqrt{1+t^2}\,|y_1-y_2|=\sqrt{1+t^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}$

$=\sqrt{1+t^2}\frac{\sqrt{16(t^2+4-m^2)}}{t^2+4}=\frac{4\sqrt{3}}{t^2+4}\sqrt{1+t^2}$,

令 $\sqrt{1+t^2}=n\geqslant 1$,因此 $t^2=n^2-1$,代入上式得:

$|AB|=4\sqrt{3}\frac{n}{n^2+3}=4\sqrt{3}\frac{1}{n+\frac{3}{n}}\leqslant 2$,当且仅当 $n=\sqrt{3}$时等号成立,此时 $t=\pm\sqrt{2}, m=\pm\sqrt{3}$.

故:$|AB|$的最大值为 2. …………………………………………………………………………… (12 分)

21. 解:(1)$f'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}$,切点为$(0,0)$,斜率为$f'(0)=\frac{\cos 0-\sin 0}{e^0}=1$,所求切线为 $x-y=0$. …… (6 分)

(2)证明:$f(x)\leqslant x(x\in[0,\pi])$,即$\frac{\sin x}{e^x}\leqslant x(x\in[0,\pi])\Leftrightarrow xe^x-\sin x\geqslant 0(x\in[0,\pi])$,

令$g(x)=xe^x-\sin x,x\in[0,\pi]$,则$g'(x)=e^x+xe^x-\cos x$,

令$h(x)=e^x+xe^x-\cos x$,则$h'(x)=2e^x+xe^x+\sin x\geqslant 0$.

知$h(x)$在$[0,\pi]$上递增,有$h(x)\geqslant h(0)=0$,知$g(x)$在$[0,\pi]$上递增,

$\therefore g(x)\geqslant g(0)=0$,

综上,当$x\in[0,\pi]$时,$f(x)\leqslant x$. ……………………………………………………(12分)

(二)选考题,共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. 解:(1)曲线$C:\rho=4\sin\theta\Rightarrow\rho^2=4\rho\sin\theta\Rightarrow x^2+y^2=4y$,

即曲线C的直角坐标方程为$x^2+(y-2)^2=4$. ……………………………………………………(5分)

(2)法1:$\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ x^2+(y-2)^2=4,\end{cases}\Rightarrow(1+\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2+(\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2=4$,

即$t^2+\sqrt{2}t-3=0$,得$\begin{cases}t_1+t_2=-\sqrt{2},\\ t_1t_2=-3,\end{cases}$

$\therefore |PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{2+12}=\sqrt{14}$. ……………………(10分)

法2:直线$\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$为参数)化为直角坐标方程为$x-y+1=0$,圆心$(0,2)$到直线$l$的距离为$d=\frac{1}{\sqrt{2}}$,

得$|PA|+|PB|=|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{4-\frac{1}{2}}=\sqrt{14}$. ……………………………………(10分)

23. 解:(1)$f(x)=|2x-1|+|2x+2|=\begin{cases}-4x-1,x<-1,\\ 3,-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},\\ 4x+1,x>\frac{1}{2},\end{cases}$

$f(x)\leqslant 4$,即$\begin{cases}x<-1,\\ -4x-1\leqslant 4,\end{cases}$或$\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},\\ 3\leqslant 4,\end{cases}$或$\begin{cases}x>\frac{1}{2},\\ 4x+1\leqslant 4,\end{cases}$

解得$\{x|-\frac{5}{4}\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\}$. ……………………………………………………(5分)

(2)由(1)知$f(x)_{\min}=m=3$,即$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}=3(a,b,c\in\mathbf{R}^+)$

$\therefore a+2b+3c=\frac{1}{3}(a+2b+3c)(\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c})$

$=\frac{1}{3}[3+(\frac{2b}{a}+\frac{a}{2b})+(\frac{a}{3c}+\frac{3c}{a})+(\frac{2b}{3c}+\frac{3c}{2b})]$

$\geq\frac{1}{3}(3+2\sqrt{\frac{2b}{a}\cdot\frac{a}{2b}}+2\sqrt{\frac{a}{3c}\cdot\frac{3c}{a}}+2\sqrt{\frac{2b}{3c}\cdot\frac{3c}{2b}})=3$,

当且仅当$a=2b=3c=1$,即$a=1,b=\frac{1}{2},c=\frac{1}{3}$时等号成立

综上$a+2b+3c\geq 3$. ……………………………………………………………(10分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。