2023届高三联合模拟考试（参考答案）

一、单选题：本大题共8题，每小题5分，共40分.

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	D	C	A	C	B	A

二、多选题：本大题共4题，每小题5分，共20分，全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分.

9	10	11	12
ABC	BC	ACD	ABD

三、填空题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．其中第16题的第一个空填对得2分，第二个空填对得3分.

13. 96　　14. 140　　15. 9　　16. 101 （2分），842（3分）

四、解答题：本大题共6个大题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】

(1)因为 $\boldsymbol{m}//\boldsymbol{n}$，所以$(b-a)(\sin A+\sin B)=-(c+b)\sin C$，……1分

由正弦定理得$(b-a)(a+b)=-(c+b)c$，所以 $b^2+c^2-a^2=-bc$，

所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\dfrac{1}{2}$，……3分

因为 $A\in(0,\pi)$，故 $A=\dfrac{2\pi}{3}$.……5分

（2）$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}bAD\sin\dfrac{A}{2}+\dfrac{1}{2}cAD\sin\dfrac{A}{2}$

$\therefore \dfrac{1}{2}bc\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}2b\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}2c\dfrac{\sqrt{3}}{2}$……6分

$\therefore bc=2b+2c\ge 4\sqrt{bc}\ \ \therefore bc\ge 16$……7分

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{4}bc\ge 4\sqrt{3}$.……8分

当且仅当$b=c$时取等号.……9分

$S_{\Delta ABC}$最小值为$4\sqrt{3}$.……10分

18.【解析】

(1)选择①

由题得$[2S_n-(n^2+n)](S_n+1)=0$……1分

又$\because S_n>0$，$\therefore S_n=\frac{n^2+n}{2}$……2分

当$n=1$时，$a_1=S_1=1$……3分

当n ≥ 2时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n^2+n}{2}-\frac{(n-1)^2+n-1}{2}=n$ ……………………5分

当n = 1时也适合上式

综上，$a_n=n$ ……………………6分

选择②

当n = 1时，$a_1{}^2+2a_1-1=2a_1$，$\therefore a_1{}^2=1$，$\because a_1>0$，$\therefore a_1=1$ ……………………1分

当n ≥ 2时，$2a_n=2S_n-2S_{n-1}=a_n{}^2+2a_n-n-[a_{n-1}{}^2+2a_{n-1}-(n-1)]$

即$a_n{}^2-a_{n-1}{}^2-2a_n-1=0$，即$a_n{}^2=(a_{n-1}+1)^2$， ……………………3分

$\because a_n>0\ \therefore a_n=a_{n-1}+1$， ……………………4分

即$a_n-a_{n-1}=1$ $\therefore\{a_n\}$是以1为首项，1为公差得等差数列 ……………………5分

$\therefore a_n=n$ ……………………6分

选择③

当n ≥ 2时，$S_n=\frac{S_n}{S_{n-1}}\cdot\frac{S_{n-1}}{S_{n-2}}\cdot\dots\cdot\frac{S_2}{S_1}\cdot S_1$

$\therefore S_n=\frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{n}{n-2}\cdot\frac{n-1}{n-3}\cdots\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{3}{1}\cdot1=\frac{n(n+1)}{2}$,

当n = 1时，$S_1=1$也适合上式 ……………………3分

当n ≥ 2时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n^2+n}{2}-\frac{(n-1)^2+n-1}{2}=n$ ……………………5分

当n = 1时也适合上式

综上，$a_n=n$ ……………………6分

(2) $b_n=2^n-1$， ……………………7分

$c_n=\frac{2^n}{(2^{n+1}-1)(2^n-1)}=\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$ ……………………9分

$\therefore c_1+c_2+\dots+c_n=\frac{1}{2-1}-\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{2^2-1}-\frac{1}{2^3-1}+\dots+\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$

$\therefore c_1+c_2+\dots+c_n=1-\frac{1}{2^{n+1}-1}$ ……………………11分

$\because\frac{1}{2^{n+1}-1}>0$，$\therefore c_1+c_2+\dots+c_n<1$ ……………………12分

19. 【解析】

【解析】

（1）[方法一]$\because$三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，$\therefore AC=A_1C_1=8$

在ΔABC中，$CB=4$，$AB=4\sqrt{3}$，$\therefore AC^2=CB^2+AB^2$，即 CB ⊥ AB ……………………1 分

$\because AA_1\perp$平面ABC，BC ⊂ 平面 ABC，$\therefore AA_1\perp BC$

$\because AA_1\cap AB=A$，$AA_1\subset$平面AA_1B_1B，$AB\subset$平面AA_1B_1B，$\therefore BC\perp$平面AA_1B_1B ……………………2 分

$\because A_1D\subset$平面AA_1B_1B，$\therefore A_1D\perp BC$ 即$A_1D\perp B_1C_1$ ……………………3 分

$\because D$为线段AB的中点，$\therefore S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}=4\sqrt{3}$

$\therefore V_{三棱锥A-A_1DC}=V_{三棱锥A_1-ADC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ADC}\cdot AA_1=\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot AA_1=8$

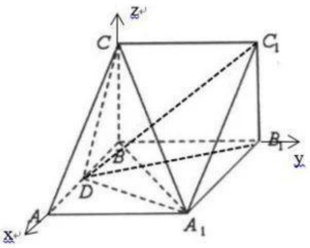
$\therefore AA_1=2\sqrt{3}$ ……………………4 分

在ΔAA_1D中$A_1D=\sqrt{AD^2+AA_1{}^2}=2\sqrt{6}$ ，同理$B_1D=2\sqrt{6}$

$\because$在ΔB_1A_1D中，$A_1D^2+B_1D^2=A_1B_1{}^2$ ，$\therefore A_1D\perp B_1D$ ....5 分

$\because A_1D\perp B_1C_1$，$A_1D\perp B_1D$ ，且$B_1C_1\cap B_1D=B_1$ ，$\therefore A_1D\perp$平面B_1C_1D ....6 分

[方法二]$\because$三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$\therefore AC=A_1C_1=8$



在ΔABC 中，$CB=4$ ，$AB=4\sqrt{3}$,$\therefore AC^2=CB^2+AB^2$，即 $CB\perp AB$

$\because D$ 为线段 AB 的中点，$\therefore S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}=4\sqrt{3}$

$\therefore V_{三棱锥A-A_1DC}=V_{三棱锥A_1-ADC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ADC}\cdot AA_1=\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot AA_1=8$

$\therefore AA_1=2\sqrt{3}$ ....3 分

$\because BB_1\perp$平面 ABC，$CB\perp AB$ ，$\therefore$以 B 为坐标原点，以 BA，BB_1，BC 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $B-xyz$.

由 $D(2\sqrt{3},0,0)$，$A_1(4\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$，$B_1(0,2\sqrt{3},0)$, $C_1(0,2\sqrt{3},4)$

得$\overrightarrow{DA_1}=(2\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{DB_1}=(-2\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{DC_1}=(-2\sqrt{3},2\sqrt{3},4)$

$\because \overrightarrow{DA_1}\cdot\overrightarrow{DB_1}=0$，$\overrightarrow{DA_1}\cdot\overrightarrow{DC_1}=0$

$\therefore A_1D\perp B_1C_1$，$A_1D\perp B_1D$，又$B_1C_1\cap B_1D=B_1$ ，$\therefore A_1D\perp$平面B_1C_1D ....6 分

（2）[方法一]

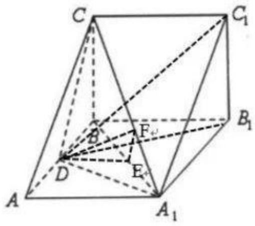
过 D 作 $DE\perp A_1B$于 E，过 E 作 $EF\perp A_1C$于 F，连结 DF

由（1）$BC\perp$平面 AA_1B_1B ,$BC\subset$平面A_1BC，$\therefore$平面 $AA_1B_1B\perp$平面A_1BC，交线为A_1B

$\because DE\perp A_1B$，$\therefore DE\perp$平面A_1BC，$\therefore DE\perp A_1C$，

$\because EF\perp A_1C$，$DE\cap EF=E$，$\therefore A_1C\perp$平面 DEF，$\therefore A_1C\perp DF$

则$\angle DFE$ 为二面角 $D-A_1C-B$的平面角 ....9 分



在ΔA_1DB 中 $DE=\frac{S_{\Delta A_1BD}}{\frac{1}{2}A_1B}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$，$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\frac{4\sqrt{15}}{5}$,

则$A_1E=\frac{6\sqrt{15}}{5}$,

又 $EF=\frac{A_1E}{A_1C}\cdot BC=\frac{12\sqrt{285}}{95}$

在 $Rt\Delta DEF$ 中，$\cos\angle DFE=\frac{6\sqrt{55}}{55}$. $\therefore$ 平面A_1CD与平面A_1BC夹角的余弦值是$\frac{6\sqrt{55}}{55}$ ....12 分

[方法二]同（1）问法二建系 ，$B(0,0,0)$，$D(2\sqrt{3},0,0)$，$A_1(4\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$, $C(0,0,4)$

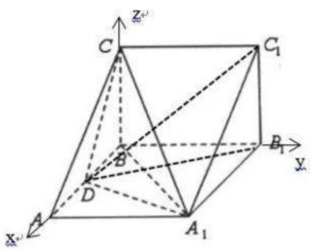
设平面A_1CD的一个法向量为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$

$\overrightarrow{DA_1}=(2\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{DC}=(-2\sqrt{3},0,4)$

$\vec{m}\perp\overrightarrow{DA_1}$ $\therefore \vec{m}\cdot\overrightarrow{DA_1}=0$, 即 $2\sqrt{3}x_1+2\sqrt{3}y_1=0$

$\vec{m}\perp\overrightarrow{DC}$ $\therefore \vec{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0$, 即$-2\sqrt{3}x_1+4z_1=0$

令$x_1=2$ ，则$\vec{m}=(2,-2,\sqrt{3})$ ....8 分



设平面A_1BC的一个法向量为$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$

$\overrightarrow{BA_1}=(4\sqrt{3},2\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{BC}=(0,0,4)$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{BA_1}$ $\therefore\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0$, 即 $4\sqrt{3}x_2+2\sqrt{3}y_2=0$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{BC}$ $\therefore\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$, 即 $4z_2=0$

令$x_2=1$，则$\vec{n}=(1,\ -2,\ 0)$ ....10 分

$$\cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{2+4}{\sqrt{11\times5}}=\frac{6\sqrt{55}}{55}$$

$\therefore$ 平面A_1CD与平面A_1BC夹角的余弦值是$\frac{6\sqrt{55}}{55}$． ....12 分

20.【解析】

（1）2× 2 列联表如下：

	喜爱足球运动	不喜爱足球运动	合计
男性	60	40	100
女性	20	80	100
合计	80	120	200

..............................2 分

零假设 H_0：喜爱足球运动与性别独立，即“喜爱足球运动”与性别无关， ....3 分

$\chi^2=$

$$\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200\times(60\times80-20\times40)^2}{100\times100\times80\times120}=\frac{100}{3}\approx33.333>10.828=x_{0.001}$$

................5 分

依据小概率值 a=0.001 的独立性检验，我们推断 H_0 不成立，即认为喜爱足球运动与性别有关，此推断犯错误的概率不大于 0.001． ....6 分

（2）由题意可知，X 的所有可能取值为 0，1，2， ....7 分

$P(X=0)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$， ....8 分

$P(X=1)=1-\frac{1}{6}-\frac{2}{9}=\frac{11}{18}$， ....9 分

$p(X=2)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$， ....10 分

$\therefore X$ 的分布列为：

x	0	1	2
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{18}$	$\frac{2}{9}$

....11 分

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{11}{18}+2\times\frac{2}{9}=\frac{19}{18}$． ....12 分

21.【解析】

（1）由抛物线的定义可得$\frac{p}{2}+1=2$，∴p=2，∴抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$. ……2 分

又直线 l 的斜率为 1，过抛物线的焦点 F（1,0）可得直线 l 的方程为 y=x-1

联立$\begin{cases} y=x-1 \\ y^2=4x \end{cases}$ 得 $x^2-6x+1=0$. ……3 分

设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，则 $x_1+x_2=6$. ……4 分

∴$|MN|=x_1+x_2+p=6+2=8$. ……5 分

（2）[方法一]

解：依题可知，直线 l 的斜率不为 0，F(1，0)，

设直线 l：$x=ty+1$，则 $E(0, -\frac{1}{t})$， ……6 分

联立$\begin{cases} x=ty+1 \\ y^2=4x \end{cases}$，得 $y^2-4ty-4=0$ ……7 分

$\Delta=16t^2+16>0$，设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，

则 $y_1+y_2=4t$，$y_1+y_2=-4$ ……8 分

$\overrightarrow{EM}=(x_1, y_1+\frac{1}{t})$，$\overrightarrow{MF}=(1-x_1, -y_1)$，又 $\overrightarrow{EM}=\lambda_1\overrightarrow{MF}$

$\therefore \begin{cases} x_1=\lambda_1(1-x_1) \\ y_1+\frac{1}{t}=\lambda_1(-y_1) \end{cases} \Rightarrow \lambda_1=-1-\frac{1}{ty_1}$ ……9 分

同理，$\Rightarrow \lambda_2=-1-\frac{1}{ty_2}$ ……10 分

故，$\lambda_1+\lambda_2=-1-\frac{1}{ty_1}-1-\frac{1}{ty_2}=-2-\frac{1}{t}(\frac{1}{y_1}+\frac{1}{y_2})=-2-\frac{1}{t}\cdot\frac{y_1+y_2}{y_1y_2}$

$=-2-\frac{1}{t}\cdot(-t)=-1$. 所以，$\lambda_1+\lambda_2=-1$，为定值. ……12 分

[方法二]

设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，$E(0, t)$

则 $\overrightarrow{EM}=(x_1, y_1-t)$，$\overrightarrow{MF}=(1-x_1, -y_1)$，又 $\overrightarrow{EM}=\lambda_1\overrightarrow{MF}$

$\therefore \begin{cases} x_1=\lambda_1(1-x_1) \\ y_1-t=\lambda_1(-y_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{\lambda_1}{1+\lambda_1} \\ y_1=\frac{t}{1+\lambda_1} \end{cases}$， ……7 分

故 $M(\frac{\lambda_1}{1+\lambda_1},\frac{t}{1+\lambda_1})$，代入 $y^2=4x$ 中，

整理得 $4\lambda_1^{\ 2}+4\lambda_1-t^2=0$， ....9 分

又 $\overrightarrow{EN}=\lambda_2\overrightarrow{NF}$， 同理可得 $4\lambda_2^{\ 2}+4\lambda_2-t^2=0$'

所以，λ_1 和 λ_2 是方程 $4\lambda^2+4\lambda-t^2=0$ 的两个根， ....10 分

由韦达定理可得 $\lambda_1+\lambda_2=-1$.

所以， $\lambda_1+\lambda_2=-1$，为定值. ....12 分

22.【解析】

（1）由题意得 $f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}+a$； ....1 分

$\therefore f'(1)=a=2$; ....2 分

$f(1)=e+2b=3$; ....3 分

$\therefore$ 解得：$\begin{cases}a=2\\ b=\frac{3-e}{2}\end{cases}$ ....4 分

（2）当 a=0 时，$f(x)=\frac{e^x}{x}+2b$；

令 f(x)=g(x)得：$\frac{e^x}{x}+2b=\frac{e+b-1}{x}$；

即 $e^x+2bx-e-b+1=0$;

令 $h(x)=e^x+2bx-e-b+1,\ \ 0<x<1$；

则 $h'(x)=e^x+2b, 0<x<1$;

且 $1+2b<e^x+2b<e+2b$;

（i）当 $1+2b\geq 0$ 时，即 $b\geq-\frac{1}{2}$时，$h'(x)>0$ 恒成立，

h(x)在(0,1)上单调递增，∴ h(x)至多一个零点，不符合题意，舍； ....5 分

（ii）当 $e+2b\leq 0$ 时，即 $b\leq-\frac{e}{2}$时，$h'(x)<0$ 恒成立，

h(x)在(0,1)上单调递减，∴ h(x)至多一个零点，不符合题意，舍； ....6 分

(iii)当 $1+2b<0<e+2b$ 时，即$-\frac{e}{2}<b<-\frac{1}{2}$时，

令 h'(x)>0 得 x>ln(-2b);令 h'(x)<0 得 0<x<ln(-2b);

$\therefore$ h(x)在$(0,\ln(-2b))$上减，在$(\ln(-2b),1)$上增；

$\therefore h(x)_{min}=h(\ln(-2b))=-3b+2b\ln(-2b)-e+1$;

若 h(x)在(0,1)上存在两个零点，则 h(0)>0,h(1)>0,$h(x)_{min}<0$；

由$\begin{cases}h(0)=2-e-b>0\\ h(1)=b+1>0\end{cases}$得$-1<b<2-e$; ....8 分

下证：当$-1<b<2-e$ 时，$h(x)_{min}<0$

令 $H(x)=-3x+2x\ln(-2x)-e+1,\ \ \ -1<x<2-e$;

则 $H'(x)=-1+2\ln(-2x), -1<x<2-e$;

令 $H'(x)>0$ 得 $x<-\frac{\sqrt{e}}{2}$;令 $H'(x)<0$ 得 $x>-\frac{\sqrt{e}}{2}$;

$\therefore H(x)$在$(-1,-\frac{\sqrt{e}}{2})$上增，在$(-\frac{\sqrt{e}}{2},2-e)$上减;

$\therefore H(x)_{max}=H(-\frac{\sqrt{e}}{2})=\sqrt{e}-e+1$; ....10 分

$\because e<(e-1)^2, \therefore \sqrt{e}<e-1, \sqrt{e}-e+1<0$;

$\therefore H(x)_{max}<0, \therefore H(x)<0$ 恒成立;

即当$-1<b<2-e$时，$h(x)_{min}<0$ 恒成立；$h(x)$在$(0,1)$上有两个零点;

$\therefore$综上，$-1<b<2-e$. ....12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。