

哈师大附中 2021 年高三第三次模拟考试

理科数学

注意事项:

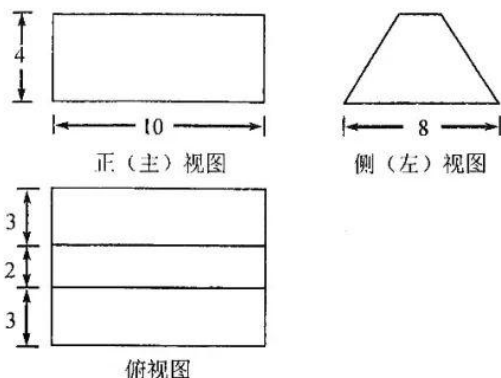
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $\cos\theta - \sin\theta = \frac{4}{3}$, 则 θ 的终边在
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 复数 z 满足: $z\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 下面各式正确的是
A. $|z| = \frac{1}{2}$ B. $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
C. $z^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $z \cdot \bar{z} = 1$.
3. 下面说法错误的是
A. 离散型随机变量的各个可能值表示的事件是彼此互斥的;
B. 利用频率分布直方图计算的样本数字特征是样本数字特征的估计值;
C. 两个相关变量的线性相关性越强,相关系数的绝对值越接近于 1;
D. 在分层抽样的过程中,哪一层的样本越多,该层中个体被抽取的可能性越大.
4. 人们用分贝 (dB) 来划分声音的等级,声音的等级 $d(x)$ 单位 (dB) 与声音强度 x (单位 W/m^2) 满足 $d(x) = 9\lg \frac{x}{1 \times 10^{-13}}$, 一般两人小声交谈时,声音的等级约为 54dB, 在有 50 人的课堂上讲课时,老师声音的强度约为一般两人小声交谈时声音强度的 10 倍,则老师声音的等级约为
A. 36d B. 63dB C. 72dB D. 81dB
5. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点到双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 渐近线的距离是
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{16}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{32}$
6. S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 + a_2 + a_3 = 3$, $a_7 + a_9 = 10$, 则 $S_9 =$
A. 9 B. 16 C. 20 D. 27

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为
- A. 240
B. 200
C. 320
D. 180



8. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 和 $\triangle ABC$ 都是等边三角形, $AB = 2, PC = 1, D$ 为棱 AB 上一点, 则 $\vec{PD} \cdot \vec{PC}$ 的值为
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 与 D 点位置有关
9. 已知把函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 后得到的图象关于 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称, $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{18})$ 上具有单调性, 则 ω 的最大值为
- A. 8 B. 16 C. 32 D. 36
10. 将面积为 4 的矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起, 使二面角 $A-BD-C$ 的大小为 $\theta (0 < \theta < \pi)$, 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的体积的最小值为
- A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{32\pi}{3}$ D. 与 θ 的大小有关
11. 已知 P 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上任意一点, B 是椭圆 C 的上顶点, $|PB| \leq 2b$ 总成立, 则椭圆离心率的取值范围是
- A. $[0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$
12. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 且 U 的子集可表示由 0, 1 组成的 6 位字符串, 如: $\{2, 4\}$ 表示的是自左向右的第 2 个字符为 1, 第 4 个字符为 1, 其余字符均为 0 的 6 位字符串 010100, 并规定, 空集表示的字符串为 000000; 对于任意两集合 A, B , 我们定义集合运算 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$, $A * B = (A - B) \cup (B - A)$. 若 $A = \{2, 3, 4, 5\}, B = \{3, 5, 6\}$, 则 $A * B$ 表示的 6 位字符串是
- A. 101010 B. 011001 C. 010101 D. 000111

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题纸相应位置上.

13. S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_n = a \cdot 3^{n-1} + 1 (n \in N^*)$, 则 $a =$ _____.
14. 某校高一有 6 个班级争夺校篮球赛的前四名, 并对前四名发给不同的奖品, A, B 是其中两个班级, 若 A, B 不都得奖, 则不同的发奖方式共有 _____ 种.
15. 某公司一年购买 400 吨某种货物, 每次购买 x 吨 ($x \in N^*$), 运费为 4 万元/次, 一年总存储费用为 $4x$ 万元, 要使一年的总运费与总存储费用之和最小, 则 $x =$ _____ 吨.

16. 函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+2}e^x$ 的递增区间为_____；若 $a \in \left[-\frac{3}{e}, 0\right]$ ，则函数

$g(x) = (x-2)e^x - a(x+2)$ 零点的取值范围是_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在① $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，② $b+c=2\sqrt{3}$ ，③ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3$ 这三个条件中任选一个，补充到下面的问题中，若问题中的三角形存在，求 b, c 的值；若问题中的三角形不存在，说明理由。

问题：是否存在 $\triangle ABC$ ，它的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\sqrt{3}\sin A + \cos A = 2, a = 2$ _____？（注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分）

18. (本小题满分 12 分)

某联欢晚会举行抽奖活动，主办方设置了甲、乙两种抽奖方案，方案甲的中奖率为 $\frac{2}{3}$ ，中奖可以获得 2 分；方案乙的中奖率为 $\frac{2}{5}$ ，中奖可以获得 3 分；未中奖则不得分。每人有且只有一次抽奖机会，每次抽奖中奖与否互不影响，晚会结束后凭分数兑换奖品。

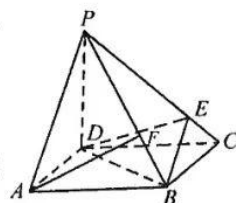
- (I) 若小明选择方案甲抽奖，小红选择方案乙抽奖，记他们的累计得分为 X ，求 $X \leq 3$ 的概率；
(II) 若小明、小红两人都选择方案甲或都选择方案乙进行抽奖，问：他们选择何种方案抽奖，累计得分的数学期望较大？

19. (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 底面 $ABCD$ 是矩形， $PD \perp$ 面 $ABCD, PD = AB = 2BC = 4$ ， E, F 是棱 PC, PB 上的点， $\vec{PE} = 3\vec{EC}, \vec{PF} = 2\vec{FB}$ 。

(I) 求证： $AF \parallel$ 平面 BDE ；

(II) 棱 PA 上是否存在点 M ，使 $CM \perp$ 面 BDE ？若存在，求出 $\frac{PM}{MA}$ 的值；不存在，请说明理由。

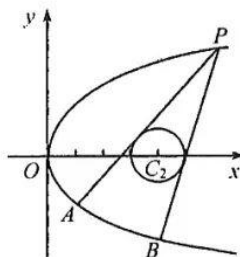


20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C_1: y^2 = x$ ，圆 $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 1$ 。

(I) 求圆心 C_2 到抛物线 C_1 准线的距离；

(II) 已知点 P 是抛物线 C_1 上一点（异于原点），过点 P 作圆 C_2 的两条切线，交抛物线 C_1 于 A, B 两点，若直线 PC_2 的斜率为 k_1 ，直线 AB 的斜率为 k_2 ， $k_1 \cdot k_2 = -\frac{5}{24}$ ，求点 P 的坐标。



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax + x \ln x + b$ 的图像在 $x = e$ (e 为自然对数的底数) 处的切线方程为 $3x - y - 3e = 0$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 当 $x > 1$ 时, $\frac{f(x) + 2e}{x - 1} > n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 恒成立, 求 n 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑. 本题满分 10 分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以 O 为极点, x 轴正半轴

为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是: $\rho^2 = \frac{12}{3\cos^2\theta + 4\sin^2\theta}$

(I) 求 C 的直角坐标方程和 l 的普通方程;

(II) 设 $P(0, 1)$, l 与 C 交于 A, B 两点, M 为 AB 的中点, 求 $|PM|$.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知, $f(x) = |2x - 1| + 2|x + 1|$.

(I) 解不等式 $f(x) \geq 4$;

(II) 设 $f(x)$ 最小值为 m , $a + 2b + 3c = m$, 求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的最小值.

哈师大附中三模(理科)数学答案

一、选择题:

DDDBD DAABA AC

二、填空题:

13. -3 ; 14. 216; 15. 20; 16. $(-\infty, -2), (-2, +\infty), [-1, 2]$

17. 选择条件是: _____; $\triangle ABC$ _____ (1分)

解:由已知: $2\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \therefore \sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ (4分)

$\therefore A + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right) \therefore A + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \therefore A = \frac{\pi}{3}$ (7分)

选①:由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc = \sqrt{3} \therefore bc = 4$ (8分)

由余弦定理: $4 = b^2 + c^2 - bc$ (10分)

解得: $b = 2, c = 2$ (12分)

选②:由已知: $b + c = 2\sqrt{3}$

由余弦定理得: $4 = b^2 + c^2 - bc$ (10分)

解得: $a = \frac{4\sqrt{3}}{3}, b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}, b = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (12分)

选③:由 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 3$ 得: $bc = 6$ (8分)

由余弦定理: $4 = b^2 + c^2 - bc \geq 2bc - bc \therefore bc \leq 4$ 矛盾

$\therefore \triangle ABC$ 不存在 (12分)

18. 解:(1)由已知得:小明中奖概率为 $\frac{2}{3}$,小红中奖的概率为 $\frac{2}{5}$.且两人中奖与否互不影响. (1分)

设“这两人的累计得分 $X \leq 3$ ”为事件 A,则 A 的对立事件为“ $X = 5$ ”

$\therefore P(X = 5) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ (4分)

$\therefore P(A) = 1 - P(X = 5) = \frac{11}{15}$ (6分)

(2)设小明、小红都选择方案甲,抽奖中奖次数为 X_1 ,都选择乙方案抽奖,中奖次数为 X_2 ,则这两人选择甲方案抽奖,累计得分的期望为 $E(2X_1)$,选择乙方案抽奖累计得分期望为 $E(3X_2)$ (8分)

由已知: $X_1 \sim B\left(2, \frac{2}{3}\right); X_2 \sim B\left(2, \frac{2}{5}\right)$ (10分)

$\therefore E(X_1) = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}, E(X_2) = 2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$

$\therefore E(2X_1) = 2E(X_1) = \frac{8}{3}, E(3X_2) = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$

$\therefore E(2X_1) > E(3X_2)$

\therefore 他们选择甲方案抽奖时,累计得分的期望较大 (12分)

19. (1) $\because PD \perp$ 平面 $ABCD, AD, CD \subset$ 平面 $ABCD$.

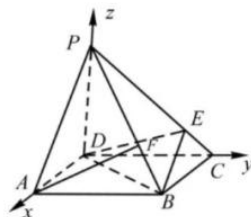
$$\therefore PD \perp AD, PD \perp CD$$

在矩形 $ABCD$ 中, $AD \perp CD$

$\therefore DA, DC, DP$ 三条线两两垂直

(1分)

如图, 分别以 DA, DC, DP 所在直线为 x 轴、 y 轴、 z 轴建立空间直角坐标系



$$\text{则: } A(2, 0, 0), B(2, 4, 0), C(0, 4, 0), P(0, 0, 4)$$

(2分)

$$\because \vec{PE} = 3\vec{EC} \quad \therefore E(0, 3, 1); \because \vec{PF} = 2\vec{FB} \quad \therefore \vec{PF} = \frac{2}{3}\vec{PB} = \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

$$\therefore \vec{AF} = \vec{AP} + \vec{PF} = (-2, 0, 4) + \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

设 $\vec{n} = (x, y, z)$ 为平面 BDE 的一个法向量

$$\text{由 } \begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{DE} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{DB} = 0 \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 3y + z = 0 \end{cases} \quad \text{取 } \vec{n} = (-2, 1, -3)$$

(4分)

$$\therefore \vec{AF} \cdot \vec{n} = \frac{4}{3} + \frac{8}{3} - 4 = 0$$

$$\therefore \vec{AF} \perp \vec{n}$$

又 $\because AF \not\subset$ 平面 BDE

$\therefore AF \parallel$ 平面 BDE

(7分)

(2) 假设存在 M 满足 $\vec{AM} = \lambda \vec{AP} (0 \leq \lambda \leq 1)$, 使 $CM \perp$ 平面 BDE

$$\vec{CM} = \vec{CA} + \vec{AM} = (2, -4, 0) + \lambda(-2, 0, 4) = (2 - 2\lambda, -4, 4\lambda)$$

(8分)

若 $CM \perp$ 平面 BDE , 则 $\vec{CM} \parallel \vec{n}$

$$\therefore \frac{2 - 2\lambda}{-2} = \frac{-4}{1} = \frac{4\lambda}{-3}$$

(10分)

$$\text{即: } \begin{cases} 2 - 2\lambda = 8 \\ 12 = 4\lambda \end{cases} \quad \therefore \lambda \in \emptyset$$

故不存在满足条件的点 M

(12分)

20. 解: (1) 由已知: $C_2(4, 0)$; C_1 的准线为: $x = -\frac{1}{4}$.

(2分)

$$\therefore \text{圆心 } C_2 \text{ 到 } C_1 \text{ 准线距离为 } 4 - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{17}{4}$$

(3分)

(2) 设 $P(y_0^2, y_0), A(y_1^2, y_1) \cdot B(y_2^2, y_2)$

$$\text{切线 } PA: x - y_0^2 = m_1(y - y_0)$$

$$\text{由 } \begin{cases} x = m_1 y + y_0^2 - m_1 y_0 \\ y^2 = x \end{cases} \text{ 得: } y^2 - m_1 y - y_0^2 + m_1 y_0 = 0$$

$$\text{由 } y_0 + y_1 = m_1 \text{ 得: } y_1 = m_1 - y_0$$

$$\text{切线 } PB: x - y_0^2 = m_2(y - y_0)$$

$$\text{同理可得: } y_2 = m_2 - y_0$$

$$\text{依题意: } C_2(4, 0) \text{ 到 } PA: x - m_1 y - y_0^2 + m_1 y_0 = 0 \text{ 距离 } \frac{|4 - y_0^2 + m_1 y_0|}{\sqrt{m_1^2 + 1}} = 1$$

$$\text{整理得: } (y_0^2 - 1)m_1^2 + (8y_0 - 2y_0^3)m_1 + y_0^4 - 8y_0^2 + 15 = 0$$

$$\text{同理: } (y_0^2 - 1)m_2^2 + (8y_0 - 2y_0^3)m_2 + y_0^4 - 8y_0^2 + 15 = 0$$

$$\therefore m_1 + m_2 = \frac{2y_0^3 - 8y_0}{y_0^2 - 1} \quad (y_0^2 \neq 1) \quad (9 \text{ 分})$$

$$\therefore k_1 = \frac{y_0}{y_0^2 - 4}, k_2 = \frac{y_1 - y_2}{y_1^2 - y_2^2} = \frac{1}{y_1 + y_2} = \frac{1}{m_1 + m_2 - 2y_0} = \frac{y_0^2 - 1}{-6y_0}$$

$$\therefore k_1 k_2 = \frac{y_0}{y_0^2 - 4} \cdot \frac{y_0^2 - 1}{-6y_0} = -\frac{5}{24}$$

解得: $y = \pm 4$

故所求 P 点坐标为 $(16, 4)$ 或 $(16, -4)$ (12 分)

21. 解: (1) 由已知: $f'(x) = a + 1 + \ln x$ (1 分)

$$\text{依题意: } \begin{cases} f(e) = 3e - 3e = 0 = ae + e \ln e + b \\ f'(e) = a + 1 + \ln e = a + 2 = 3 \end{cases}$$

解得: $a = 1, b = -2e$ (4 分)

(2) 由(1)知: $f(x) = x + x \ln x - 2e$

$$\frac{f(x) + 2e}{x - 1} > n \quad \text{即: } \frac{x + x \ln x}{x - 1} > n$$

设: $g(x) = \frac{x + x \ln x}{x - 1}, (x > 1)$ 原问题转化为 $g(x)_{\min} > n$ (5 分)

$$g'(x) = \frac{(1 + 1 + \ln x)(x - 1) - (x + x \ln x)}{(x - 1)^2} = \frac{x - \ln x - 2}{(x - 1)^2}$$

令 $h(x) = x - \ln x - 2, (x > 1)$

$$\therefore h'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x - 1}{x} > 0$$

$\therefore h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上递增.

$$\text{又: } h(3) = 1 \ln 3 < 0 \quad h(4) = 2 - 2 \ln 2 > 0$$

$\therefore h(x)$ 存在唯一零点, 设为 $x_0, x_0 \in (3, 4)$

$$h(x) > 0 \Rightarrow x > x_0, \quad h(x) < 0 \Rightarrow 1 < x < x_0$$

$$\therefore g'(x) > 0 \Rightarrow x > x_0, \quad g'(x) < 0 \Rightarrow 1 < x < x_0$$

$\therefore g(x)$ 在 $(1, x_0)$ 递减, $(x_0, +\infty)$ 上递增

$$\therefore g(x)_{\min} = g(x_0) = \frac{x_0 + x_0 \ln x_0}{x_0 - 1} \quad (9 \text{ 分})$$

$$\therefore g'(x_0) = 0 \quad \therefore x_0 - \ln x_0 - 2 = 0 \quad \therefore \ln x_0 = x_0 - 2$$

$$\therefore g(x)_{\min} = \frac{x_0 + x_0(x_0 - 2)}{x_0 - 1} = x_0 \in (3, 4) \quad \therefore x_0 > n \quad (11 \text{ 分})$$

$\therefore n$ 的最大值为 3 (12 分)

22. 解:(1)消参得 l 的普通方程为: $y=1-x$ (2分)

$$\therefore \rho^2 = \frac{12}{3\cos^2\theta + 4\sin^2\theta} \quad \therefore 3\rho^2\cos^2\theta + 4\rho^2\sin^2\theta = 12$$

$$\therefore \begin{cases} \rho\cos\theta = x \\ \rho\sin\theta = y \end{cases} \quad \therefore 3x^2 + 4y^2 = 12 \quad \therefore \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$$\therefore C \text{ 的直角坐标方程为: } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1. \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 设 A, B 对应参数为 t_1, t_2 , 则 M 对应参数为 $\frac{t_1 + t_2}{2}$

$$\text{由 } t \text{ 的几何意义知: } |PM| = \frac{|t_1 + t_2|}{2}$$

$$\text{将 } \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \text{ 代入 } 3x^2 + 4y^2 - 12 = 0 \text{ 得:}$$

$$3x \cdot \frac{1}{2}t^2 + 4\left(\frac{t^2}{2} + \sqrt{2}t + 1\right) - 12 = 0 \quad \therefore 7t^2 + 8\sqrt{2}t - 16 = 0 \quad \Delta > 0$$

$$\therefore t_1 + t_2 = -\frac{8\sqrt{2}}{7} \quad \therefore |PM| = \frac{|t_1 + t_2|}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad (10 \text{ 分})$$

23. (1) 解: 当 $x < -1$ 时, $f(x) = 1 - 2x - 2x - 2 = -4x - 1 \geq 4 \quad \therefore x \leq -\frac{5}{4} \quad \therefore x \leq -\frac{5}{4}$

$$\text{当 } -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ 时, } f(x) = 1 - 2x + 2x + 2 = 3 \geq 4 \quad \therefore x \in \emptyset$$

$$\text{当 } x > \frac{1}{2} \text{ 时, } f(x) = 2x - 1 + 2x + 2 = 4x + 1 \geq 4 \quad \therefore x \geq \frac{3}{4} \quad \therefore x \geq \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{不等式解集为: } \left(-\infty, -\frac{5}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}, +\infty\right) \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) f(x) = |2x - 1| + |2x + 2| = |1 - 2x| + |2x + 2| \geq |(1 - 2x) + (2x + 2)| = 3$$

$$\text{当且仅当 } (1 - 2x)(2x + 2) \geq 0, \text{ 即: } -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ 时, } f(x)_{\min} = 3 \quad \therefore m = 3 \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 3$$

由柯西不等式可得:

$$(a^2 + b^2 + c^2)(1^2 + 2^2 + 3^2) \geq (a + 2b + 3c)^2$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{3^2}{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{9}{14}$$

$$\text{当且仅当 } \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} \text{ 即: } a = \frac{3}{14}, b = \frac{6}{14}, c = \frac{9}{14} \text{ 时: } a^2 + b^2 + c^2 \text{ 最小值为 } \frac{9}{14} \quad (10 \text{ 分})$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》