

2020 学年第二学期五校联考试题

高三年级数学学科

命题：绍兴一中

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 答题前，在答题卷指定区域填写学校、班级、姓名、试场号、座位号及准考证号。
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效；
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

参考公式：

如果事件 A, B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立，那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

台体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积，

h 表示台体的高

柱体的体积公式

$$V = Sh$$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $A = \{1, 3\}$ ，则 $C_U A =$

- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{2, 4, 5\}$ C. $\{1, 3\}$ D. \emptyset

2. 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，复数 $z = (a^2 - 3a + 2) + (a - 1)i$ (i 为虚数单位) 是纯虚数，则复数 $\frac{1}{z+2}$ 的虚部是

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{3}i$ D. $-\frac{1}{5}i$

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = 2x + y$ 的最小值是

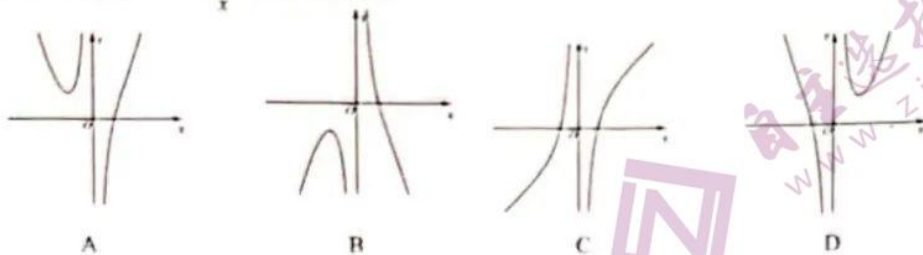
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $2^{a+1} > 2^b$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

数学试题卷·第 1 页 (共 4 页)

5. 函数 $f(x) = x^2 + \frac{\ln|x|}{x}$ 的图象大致是



6. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + 4y^2 = 4$, 则 xy 的最小值是

- A. -2 B. $-\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{2}$ D. -1

7. 已知不全相等的实数 a, b, c 成等比数列, 则一定不可能是等差数列的为

- A. a, c, b B. a^2, b^2, c^2 C. $|a|, |b|, |c|$ D. $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

8. 甲、乙、丙、丁、戊 5 个人分到 A, B, C 三个班, 要求每班至少一人, 则甲不在 A 班的分法种数有

- A. 160 B. 112 C. 100 D. 86

9. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有棱长均为 2, E 为 BD 的中点, 空间中的动点 P 满足 $PA \perp PE, PC \perp AB$, 则动点 P 的轨迹长度为

- A. $\frac{11\pi}{16}$ B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{8}$ C. $\frac{\sqrt{11}\pi}{2}$ D. $\sqrt{3}\pi$

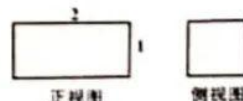
10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是双曲线 C 上的点, 且

$Q(\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}, 0)$ 满足 $\angle F_1PQ = \frac{\pi}{6}, \angle F_2PQ = \frac{\pi}{2}$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{43}}{5}$

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分。

11. 已知某三棱柱的三视图如图所示, 那么该三棱柱的体积为 _____, 表面积为 _____.



12. 已知直线 $l: y = kx$ 与圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$, 若 $k = \frac{1}{3}$, 直线 l 与圆相交于 A, B 两点, 则 $|AB|$ 为 _____, 若直线 l 与圆相切, 则实数 $k =$ _____.

13. 已知 $x^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_6(x+1)^6$, 则 $a_2 =$ _____, $a_1 + a_2 + \dots + a_6 =$ _____.
14. 某同学在上学路上要经过二个红绿灯十字路口, 已知他在第一个十字路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{2}$.
若他在第一个十字路口遇到红灯, 则在第二个十字路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$;
若他在第一个十字路口遇到绿灯, 则在第二个十字路口遇到红灯的概率为 $\frac{2}{3}$.
记他在上学路上遇到红灯的次数为 ξ , 则 $P(\xi = 0) =$ _____, ξ 的数学期望为 _____.
15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + a\cos x, x \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right]$ 的最小值为 a , 则实数 a 所有取值组成的集合为 _____.
16. 设 \vec{a}, \vec{b} 为单位向量, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - 3\vec{b}|$ 的最大值是 _____.
17. 已知 $a > 0$, 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + (2+2a)x, & (0 < x < a+2) \\ ax, & (x \geq a+2) \end{cases}$, 存在 x_0 满足 $f(f(x_0)) = x_0$, 且 $f(x_0) \neq x_0$, 则 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. (本题满分 14 分)

设常数 $k \in \mathbb{R}$, 已知 $f(x) = k \cos 2x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x$.

- (I) 若 $f(x)$ 是奇函数, 求 k 的值及 $f(x)$ 的单调递增区间;
(II) 设 $k=1$, $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $f(A)=1$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S = abc$, 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

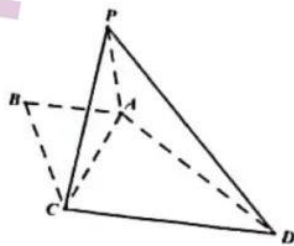
19. (本题满分 15 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 中, 满足

$AB \parallel CD, \angle ABC = 90^\circ, AB = 1, BC = \sqrt{3}, CD = 2$.

将 $\triangle BAC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle PAC$, 使得 $PD = 2$.

- (I) 求证: 平面 $PAC \perp$ 平面 ACD ;
(II) 求直线 CD 与平面 PAD 所成角的正弦值.



20. (本题满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 中, $a_1=1, b_1=2, a_{n+1}=a_n+b_n+2(-1)^{n+1}, b_{n+1}=a_n+b_n+(-1)^{n+1}, n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 证明 $\{a_n+b_n+(-1)^n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

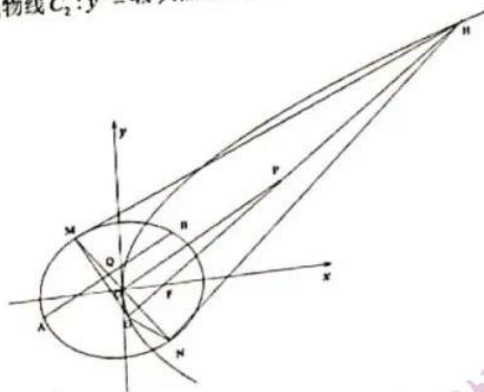
(II) 设 $c_n = a_n \cdot \log_2 b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} .

21. (本题满分 15 分)

如图, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与抛物线 $C_2: y^2 = 4x$ 共焦点 F , 且椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求椭圆 C_1 的方程;

(II) 若点 P 在射线 $x=4 (y \geq 2)$ 上运动, 点 A, B 为椭圆 C_1 上的两个动点, 满足 $AB \parallel OP$, 且 Q 为 AB 的中点, 连接 PF 交抛物线 C_2 于 G, H 两点, 连接 OQ 交椭圆 C_1 于 M, N 两点, 求四边形 $MGNH$ 面积的取值范围.



22. (本题满分 15 分)

已知 $f(x) = ae^x - \frac{e}{6}x^3 + bx^2 + cx, (a, b, c \in \mathbb{R})$. (e 为自然对数的底数, $e \approx 2.71828 \dots$).

(I) 当 $a=0$ 时, 若函数 $f(x)$ 与直线 $y=ex$ 相切于点 $(1, e)$, 求 b, c 的值;

(II) 当 $a = \frac{1}{e}$ 时, 若对任意的正实数 b , $f(x)$ 有且只有一个极值点, 求负实数 c 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》