高三数学考试参考答案

1. A 【解析】本题考查集合的并集,考查数学运算的核心素养.

因为 $A=(\frac{1}{2},+\infty)$,$B=(-1,3)$,所以 $A\cup B=(-1,+\infty)$.

2. B 【解析】本题考查复数的新概念与复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $z=(1-\mathrm{i})^2(1-\mathrm{i})=-2\mathrm{i}(1-\mathrm{i})=-2-2\mathrm{i}$,所以 $3-2\mathrm{i}$ 与 z 的虚部相等,所以 $3-2\mathrm{i}$ 是 z 的同部复数.

3. D 【解析】本题考查三角恒等变换,考查逻辑推理的核心素养.

因为 $\tan(\theta-\pi)=\tan\theta$,所以乙和丁的判断只有一个正确. $\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$,若丁的判断正确,则 $\tan\theta\geqslant 2$,$\tan 2\theta<0$,丙的判断错误;若乙的判断正确,则 $\tan 2\theta=\frac{4}{3}>1$,丙的判断也正确,此时,$\theta$ 是第一或第三象限角,所以当 θ 是第三象限角,且 $\tan\theta=\frac{1}{2}$ 时,只有丁的判断错误. 故此人是丁.

4. C 【解析】本题考查相互独立事件的概率,考查应用意识与逻辑推理的核心素养.

因为前两局甲都输了,所以甲需要连胜四局或第三局到第六局输 1 局且第七局胜,甲才能最后获胜,所以甲最后获胜的概率为 $(\frac{1}{2})^4+C_4^1\times(1-\frac{1}{2})\times(\frac{1}{2})^4=\frac{3}{16}$.

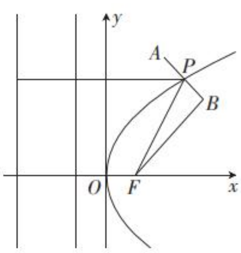
5. B 【解析】本题考查椭圆的实际应用,考查直观想象的核心素养.

由题意可知,$|PQ|+|PF_1|+|QF_1|=4a=3\times 2c$,所以 $c=\frac{2}{3}a$,$b=\sqrt{a^2-c^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}a$. 由该椭球横截面圆的最大直径为 2 米,可知 $2b=2$ 米,所以 $b=1$ 米,$a=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 米,该椭球的高为 $2a=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 米.

6. A 【解析】本题考查函数的奇偶性与单调性,考查逻辑推理的核心素养.

因为当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时,$f(x)=2x-x^2$,当 $x>2$ 时,$f(x)=|x-3|-1$,
且 $f(2)=|2-3|-1=0$,所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增,在 $(1,3)$ 上单调递减,在 $[3,+\infty)$ 上单调递增. 因为 $-f(-\sqrt{26})=f(\sqrt{26})>f(5)=1=f(1)$,$1<2^{0.3}<3^{0.3}<3$,
所以 $-f(-\sqrt{26})>f(2^{0.3})>f(3^{0.3})$.

7. A 【解析】本题考查抛物线定义的应用,考查直观想象的核心素养以及化归与转化的数学思想.



如图,$d_2=d_1+2$,因为 $A(2,4)$ 关于 P 的对称点为 B,所以 $|PA|=|PB|$,所以 $d_1+d_2+|AB|=2d_1+2+2|PA|=2(d_1+|PA|)+2=2(|PF|+|PA|)+2\geqslant 2|AF|+2=2\sqrt{17}+2$,所以当 P 在线段 AF 上

时，$d_1+d_2+|AB|$取得最小值，且最小值为$2\sqrt{17}+2$.

8. B 【解析】本题考查三角函数的图象及其性质，考查逻辑推理的核心素养以及分类讨论的数学思想.

$f(x)=\sqrt{A^2+4}\sin(\omega x+\varphi)$，由题意得$f(x)$图象的对称轴方程为$x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，则$T=\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，得$\omega=2$. 因为$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称，所以$f(0)=f(\frac{\pi}{3})$，

即$2=A\sin\frac{2\pi}{3}+2\cos\frac{2\pi}{3}$，解得$A=2\sqrt{3}$，则$f(x)=2\sqrt{3}\sin 2x+2\cos 2x=4\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

$g(x)=f(x)-a$的零点个数等价于方程$f(x)=a$实根的个数.

先研究方程$f(x)=a$在$[0,\pi]$内实根的个数.

当$a=\pm4$时，方程$f(x)=a$在$[0,\pi]$内实根的个数为1；

当$a\in(-4,2)\cup(2,4)$时，方程$f(x)=a$在$[0,\pi]$内实根的个数为2；

当$a=2$时，方程$f(x)=a$在$[0,\pi]$内实根的个数为3，其中在$(0,\pi]$内实根的个数为2.

因为$f(x)$是周期为π的函数，所以当$a\in(-4,4)$时，在$(\pi,2\pi]$，$(2\pi,3\pi]$，$(3\pi,4\pi]$，…，$(2022\pi,2023\pi]$内方程$f(x)=a$实根的个数均为2.

因为$g(x)=f(x)-a$在$[0,n\pi](n\in\mathbf{N}^*)$内恰有2023个零点，且2023为奇数，所以$a\in(-4,2)\cup(2,4)$不合题意.

当$a=\pm4$时，$n=2023$；当$a=2$时，$n=1011$. 故满足条件的有序实数对(a,n)只有3对.

9. BD 【解析】本题考查二项式定理，考查运算求解能力与推理论证能力.

$(xy^2-\frac{1}{2xy})^6$的展开式中不含字母x的项为$C_6^3(xy^2)^3(-\frac{1}{2xy})^3=-\frac{5}{2}y^3$，$(xy^2-\frac{1}{2xy})^6$的展开式中不含字母$y$的项为$C_6^2(xy^2)^2(-\frac{1}{2xy})^4=\frac{15}{16x^2}$.

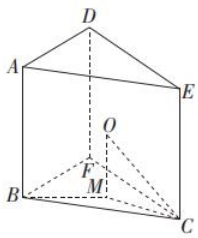
10. ABD 【解析】本题考查向量的运算与函数的图象，考查直观想象与逻辑推理的核心素养.

因为$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(x,-x)$，所以$f(x)=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=ax^2+x$.

当$a=0$时，$f(x)=x$；当$a>0$时，$f(x)$的零点为0和$-\frac{1}{a}$，且$-\frac{1}{a}<0$；当$a<0$时，$f(x)$的零点为0和$-\frac{1}{a}$，且$-\frac{1}{a}>0$. 所以$f(x)$的大致图象可能为ABD.

11. AC 【解析】本题考查垂直关系、异面直线所成角与球体的表面积，考查空间想象能力与运算求解能力.

如图，将四面体$ABCD$补成直三棱柱$ADE-BFC$.



因为异面直线BC和AD所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以$\cos\angle CBF=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\sin\angle CBF=\frac{1}{3}$.

当 $\cos\angle CBF=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 时,

由余弦定理可得 $CF=\sqrt{BC^2+BF^2-2BC\cdot BF\cdot\cos\angle CBF}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

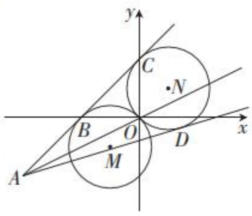
由正弦定理可得底面外接圆(M 为圆心)的直径 $2r=\frac{CF}{\sin\angle CBF}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{1}{3}}=\sqrt{6}$,

而 $MO=\frac{AB}{2}=1$,所以球 O 的半径 $R=\sqrt{MO^2+r^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$,球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=10\pi$.

当 $\cos\angle CBF=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 时,$CF=\sqrt{BC^2+BF^2-2BC\cdot BF\cdot\cos\angle CBF}=\frac{\sqrt{102}}{3}$,

同理可得球 O 的半径 $R=\frac{\sqrt{106}}{2}$,球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=106\pi$.

12. ACD **【解析】本题考查直线与圆的综合,考查数形结合、化归与转化的数学思想.**



由 $(x^2+y^2-2)^2=4+8xy$,得 $(x^2+y^2)^2-4(x^2+y^2)+4=4+8xy$,即 $(x^2+y^2)^2=4(x+y)^2$,即 $(x^2+y^2+2x+2y)(x^2+y^2-2x-2y)=0$,所以曲线 Ω 表示以 $M(-1,-1)$,$N(1,1)$ 为圆心,$\sqrt{2}$ 为半径的两个圆,如图所示.

设过点 A 且与圆 N 相切的直线方程为 $y=k(x+4)-2$,则点 N 到该直线的距离 $d_1=\frac{|5k-3|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$,解得 $k_1=1$,$k_2=\frac{7}{23}$.即图中直线 AC 的斜率为 1,直线 AD 的斜率为 $\frac{7}{23}$. 直线 AO 的斜率为 $\frac{1}{2}$.

直线 AC 的方程为 $y=x+2$,点 M 到直线 AC 的距离 $d_2=\sqrt{2}$,则直线 AC 与圆 M 相切于点 B.

在直线 l 绕着点 $A(-4,-2)$ 从直线 AC 顺时针旋转到直线 AO 的过程中,直线 l 与曲线 Ω 的公共点个数都为 4(不包括直线 AC 与直线 AO 的位置);在直线 l 绕着点 $A(-4,-2)$ 从直线 AO 顺时针旋转到直线 AD 的过程中,直线 l 与曲线 Ω 的公共点个数也都为 4(不包括直线 AO 与直线 AD 的位置).

所以当直线 l 与曲线 Ω 的公共点个数为 4 时,直线 l 斜率的取值范围为 $(\frac{7}{23},\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},1)$.

设过点 A 且与圆 M 相切的直线方程为 $y=k'(x+4)-2$,则点 M 到该直线的距离 $d_2=\frac{|3k'-1|}{\sqrt{1+(k')^2}}=\sqrt{2}$,解得 $k'_1=1$,$k'_2=-\frac{1}{7}$,由图可知,当直线 l 与曲线 Ω 有 2 个公共点时,直线 l 斜率的取值范围为 $(-\frac{1}{7},\frac{7}{23})\cup\{1\}$.

由图可知,直线 AO 与曲线 Ω 的公共点个数为 3,直线 AD 与曲线 Ω 的公共点个数也为 3,直

线 $y=-\frac{1}{7}(x+4)-2$ 与曲线 Ω 的公共点个数为 1，所以当直线 l 与曲线 Ω 有奇数个公共点时，直线 l 斜率的取值共有 3 个.

存在定点 O，使得过 O 的任意直线与曲线 Ω 的公共点的个数为 1 或 3，所以存在定点 Q(Q 与 O 重合)，使得过 Q 的任意直线与曲线 Ω 的公共点的个数都不可能为 2.

13. 9 **【解析】本题考查基本不等式的应用，考查数学运算的核心素养.**

$(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})(\sqrt{x}+4\sqrt{y})=5+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\geqslant 5+2\sqrt{4}=9$，当且仅当 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$，即 $x=4y>0$ 时，等号成立，所以 $(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})(\sqrt{x}+4\sqrt{y})$ 的最小值为 9.

14. 1 **【解析】本题考查对数的运算，考查数学运算的核心素养.**

因为 $\lg x=2\lg y$，$\lg(x+y)=\lg y-\lg x$，所以 $x=y^2$，$x+y=\frac{y}{x}(x>0,y>0)$，

则 $y^2+y=\frac{1}{y}$，所以 $y^2+y^3=1$.

15. $\frac{4\sqrt{35}}{35}$ **【解析】本题考查空间向量与立体几何，考查数学运算的核心素养.**

依题意可得 $\overrightarrow{DA}=(a^2+1,2a,3)$，$\overrightarrow{BC}=(1,1,1)$，$\overrightarrow{BD}=(-1,0,2)$.

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 BCD 的法向量，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y+z=0,\\ -x+2z=0.\end{cases}$ 令 $x=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,-3,1)$.

所以点 A 到平面 BCD 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{DA}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{|2a^2-6a+5|}{\sqrt{14}}=\frac{2(a-\frac{3}{2})^2+\frac{1}{2}}{\sqrt{14}}$.

当 $a=\frac{3}{2}$ 时，d 取得最小值，此时，$\overrightarrow{AE}=(0,-3,-1)$.

所以直线 AE 与平面 BCD 所成角的正弦值为 $\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AE}||\boldsymbol{n}|}=\frac{8}{\sqrt{10}\times\sqrt{14}}=\frac{4\sqrt{35}}{35}$.

16. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ **【解析】本题考查导数与不等式的交汇，考查化归与转化的数学思想.**

令 $x=0$，得 $b\in[0,2]$. 当 $x>0$ 且 $b=2$ 时，$3x^{-\frac{1}{3}}-\frac{2}{x}\leqslant a\leqslant 2x$，不存在 a，使得该不等式恒成立. 当 $x\in(0,+\infty)$，且 $b\in(0,2)$ 时，

由 $3x^{\frac{2}{3}}\leqslant ax+b$，得 $a\geqslant 3x^{-\frac{1}{3}}-\frac{b}{x}$.

设 $g(x)=3x^{-\frac{1}{3}}-\frac{b}{x}$，则 $g'(x)=-x^{-\frac{4}{3}}+\frac{b}{x^2}=\frac{-x^{\frac{2}{3}}+b}{x^2}$，

得 $g(x)$ 在 $(0,b^{\frac{3}{2}})$ 上单调递增，在 $(b^{\frac{3}{2}},+\infty)$ 上单调递减，

$g(x)_{\max}=g(b^{\frac{3}{2}})=\frac{2}{\sqrt{b}}$，得 $a\geqslant\frac{2}{\sqrt{b}}$.

$ax+b\leqslant 2x^2+2$ 等价于 $a\leqslant 2x+\frac{2-b}{x}$，而 $2x+\frac{2-b}{x}\geqslant 2\sqrt{2x\cdot\frac{2-b}{x}}=2\sqrt{2(2-b)}$，

所以 $a\leqslant 2\sqrt{2(2-b)}$，则 $\frac{2}{\sqrt{b}}\leqslant 2\sqrt{2(2-b)}$，

解得 $\frac{2-\sqrt{2}}{2}\leqslant b\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，所以 b 的最大值是 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

17.（1）证明：连接 C_1D. …… 1 分

在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD/\!/B_1C_1$，则 A,B_1,C_1,D 四点共面，

所以 $E\in$ 平面 AB_1C_1D. …… 2 分

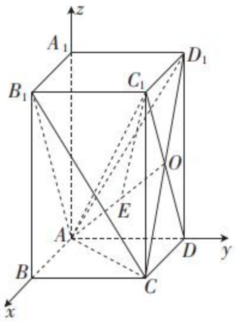
因为侧面 CC_1D_1D 为矩形，且 O 为 CD_1 的中点，

所以 $C_1D\cap CD_1=O$，所以 O 为平面 AB_1C_1D 与平面 ACD_1 的一个公共点， …… 3 分

所以平面 $AB_1C_1D\cap$ 平面 $ACD_1=AO$，即平面 $AB_1C_1\cap$ 平面 $ACD_1=AO$， …… 4 分

故 $E\in AO$. …… 5 分

（2）解：以 A 为坐标原点，$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，如图所示. 设 $AB=AD=t$，其中 $t>0$，$B_1(t,0,4)$，$C(t,t,0)$，$C_1(t,t,4)$，$E(\frac{t}{4},\frac{t}{2},1)$. …… 7 分



$\overrightarrow{B_1C}=(0,t,-4)$，$\overrightarrow{C_1E}=(-\frac{3t}{4},-\frac{t}{2},-3)$，所以 $\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{C_1E}=-\frac{1}{2}t^2+12=6$，解得 $t=2\sqrt{3}$， …… 9 分

所以正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面积为 $4AB\cdot AA_1=4\times 2\sqrt{3}\times 4=32\sqrt{3}$. …… 10 分

评分细则：

【1】第（1）问中，必须展示作辅助线的过程，仅在图中体现辅助线但过程中无体现的扣 1 分；A,B_1,C_1,D 四点共面是证明第一问的关键，不写清楚四点共面的过程要扣 1 分.

【2】第（2）问中，建立空间直角坐标系的形式不唯一，只要建系合理，点的坐标计算正确均可.

第（2）问的另一种解法如下：

$\overrightarrow{B_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB_1}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1})=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$， …… 6 分

$\overrightarrow{C_1E}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AC_1}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD_1})-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1}$， …… 7 分

$\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{C_1E}=(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1})\cdot(-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1})=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2+\frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1}^2=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2+12$. …… 8 分

由 $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2+12=6$，解得 $|\overrightarrow{AD}|=2\sqrt{3}$，即 $AD=2\sqrt{3}$， …… 9 分

所以正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面积为 $4AD\cdot AA_1=4\times 2\sqrt{3}\times 4=32\sqrt{3}$. … 10 分

18. (1)证明：因为$\begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} na_n+b_n \\ a_n+nb_n \end{pmatrix}$， ………………………… 2分

所以$\begin{cases} na_n+b_n=n^2+2^n, \\ a_n+nb_n=n(2^n+1), \end{cases}$ 所以$\begin{cases} na_n+b_n=n^2+2^n, \\ na_n+n^2b_n=n^2(2^n+1). \end{cases}$

两式相减得$(n^2-1)b_n=(n^2-1)2^n$. ………………………… 3分

当$n\geqslant 2$时，$b_n=2^n$，$a_n=n$； ………………………… 4分

当$n=1$时，由$na_n+b_n=n^2+2^n$及$a_1=1$，得$b_1=2=2^1$，

所以$\begin{cases} a_n=n, \\ b_n=2^n. \end{cases}$ ………………………… 5分

因为$a_{n+1}-a_n=1$，$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=2$，所以$\{a_n\}$，$\{b_n\}$分别为等差数列，等比数列. ………………………… 7分

(2)解：由(1)知$a_{2n}+3b_{2n-1}+1=2n+1+3\times 2^{2n-1}$， ………………………… 8分

则$S_n=(3+5+\cdots+2n+1)+3\times(2+2^3+\cdots+2^{2n-1})$ ………………………… 9分

$=\dfrac{(3+2n+1)n}{2}+3\times\dfrac{2(1-4^n)}{1-4}=2\times 4^n+n^2+2n-2$. ………………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问中，通过联立方程组$\begin{cases} na_n+b_n=n^2+2^n, \\ na_n+n^2b_n=n^2(2^n+1), \end{cases}$直接得到$\begin{cases} a_n=n, \\ b_n=2^n, \end{cases}$要扣1分.

【2】第(2)问中，最后的结果写为$2^{2n+1}+n^2+2n-2$，不扣分.

19. 解：(1)由余弦定理得$BD^2=BE^2+DE^2-2BE\cdot DE\cdot\cos\angle BED$， ………………………… 1分

则$BD=\sqrt{17.2^2+10.32^2-2\times 17.2\times 10.32\cos 120^\circ}$

$=\sqrt{579.8464}=2\sqrt{144.9616}=2\times 12.04=24.08$ m. ………………………… 5分

(2)在$\triangle BCD$中，由正弦定理得$\dfrac{BD}{\sin\angle BCD}=\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}$， ………………………… 6分

则$BC=\dfrac{BD\cdot\sin\angle BDC}{\sin\angle BCD}=\dfrac{24.08\times 0.94}{\frac{1}{2}}\approx 45.27$ m. ………………………… 9分

在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=62^\circ$， ………………………… 10分

所以$AB=BC\cdot\tan\angle ACB\approx 45.27\times 1.88=85.1076\approx 85$ m，

故塔高AB为85 m. ………………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问中，$BD=\sqrt{17.2^2+10.32^2-2\times 17.2\times 10.32\cos 120^\circ}=\sqrt{579.8464}=\sqrt{24.08^2}$ $=24.08$ m 或 $BD=\sqrt{(3.44\times 5)^2+(3.44\times 3)^2-2\times 3.44^2\times 15\times(-\frac{1}{2})}=3.44\times 7=$ 24.08 m，这样计算BD都不扣分.

【2】第(2)问中，$BC=\dfrac{BD\cdot\sin\angle BDC}{\sin\angle BCD}=\dfrac{24.08\times 0.94}{\frac{1}{2}}=45.2704$ m，$AB=BC\cdot\tan\angle ACB=$

$45.2704\times1.88\approx85$ m，这样作答不扣分.

20. 解：(1)由图可知 $f(x)$ 的图象与 x 轴切于原点. ………………………… 1分

因为 $f'(x)=ae^x+b$，所以 $f'(0)=a+b=0$. ………………………… 2分

又 $f(0)=a-2=0$，所以 $a=2$， ………………………… 3分

所以 $b=-2$，$f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2e^x-2x-2$. ………………………… 4分

(2)由 $f(x)+f(2x)>6x+m$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，得 $m<f(x)+f(2x)-6x$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立.
………………………… 5分

设函数 $g(x)=f(x)+f(2x)-6x=2e^{2x}+2e^x-12x-4$，

则 $g'(x)=4e^{2x}+2e^x-12=2(2e^x-3)(e^x+2)$. ………………………… 6分

令 $g'(x)=0$，得 $x=\ln\frac{3}{2}$. ………………………… 7分

令 $g'(x)<0$，得 $x<\ln\frac{3}{2}$；令 $g'(x)>0$，得 $x>\ln\frac{3}{2}$. ………………………… 8分

所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,\ln\frac{3}{2})$ 上单调递减，在 $(\ln\frac{3}{2},+\infty)$ 上单调递增，………………………… 9分

所以 $g(x)_{\min}=g(\ln\frac{3}{2})=\frac{7}{2}-12\ln\frac{3}{2}$. ………………………… 11分

所以 $m<\frac{7}{2}-12\ln\frac{3}{2}$，即 m 的取值范围是 $(-\infty,\frac{7}{2}-12\ln\frac{3}{2})$. ………………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问中，未写"由图可知 $f(x)$ 的图象与 x 轴切于原点"，但是写了"$f'(0)=f(0)=0$"，不扣分.

【2】第(2)问中，最后得到 $m<\frac{7}{2}-12\ln\frac{3}{2}$，但是没有写成区间形式，不扣分.

21. (1)解：因为 c^2,a^2,b^2 成等差数列，所以 $2a^2=c^2+b^2$， ………………………… 1分

又 $c^2=a^2+b^2$，所以 $a^2=2b^2$. ………………………… 2分

将点 $(3,\frac{\sqrt{6}}{2})$ 的坐标代入 C 的方程得 $\frac{9}{2b^2}-\frac{\frac{6}{4}}{b^2}=1$，解得 $b^2=3$， ………………………… 3分

所以 $a^2=6$，所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$. ………………………… 4分

(2)证明：依题意可设 PQ：$x=my+3$， ………………………… 5分

由 $\begin{cases}x=my+3,\\ \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得 $(m^2-2)y^2+6my+3=0$. ………………………… 6分

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$y_1>y_2$，则 $\begin{cases}y_1+y_2=\frac{-6m}{m^2-2},\\ y_1y_2=\frac{3}{m^2-2}.\end{cases}$ ………………………… 7分

$M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，$N(2,\frac{y_1+y_2}{2})$，

则 $k_1-k_2=k_{PN}-k_{QN}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{my_1+1}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{my_2+1}=\frac{(y_1-y_2)[m(y_1+y_2)+2]}{2[m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1]}$，

…………………………………………………………………………………… 9 分

而 $S=\frac{1}{2}|OF|\cdot(y_1-y_2)=\frac{3}{2}(y_1-y_2)$， ………………………………………… 10 分

所以 $\frac{k_1-k_2}{S}=\frac{m(y_1+y_2)+2}{3[m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1]}=\frac{\frac{-6m^2}{m^2-2}+2}{3(\frac{3m^2}{m^2-2}+\frac{-6m^2}{m^2-2}+1)}=\frac{-4m^2-4}{-6m^2-6}=\frac{2}{3}$，

所以 $\frac{k_1-k_2}{S}$ 是定值. …………………………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(2)问中，用 PQ 作为底边，O 到直线 PQ 的距离 d 为高，$S=\frac{1}{2}d\times|PQ|$，得到 $S=\frac{3}{2}(y_1-y_2)$，不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答：

当直线 PQ 的斜率不存在时，$PQ:x=3$，$P(3,\frac{\sqrt{6}}{2})$，$Q(3,-\frac{\sqrt{6}}{2})$，$N(2,0)$，

$\frac{k_1-k_2}{S}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}-(-\frac{\sqrt{6}}{2})}{\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{6}}=\frac{2}{3}$. ………………………………………………………… 5 分

当直线 PQ 的斜率存在时，设 $PQ:y=k(x-3)$，设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$y_1>y_2$.

由 $\begin{cases}y=k(x-3),\\ \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得 $(1-2k^2)x^2+12k^2x-18k^2-6=0$， ……………………… 6 分

则 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-12k^2}{1-2k^2},\\ x_1x_2=\frac{-18k^2-6}{1-2k^2}.\end{cases}$ …………………………………………………………… 7 分

$M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，$N(2,\frac{y_1+y_2}{2})$.

$k_1-k_2=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\frac{(y_1-y_2)(x_1+x_2-4)}{2[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}$， ………… 9 分

而 $S=\frac{1}{2}\cdot|OF|\cdot(y_1-y_2)=\frac{3}{2}(y_1-y_2)$， ………………………………………… 10 分

所以$\dfrac{k_1-k_2}{S}=\dfrac{x_1+x_2-4}{3[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}=\dfrac{\dfrac{-12k^2}{1-2k^2}-4}{3(\dfrac{-18k^2-6}{1-2k^2}+\dfrac{24k^2}{1-2k^2}+4)}=\dfrac{\dfrac{-4(k^2+1)}{1-2k^2}}{\dfrac{-6(k^2+1)}{1-2k^2}}=\dfrac{2}{3}$,

所以$\dfrac{k_1-k_2}{S}$是定值. ………………………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)X 的可能取值为 2,3,4,则 $P(X=2)=\dfrac{C_5^2}{C_5^2C_5^2}=0.1$, …………………………… 1 分

$P(X=3)=\dfrac{C_5^2C_3^1C_2^1}{C_5^2C_5^2}=0.6$,$P(X=4)=\dfrac{C_5^2C_3^2}{C_5^2C_5^2}=0.3$, ………………………………………… 2 分

则 X 的分布列为

X	2	3	4
P	0.1	0.6	0.3

…………………………………………………………………………………………………… 3 分

$E(X)=2\times0.1+3\times0.6+4\times0.3=3.2$. ……………………………………………………… 4 分

(2)设食品药品监督管理部门邀请的代表记为集合 A,人数为 $m=\text{Card}(A)$,卫生监督管理部门邀请的代表为集合 B,人数为 $n=\text{Card}(B)$,则收到两个部门邀请的代表的集合为 $A\cup B$,人数为$\text{Card}(A\cup B)$.

设参加会议的群众代表的人数为 Y,则 $Y=\text{Card}(A\cup B)$. …………………………………… 5 分

若 $\text{Card}(A\cup B)=k$,则 $\text{Card}(A\cap B)=m+n-k$,

则 $P(Y=k)=\dfrac{C_{100}^{m}C_{100-m}^{k-m}C_{m}^{m+n-k}}{C_{100}^{m}C_{100}^{n}}=\dfrac{C_{100-m}^{k-m}C_{m}^{k-n}}{C_{100}^{n}}$. …………………………………………… 7 分

$P(Y=k+1)=\dfrac{C_{100-m}^{k+1-m}C_{m}^{k+1-n}}{C_{100}^{n}}$,

$\dfrac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}=\dfrac{C_{100-m}^{k+1-m}C_{m}^{k+1-n}}{C_{100-m}^{k-m}C_{m}^{k-n}}=\dfrac{(m+n-k)(100-k)}{(k+1-m)(k+1-n)}$. …………………………………… 8 分

令 $P(Y=k+1)\leqslant P(Y=k)$,得$\dfrac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}\leqslant1$,解得 $k\geqslant\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}$, ……… 9 分

以 $k-1$ 代替 k,得$\dfrac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}=\dfrac{(m+n+1-k)(101-k)}{(k-m)(k-n)}$,

令 $P(Y=k-1)\leqslant P(Y=k)$,得$\dfrac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}\geqslant1$,

令 $P(Y=k-1)\leqslant P(Y=k)$,得$\dfrac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}\leqslant1$,解得 $k\leqslant\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$, ………

…………………………………………………………………………………………………… 10 分

所以$\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}\leqslant k\leqslant\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$.

若$\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}$为整数,则当 $k=\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}$或 $k=\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$

时,$P(Y=k)$取得最大值,所以估计参加会议的群众代表的人数为$\dfrac{101(m+n)-mn-1}{102}$或

$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$；…………………………………………………………… 11分

若$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$不是整数，则当$k=\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]+1$时，$P(Y=k)$取得最大值，所以估计参加会议的群众代表的人数为$\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]+1$，其中，$\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]$表示不超过$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$的最大整数. …………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问中，$P(X=4)=1-0.1-0.6=0.3$，不扣分.

【2】第(2)问中，未写“$Y=\mathrm{Card}(A\cup B)$”，但是，得到$P(Y=k)=\frac{C_{100}^{m}C_{100-m}^{k-m}C_{m}^{m+n-k}}{C_{100}^{m}C_{100}^{n}}=\frac{C_{100-m}^{k-m}C_{m}^{k-n}}{C_{100}^{n}}$，不扣分. 最后一行中的“最大整数”写为“整数部分”，不扣分.