

哈三中 2022 级摸底考试数学卷

考试时间：90 分钟 试卷满分：120 分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号填写在答题卡上。
2. 作答时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 以下元素的全体能构成集合的是（ ）
A. 中国古代四大发明
B. 接近于 1 的所有正整数
C. 未来世界的高科技产品
D. 地球上的小河流
2. 设全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | 2 < x < 5\}$ ， $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ，则集合 $A \cap (C_U B) =$ （ ）
A. $\{x | 2 < x < 3\}$ B. $\{x | 2 < x \leq 3\}$ C. $\{x | 3 \leq x < 5\}$ D. $\{x | 3 < x < 5\}$
3. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，则“ $x = 0$ ”是“ $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ ”的（ ）
A. 充分必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件
D. 既不充分也不必要条件
4. 已知集合 $M = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$ ， $N = \{x | x > a\}$ ，若 $M \cap N \neq \emptyset$ ，则实数 a 的取值范围是（ ）
A. $\{a | a < 2\}$ B. $\{a | a \leq 2\}$
C. $\{a | a < -4\}$ D. $\{a | a \leq -4\}$
5. 全集 $U = \{x | |x| \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$ ，集合 $B = \{x | x \in U, 2 - x \in U\}$ ，则 $C_U B =$ （ ）
A. $\{-4, -3, -2\}$ B. $\{-4, -3\}$ C. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ D. $\{-4, -1\}$

11. 命题“ $\exists x \in [1,3], x^2 - a \leq 0$ ”是真命题的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a \geq -1$ B. $a \geq 0$ C. $a \geq 2$ D. $a \geq 3$

12. 1872年德国数学家戴德金从连续性的要求出发,用有理数的“分割”来定义无理数(史称“戴德金分割”),并把实数理论建立在严格的科学基础上,从而结束了无理数被认为“无理”的时代,也结束了数学史上的第一次大危机.将有理数集 Q 划分为两个非空的子集 M 与 N ,且满足 $M \cup N = Q, M \cap N = \emptyset$, M 中的每一个元素都小于 N 中的每一个元素,则称 (M, N) 为戴德金分割.试判断下列选项中,可能成立的是 ()

- A. $M = \{x \in Q | x < 0\}, N = \{x \in Q | x > 0\}$ 满足戴德金分割
B. M 没有最大元素, N 有一个最小元素
C. M 有一个最大元素, N 有一个最小元素
D. M 没有最大元素, N 也没有最小元素

三、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 设 $x \in R$,则“ $0 \leq x < 1$ ”是“ $-1 \leq x \leq 1$ ”的_____条件.

14. 设集合 $A = \left\{ x \in Z \mid \frac{6}{2+x} \in N \right\}$,则用列举法表示集合 A 为_____.

15. 设全集 $U = \{2, 4, m^2 + m - 5\}$,集合 $A = \{2, 1 - m\}$,若 $C_U A = \{1\}$,则实数 $m =$ _____.

16. 对于集合 $M = \{a \mid a = x^2 - y^2, x \in Z, y \in Z\}$,给出如下三个结论:

- ①如果 $P = \{b \mid b = 2n + 1, n \in Z\}$,那么 $P \subseteq M$; ②如果 $c = 4n + 2, n \in Z$,那么 $c \notin M$;
③如果 $a_1 \in M, a_2 \in M$,那么 $a_1 a_2 \in M$.其中正确结论的序号是_____.

四、解答题(本题共4小题,每小题10分,共40分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.)

17. 已知集合 $A = \{a^2, a + 2, 2\}$.

- (1) 若 $-1 \in A$,求实数 a 的值;
(2) 若 $B = \{-2, 2\}$,且 $A \cap B$ 的元素个数为2,求实数 a 的值;
(3) 若 $4 \in A$,求实数 a 的值.

18. 已知 $M = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, $N = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -6\}$.

(1) 若 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $x \in N$ 是 $x \in M$ 的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \left\{x \in \mathbf{N} \mid -\frac{1}{3} < x < 2\right\}$, $B = \{x | ax + 3 \geq 0\}$, $C = \{x | x^2 - kx + 1 = 0\}$.

(1) 若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cap C = C$, 求实数 k 的取值范围.

20. 已知集合 $M = \left\{\frac{1}{k} \mid 1 \leq k \leq 100, k \in \mathbf{N}^*\right\}$, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $n \geq 2$. 若

$A \subseteq M$, 且对集合 A 中的任意两个元素 $a_i, a_j, i \neq j$, 都有 $|a_i - a_j| \geq \frac{1}{30}$, 则称集合 A 具有性质 P .

(1) 判断集合 $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\right\}$ 是否具有性质 P ;

(2) 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 具有性质 P .

① 求证: $(a_i - a_j)$ 的最大值不小于 $\frac{n-1}{30}$;

② 求 n 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

