

2022 届高三二轮复习联考(一) 全国卷

理科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】 $\complement_{\mathbb{R}}B = \{x|x \leq 1\}$ , 所以  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}}B) = \{x|-1 \leq x \leq 1\}$ , 故选 B.

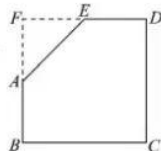
2.A 【解析】 $\frac{5i}{2+i} = \frac{5i(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{5(1+2i)}{5} = 1+2i$ , 在复平面对应的点坐标为(1,2), 故选 A.

3.D 【解析】街道甲的测评分数的极差是  $98-75=23$ , 街道乙的测评分数的极差是  $99-73=26$ , 两者不相等, 故 A 错误; 街道甲的测评分数的平均数为 86.5, 街道乙的测评分数的平均数为 88, 故 B 错误; 街道乙的测评分数的众数为 81, 故 C 错误; 街道甲的测评分数的中位数为 86.5, 街道乙的测评分数的中位数为 87.5, 故 D 正确, 故选 D.

4.A 【解析】 $\frac{\sin \alpha + 2\cos \alpha}{2\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha + 2}{2\tan \alpha - 1} = 1$ , 故选 A.

5.D 【解析】由图可知, 五边形 ABCDE 可看作正方形 BCDF 切去一个等腰直角三角形 AEF, 得到的几何体是一个圆柱挖去一个圆锥, 设圆柱和圆锥的体积分别为  $V_1, V_2$ ,

所以  $V = V_1 - V_2 = \pi R^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h' = 4\pi \cdot 2 - \frac{1}{3}\pi \cdot 1 = \frac{23}{3}\pi$ , 故选 D.



6.D 【解析】设圆心为  $(a, b)$ , 则有  $a+2b-7=0$ ,  $\frac{|a+2b-2|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$ , 解得  $a=-1, b=4$ , 则圆心为  $(-1, 4)$ ,

半径  $r = \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2} = \sqrt{5}$ , 则圆心到直线  $2x+y-6=0$  距离  $d = \frac{|-2+4-6|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ , 则弦长  $= 2\sqrt{r^2-d^2} = 2 \times$

$\sqrt{5 - \frac{16}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ , 故选 D.

7.C 【解析】 $f(-x) = -\ln|\frac{1}{x}| = \ln|x| = -f(x)$ , 所以  $f(x)$  为奇函数, 排除 B, D; 又  $f(e) = -e < 0$ , 排除 A, 故选 C.

8.C 【解析】由题意得  $f(x) = ax^2 + 2bx + 1 = 0$  有两个根, 则有  $\Delta > 0$ , 解得  $b^2 > a$ ,  $a, b$  分别是从 1, 2, 3 中任取的一个数, 表示为  $(a, b)$ , 有如下  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)$ , 共  $C_3^2 C_3^1 = 9$  种情况, 其中满足  $b^2 > a$  的有  $(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)$ , 共 6 种情况, 则函数  $f(x)$  有两个极值点的概率为  $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ , 故选 C.

9.C 【解析】由  $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 2$  的值域为  $[\frac{5}{2}, 3]$  可得  $\cos(2x + \frac{\pi}{3}) \in [\frac{1}{2}, 1]$ , 由  $x \in [0, \pi]$  可得  $2x + \frac{\pi}{3} \in [2a + \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}]$ , 所以  $\frac{5\pi}{3} \leq 2a + \frac{\pi}{3} \leq 2\pi$ , 解得  $\frac{2\pi}{3} \leq a \leq \frac{5\pi}{6}$ , 所以  $a$  的取值范围是  $[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ , 故选 C.

10.B 【解析】X 在 26 个英文字母中排第 24 位, 所以  $r=24$ , 前 24 项中有  $3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{24}$ , 所以有 21 个偶数, 故  $N = 2+4+\dots+42+3+3^2+\dots+3^{24} = \frac{(2+42) \times 21}{2} + 39 = 501$ ,  $\frac{100}{501}$  的小数点后的前 6 位数字为 199 600, 故选 B.

11.B 【解析】设  $\triangle PF_1F_2$  的内切圆与  $F_1F_2, PF_1, PF_2$  相切的切点分别为  $M, N, Q$ ,  $|F_1M| = |F_1N|$ ,  $|F_2M| = |F_2Q|$ ,  $|PN| = |PQ|$ , 所以  $|F_1M| - |F_2M| = |F_1N| - |F_2Q| = (|F_1N| + |PN|) - (|F_2Q| + |PQ|) = |PF_1| - |PF_2| = 2a$ , 又因为  $|F_1M| + |F_2M| = 2c$ , 所以  $|F_1M| = a+c, |F_2M| = c-a$ , 即  $M(a, 0)$ , 所以  $I(a, 1), |OI| = \sqrt{a^2+1} = \sqrt{3}, a = \sqrt{2}$ ,  $\tan \angle F_1IM = c + \sqrt{2}, \tan \angle F_2IM = c - \sqrt{2}, \therefore \tan \angle F_1IF_2 = \tan(\angle F_1IM + \angle F_2IM) = -1, \therefore c^2 - 2c - 3 = 0, c = 3$  或  $c = -1$  (舍),  $\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , 故选 B.

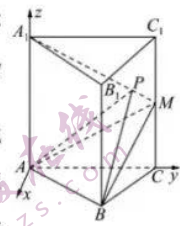
12.D 【解析】因为  $f(x) + f(-x) = 2 - \frac{2}{e^x+1} + \frac{2}{e^{-x}+1} = 4 - \frac{2}{e^x+1} - \frac{2e^x}{1+e^x} = 2$ , 则  $f(x) = 2 - f(-x)$ , 所以  $f(ax) \geq 2 - f(-2\ln x) = f(2\ln x)$ , 易知  $f(x) = 2 - \frac{2}{e^x+1}$  在  $\mathbb{R}$  上单调递增, 所以有  $ax \geq 2\ln x$ , 对  $\forall x \in (0, +\infty)$  恒成立, 即  $a \geq 2 \frac{\ln x}{x}$ , 设  $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ , 则  $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$ , 则当  $x \in (0, e)$  时,  $h'(x) > 0, h(x)$  单调递增, 当  $x \in (e, +\infty)$  时,  $h'(x) < 0, h(x)$  单调递减, 则  $h(x) \leq h(e) = \frac{1}{e}$ , 所以有  $a \geq \frac{2}{e}$ , 即  $a \in [\frac{2}{e}, +\infty)$ , 故选 D.

13.1 【解析】已知  $a, b$  是夹角为  $45^\circ$  的两个单位向量, 所以  $a \cdot b = 1 \times 1 \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 而  $c = a + b, d = a - kb$ ,

若  $c \perp d$ , 则  $c \cdot d = (a+b) \cdot (a-kb) = 1 - k + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-k) = 0$ , 解得  $k = 1$ .

14.  $\frac{e}{2} + 1$  【解析】 $f\left(\ln \frac{e^3}{2}\right) = f(3 - \ln 2) = f(1 - \ln 2) = e^{1 - \ln 2} + 1 = \frac{e}{2} + 1$ .

15. ②③ 【解析】由题意得  $A_1C_1 = MC_1 = 2$ , 则  $A_1M = 2\sqrt{2}$ ,  $BM = 2\sqrt{2}$ , 易得  $A_1B = 2\sqrt{5}$ , 所以  $A_1M$  与  $BM$  不垂直, 故①错误;  $V_{P-ABM} = V_{B-AMP}$ , 点  $B$  到平面  $AMP$  的距离为  $\sqrt{3}$ , 由  $AM \perp A_1M$  得  $S_{\triangle AMP} = \frac{1}{2} \times AM \times PM = \sqrt{2} PM$ , 又  $PM \leq 2\sqrt{2}$ , 则  $V_{B-AMP} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times S_{\triangle AMP} = \frac{\sqrt{6}}{3} PM \leq \frac{4\sqrt{3}}{3}$ , 故②正确;  $BP$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成的角即为  $BP$  与平面  $ABC$  所成的角, 设为  $\alpha$ , 易知当点  $P$  与  $M$  重合时,  $\alpha$  最小, 此时  $\alpha = \angle MBC = 45^\circ$ , 当点  $P$  与  $A_1$  重合时,  $\alpha$  最大, 此时  $\alpha = \angle ABA_1$ ,  $\tan \alpha = \frac{AA_1}{AB} = 2$ , 此时  $\alpha > 60^\circ$ , 故存在点  $P$ , 使得  $BP$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成的角为  $60^\circ$ , ③正确, 如图建立空间直角坐标系,  $B(\sqrt{3}, 1, 0)$ ,  $M(0, 2, 2)$ ,  $A_1(0, 0, 4)$ , 设  $\vec{A_1P} = \lambda \vec{A_1M}$ ,  $(0 \leq \lambda \leq 1)$ , 则有  $P(0, 2\lambda, 4 - 2\lambda)$ ,  $\vec{AP} = (0, 2\lambda, 4 - 2\lambda)$ ,  $\vec{BM} = (-\sqrt{3}, 1, 2)$ ,  $\vec{AP} \cdot \vec{BM} = 8 - 2\lambda \neq 0$ , 故不存在点  $P$ , 使得  $AP$  与  $BM$  垂直, ④错误.



16.6 【解析】 $2\sin A \cos C - \sin B \cos C = \sin B - \cos A \sin C = \sin(A + C) - \cos A \sin C = \sin A \cos C$ , 则有  $(\sin A - \sin B) \cos C = 0$ , 因为  $C \neq \frac{\pi}{2}$ , 所以  $\sin A = \sin B$ , 由正弦定理得  $a = b$ , 设  $BC$  中点为  $M$ , 则  $|2\vec{AM}| = 6$ , 即  $AM = 3$ .

在  $\triangle ABM$  中, 由余弦定理,

$$\text{可得 } c^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \cdot BM \cos \angle AMB = 9 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 3a \cos \angle AMB,$$

在  $\triangle ACM$  中, 由余弦定理,

$$\text{可得 } b^2 = AM^2 + CM^2 - 2AM \cdot CM \cos \angle AMC = 9 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 3a \cos \angle AMC,$$

因为  $\angle AMB = \pi - \angle AMC$ , 所以  $\cos \angle AMB = -\cos \angle AMC$ ,

$$\text{两式相加, 可得 } b^2 + c^2 = 18 + \frac{a^2}{2}, \text{ 因为 } a = b, \text{ 则有 } \frac{a^2}{2} + c^2 = 18,$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{2}a}{2} + c = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2} + c\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + c^2 + \sqrt{2}ac} = \sqrt{18 + \sqrt{2}ac}, \text{ 又因为 } 18 \leq \frac{a^2}{2} + c^2 \leq \frac{\sqrt{2}}{2}ac + \sqrt{2}ac,$$

所以  $\frac{\sqrt{2}a}{2} + c \leq \sqrt{18 + 18} = 6$ , 当且仅当  $\frac{\sqrt{2}a}{2} = c$  时取等号. 故答案为 6.

17. 【解析】(1) 根据题意, 可得  $2 \times 2$  的列联表:

	反应时间不超过 0.4 s 次数	反应时间超过 0.4 s 次数	合计
红光次数	150	50	200
绿光次数	120	80	200
合计	270	130	400

(2) 因为  $K^2 = \frac{400 \times (150 \times 80 - 120 \times 50)^2}{200 \times 200 \times 270 \times 130} \approx 10.256 > 7.879$ , ..... (10分)

所以有 99.5% 的把握认为反应时间是否超过 0.4 s 与光色有关. .... (12分)

18. 【解析】(1) 当  $n \geq 2$  时,  $2(n-1)a_n - na_{n-1} = 0$ , 则  $\frac{a_n}{n} = \frac{a_{n-1}}{2(n-1)}$ , 令  $b_n = \frac{a_n}{n}$ , 则  $b_n = \frac{1}{2}b_{n-1}$ .

又因为  $b_1 = \frac{a_1}{1} = \frac{1}{2}$ , 所以数列  $\{b_n\}$  是首项为  $\frac{1}{2}$ , 公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列. .... (4分)

所以  $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ , 即  $\frac{a_n}{n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ , 从而  $a_n = \frac{n}{2^n}$ . .... (6分)

(2)  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n}$ , ①

$\frac{1}{2}S_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^{n+1}}$ , ② ..... (8分)

①-②得,  $\frac{1}{2}S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) - \frac{n}{2^{n+1}} = 1 - \frac{n+2}{2^{n+1}}$ .

所以  $S_n = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ , ..... (10分)

代入  $2022S_n + n > 4042$ , 得  $2022\left(2 - \frac{n+2}{2^n}\right) + n > 4042$ , 化简得  $2^n > 2022$ , 因为  $2^{10} = 1024$ ,  $2^{11} = 2048$ ,

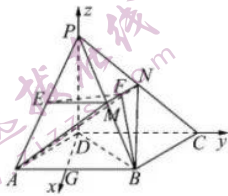
所以正整数  $n$  的最小值为 11. .... (12分)

19.【解析】(1) 证明: 因为  $E, M$  为  $PA, PB$  的中点, 则  $EM \parallel AB$ , 又  $EM \not\subset$  平面  $ABCD$ , 则  $EM \parallel$  平面  $ABCD$ , 同理可得  $MN \parallel$  平面  $ABCD$ , ..... (3分)

又因为  $EM \cap MN = M$ , 所以平面  $EMN \parallel$  平面  $ABCD$  ..... (4分)

$EF \subset$  平面  $EMN$ , 所以  $EF \parallel$  平面  $ABCD$ . ..... (5分)

(2) 设  $AB$  中点为  $G$ , 易知  $DG \perp DC$ , 以  $D$  为原点, 直线  $DG, DC, DP$  分别为  $x, y, z$  轴建立空间直角坐标系, 如图所示, 则  $A(2\sqrt{3}, -2, 0), B(2\sqrt{3}, 2, 0), C(0, 4, 0), P(0, 0, 2), M(\sqrt{3}, 1, 1), N(0, 2, 1)$ ,



$\overrightarrow{MN} = (-\sqrt{3}, 1, 0), \overrightarrow{AB} = (0, 4, 0)$ , 设  $\overrightarrow{MF} = \lambda \overrightarrow{MN}, (0 \leq \lambda \leq 1)$ ,

则有  $F(\sqrt{3}(1-\lambda), 1+\lambda, 1), \overrightarrow{BF} = (-\sqrt{3}(1+\lambda), \lambda-1, 1)$  ..... (7分)

平面  $ABCD$  的一个法向量为  $m = (0, 0, 1)$ , 设平面  $ABF$  的法向量为  $n = (x, y, z)$ ,

由  $\begin{cases} n \cdot \overrightarrow{BF} = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \end{cases}$  可得  $n = (1, 0, \sqrt{3}(1+\lambda))$  ..... (9分)

则  $\cos \langle m, n \rangle = \frac{\sqrt{3}(1+\lambda)}{1 \cdot \sqrt{1+3(1+\lambda)^2}} = \frac{4\sqrt{19}}{19}$ , 化简得  $(1+\lambda)^2 = \frac{16}{9}$ .

解得  $\lambda = \frac{1}{3}$  ..... (11分)

所以存在  $F$ , 满足条件, 此时  $\frac{MF}{MN} = \frac{1}{3}$ . ..... (12分)

20.【解析】(1) 由题意知  $\frac{p}{2} = \frac{1}{2}$ , 得  $p = 1$ , 所以抛物线  $C$  的方程为  $x^2 = 2y$ . ..... (2分)

将点  $A(m, 2), m > 0$  代入  $x^2 = 2y$ , 得  $m = 2\sqrt{2}$ , 所以点  $A$  的坐标为  $(2\sqrt{2}, 2)$ . ..... (4分)

(2) 直线  $l: y = k(x-2)$  与抛物线  $C: x^2 = 2y$  联立, 消去  $y$  得  $x^2 - 2kx + 8 = 0, \Delta = 4k^2 - 32 > 0$ , 解得  $k < 0$  或  $k > 2$ . ..... (6分)

设  $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ , 则有  $x_1 + x_2 = 2k, x_1 x_2 = 8, \overrightarrow{BM} = (x_1 - 2, y_1), \overrightarrow{BN} = (x_2 - 2, y_2)$ , 则  $y_1 = \lambda y_2$ , 即  $x_1^2 = \lambda x_2^2$ , 又  $x_1^2 = 2y_1$ ,

$x_2^2 = 2y_2$ , 所以  $\lambda = \frac{x_1^2}{x_2^2} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \in \left(\frac{1}{4}, 4\right)$ , 则  $\frac{x_1}{x_2} \in \left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)$  ..... (8分)

因为  $\frac{(x_1+x_2)^2}{x_1 x_2} = \frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} + 2 = \frac{16k^2}{8k} = 2k$ , 设  $t = \frac{x_1}{x_2}$ , 则  $2k = t + \frac{1}{t} + 2$ .

因为  $t \in \left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ , 则  $t + \frac{1}{t} \in \left(-\frac{5}{2}, -2\right] \cup \left[2, \frac{5}{2}\right)$  ..... (10分)

所以  $k \in \left(-\frac{1}{4}, 0\right) \cup \left[2, \frac{9}{4}\right)$ . ..... (11分)

又因为  $k < 0$  或  $k > 2$ , 所以  $k$  的取值范围是  $\left(-\frac{1}{4}, 0\right) \cup \left[2, \frac{9}{4}\right)$ . ..... (12分)

21.【解析】(1)  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ . ..... (1分)

当  $a = 1$  时,  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\ln x - x, f'(x) = x - \frac{2}{x} - 1 = \frac{x^2 - x - 2}{x} = \frac{(x-2)(x+1)}{x}$  ..... (2分)

当  $x \in (0, 2)$  时  $f'(x) < 0$ , 当  $x \in (2, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ,

则  $f(x)$  的单调递减区间为  $(0, 2)$ , 单调递增区间  $(2, +\infty)$ . ..... (4分)

(2)  $f(x) = \frac{a^2}{2}x^2 - 2\ln x - ax$ ,

$f'(x) = a^2x - \frac{2}{x} - a = \frac{a^2x^2 - ax - 2}{x} = \frac{(ax-2)(ax+1)}{x}$ ,

令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x = -\frac{1}{a}$  或  $x = \frac{2}{a}$ . ..... (6分)

①若  $a > 0$ , 由  $a^2 > 1$  得  $a > 1, -\frac{1}{a} < 0, \frac{2}{a} > 0$ , 故当  $x \in \left(0, \frac{2}{a}\right)$  时,  $f'(x) < 0, f(x)$  在  $\left(0, \frac{2}{a}\right)$  单调递减; 当  $x \in \left(\frac{2}{a}, +\infty\right)$  时,



$f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  在  $(\frac{2}{a}, +\infty)$  单调递增, 所以  $f(x)$  的最小值为  $f(\frac{2}{a}) = 2\ln \frac{a}{2} = 2\ln \frac{a}{2} - a^2 + a + 2$ , 设  $h(a) = 2\ln \frac{a}{2} + a^2 - a - 2$ ,  $h'(a) = \frac{2}{a} + 2a - 1 = \frac{2a^2 - a + 2}{a}$ , 因为  $2a^2 - a + 2 = 2(a - \frac{1}{4})^2 + \frac{15}{8} > 0$ , 所以  $h'(a) > 0$ ,  $h(a)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增, 且  $h(2) = 0$ , 所以当  $a = 2$  时满足条件. .... (9分)

②若  $a < 0$ , 由  $a^2 > 1$  得  $a < -1$ ,  $-\frac{1}{a} > 0$ ,  $\frac{2}{a} < 0$ , 故当  $x \in (0, -\frac{1}{a})$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $f(x)$  在  $(0, -\frac{1}{a})$  单调递减;

当  $x \in (-\frac{1}{a}, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  在  $(-\frac{1}{a}, +\infty)$  单调递增,

所以  $f(x)$  的最小值为  $f(-\frac{1}{a}) = 2\ln(-a) + \frac{3}{2}$ . 令  $2\ln(-a) + \frac{3}{2} = -a^2 + a + 2$ , 设  $m(a) = 2\ln(-a) + a^2 - a - \frac{1}{2}$ ,

$m'(a) = \frac{2}{a} + 2a - 1 = \frac{2a^2 - a + 2}{a}$ . 因为  $2a^2 - a + 2 = 2(a - \frac{1}{4})^2 + \frac{15}{8} > 0$ , 所以  $m'(a) < 0$ ,  $m(a)$  在  $(-\infty, -1)$  单调递减,

所以当  $a < -1$  时,  $m(a) > m(-1) = \frac{3}{2} > 0$ , 不存在  $a$  使得  $m(a) = 0$ . .... (11分)

综上所述, 当  $a = 2$  时满足条件. .... (12分)

22.【解析】(1) 因为  $x = \rho \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \theta$ , 曲线 C 的方程为:  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ , 即  $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 0$ , 所以曲线 C 的极坐标方程为  $\rho^2 + 2\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta = 0$ , 即  $\rho = -2\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$ . .... (4分)

(2) 直线  $l_1$  的极坐标方程是  $2\sqrt{3}\rho \cos \theta + \rho \sin \theta - 7\sqrt{3} = 0 (\rho \in \mathbf{R})$ .

直线  $l_2: \theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$  曲线 C 交于 O, M 两点, 设  $M(\rho_1, \theta_1)$ , 则由  $\begin{cases} \rho = -2\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) \\ \theta = \frac{\pi}{6} \end{cases}$ ,

解得  $\rho_1 = -1 - \sqrt{3}$ ,  $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ , 即点 M 的极坐标为  $M(-1 - \sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$ ; .... (7分)

设  $N(\rho_2, \theta_2)$ , 则有  $\begin{cases} 2\sqrt{3}\rho \cos \theta + \rho \sin \theta - 7\sqrt{3} = 0 \\ \theta = \frac{\pi}{6} \end{cases}$ ,

解得  $\rho_2 = 2\sqrt{3}$ ,  $\theta_2 = \frac{\pi}{6}$ , 即点 N 的极坐标为  $N(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$ . .... (9分)

所以线段 MN 的长  $|MN| = |\rho_1 - \rho_2| = 3\sqrt{3} + 1$ . .... (10分)

23.【解析】(1) 当  $a = 1$  时,  $f(x) = 2|x-1| - |x+1|$ .

当  $x \leq -1$  时,  $f(x) = -x + 3 \geq 1$ , 解得  $x \leq 2$ , 此时  $x \leq -1$ ; .... (2分)

当  $-1 < x \leq 1$  时,  $f(x) = -3x + 1 \geq 1$ , 解得  $x \leq 0$ , 此时  $-1 < x \leq 0$ ; .... (3分)

当  $x > 1$  时,  $f(x) = x - 3 \geq 1$ , 解得  $x \geq 4$ , 此时  $x \geq 4$ . .... (4分)

因此, 当  $a = 1$  时, 不等式  $f(x) \geq 1$  的解集为  $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ ; .... (5分)

(2) 当  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) \geq 2x^2 + x + 1$  可化为  $|x-a| \geq x^2 + x + 1$ ,

因为  $x^2 + x + 1 > 0$ , 所以  $x-a \geq x^2 + x + 1$  或  $x-a \leq -x^2 - x - 1$ , .... (7分)

即  $\forall x \in [-1, 1]$ , 使得  $a \leq -x^2 - 1$  或  $a \geq x^2 + 2x + 1$ .

$a \leq -x^2 - 1$ , 因为  $x \in [-1, 1]$ , 所以  $a \leq -1^2 - 1 = -2$ ; .... (8分)

$a \geq x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ , 因为  $x \in [-1, 1]$ , 所以  $a \geq (1+1)^2 = 4$ ; .... (9分)

因此, 实数  $a$  的取值范围为  $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$ . .... (10分)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线