秘密★启用前　　　　试卷类型：B

2022年广州市普通高中毕业班综合测试（二）

数　学

本试卷共6页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用2B铅笔在答题卡的相应位置填涂考生号。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若复数 $z=\dfrac{m-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 是实数，则实数 $m=$

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

2．下列函数中，既是偶函数又在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

A．$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|x|}$　　B．$y=|x|-x^2$　　C．$y=|x|-1$　　D．$y=x-\dfrac{1}{x}$

3．某种包装的大米质量 ξ（单位：kg）服从正态分布 $\xi\sim N(10,\sigma^2)$，根据检测结果可知 $P(9.98\leqslant\xi\leqslant10.02)=0.98$，某公司购买该种包装的大米2000袋，则大米质量在10.02 kg以上的袋数大约为

A．10　　B．20　　C．30　　D．40

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_2+a_5+a_8=\pi$，则 $\tan(a_1+a_9)=$

A. $\sqrt{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

5. 如果函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ 的图像关于点 $\left(-\dfrac{2\pi}{3},0\right)$ 对称，则 $|\varphi|$ 的最小值是

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{5\pi}{6}$　　D. $\dfrac{4\pi}{3}$

6. 甲，乙，丙，丁四支足球队进行单循环比赛（每两个球队都要比赛一场），每场比赛的计分方法是：胜者得 3 分，负者得 0 分，平局两队各得 1 分．全部比赛结束后，四队的得分为：甲 6 分，乙 5 分，丙 4 分，丁 1 分，则

A. 甲胜乙　　B. 乙胜丙　　C. 乙平丁　　D. 丙平丁

7. 已知抛物线 $C_1: y^2=4x$，圆 $C_2:(x-2)^2+y^2=2$，直线 $l: y=k(x-1)$ 与 C_1 交于 A，B 两点，与 C_2 交于 M，N 两点，若 $|AB|=8$，则 $|MN|=$

A. $\sqrt{14}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

8. 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，若集合 $M=\{x|x^2<x\}$，$N=\{x|x^2<\log_a x\}$，且 $N\subseteq M$，则实数 a 的取值范围是

A. $(0,1)\cup\left(1,e^{\frac{1}{e}}\right]$　　B. $(0,1)\cup\left[e^{\frac{1}{e}},+\infty\right)$

C. $(0,1)\cup\left(1,e^{\frac{1}{2e}}\right]$　　D. $(0,1)\cup\left[e^{\frac{1}{2e}},+\infty\right)$

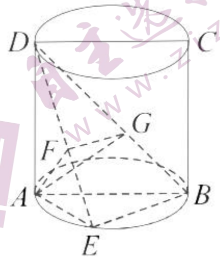
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 抛掷两枚质地均匀的骰子，记“第一枚骰子出现的点数小于 3”为事件 A，“第二枚骰子出现的点数不小于 3”为事件 B，则下列结论中正确的是

A. 事件 A 与事件 B 互为对立事件　　B. 事件 A 与事件 B 相互独立

C. $P(B)=2P(A)$　　D. $P(A)+P(B)=1$

10. 如图，圆柱的轴截面 $ABCD$ 是正方形，E 在底面圆周上，$AE=BE$，$AF\perp DE$，F 是垂足，G 在 BD 上，$DG=2BG$，则下列结论中正确的是



A. $AF\perp BD$

B. 直线 DE 与直线 AG 所成角的余弦值为 $\frac{1}{2}$

C. 直线 DE 与平面 $ABCD$ 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. 若平面 $AFG\cap$ 平面 $ABE=l$，则 $l\,//\,FG$

11. 已知 $a>0$，$b>0$，直线 $y=x+a$ 与曲线 $y=e^{x-1}-2b+1$ 相切，则下列不等式成立的是

A. $ab\leqslant\frac{1}{8}$　　B. $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\leqslant 8$　　C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $3^{a-b}\leqslant\sqrt{3}$

12. 我们常用的数是十进制数，如 $1079=1\times10^3+0\times10^2+7\times10^1+9\times10^0$，表示十进制的数要用 10 个数码：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9；而电子计算机用的数是二进制数，只需两个数码 0 和 1．如四位二进制的数 $1101_{(2)}=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$，等于十进制的数 13．把 m 位 n 进制中的最大数记为 $M(m,n)$，其中 m，$n\in\mathbf{N}^*$，$n\geqslant2$，$M(m,n)$ 为十进制的数，则下列结论中正确的是

A. $M(5,2)=31$　　B. $M(4,2)=M(2,4)$

C. $M(n+2,n+1)<M(n+1,n+2)$　　D. $M(n+2,n+1)>M(n+1,n+2)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 是两个单位向量，$\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$__________.

14. 写出一个同时满足下列性质①②③的双曲线方程__________.

①中心在原点，焦点在 y 轴上；②一条渐近线方程为 $y=2x$；③焦距大于 10.

15. 函数 $f(x)=\sin\pi x-\ln|2x-3|$ 的所有零点之和为__________.

16. 在梯形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,CD$，$AB=2$，$AD=CD=CB=1$，将△ACD 沿 AC 折起，连接 BD，得到三棱锥 $D-ABC$，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为__________，此时该三棱锥的外接球的表面积为__________.（第一个空 2 分，第二个空 3 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）

问题：已知 $n\in\mathbf{N}^*$，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，是否存在数列 $\{a_n\}$，满足 $S_1=1$，$a_{n+1}\geqslant 1+a_n$，_____？若存在，求通项公式 a_n；若不存在，说明理由．

在① $a_{n+1}=2\left(\sqrt{S_{n+1}}+\sqrt{S_n}\right)$；② $a_n=S_{n-1}+n\left(n\geqslant 2\right)$；③ $a_{n+1}=2a_n+n-1$ 这三个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．（12 分）

某校为全面加强和改进学校体育工作，推进学校体育评价改革，建立了日常参与，体质监测和专项运动技能测试相结合的考查机制．在一次专项运动技能测试中，该校随机抽取 60 名学生作为样本进行耐力跑测试，这 60 名学生的测试成绩等级及频数如下表．

成绩等级	优	良	合格	不合格
频数	7	11	41	1

（1）从这 60 名学生中随机抽取 2 名学生，这 2 名学生中耐力跑测试成绩等级为优或良的人数记为 X，求 $P\left(X=1\right)$；

（2）将样本频率视为概率，从该校的学生中随机抽取 3 名学生参加野外拉练活动，耐力跑测试成绩等级为优或良的学生能完成该活动，合格或不合格的学生不能完成该活动，能完成活动的每名学生得 100 分，不能完成活动的每名学生得 0 分．这 3 名学生所得总分记为 Y，求 Y 的数学期望．

19. （12 分）

在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90^{\circ}$，$\angle D=60^{\circ}$，$AC=6$，$CD=3\sqrt{3}$.

（1）求 $\triangle ACD$ 的面积；

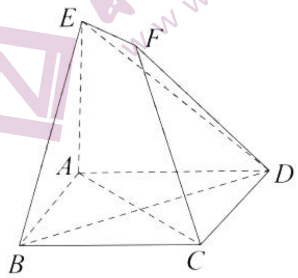
（2）若 $\cos\angle ACB=\dfrac{9}{16}$，求 $AB+\dfrac{3}{4}BC$ 的值.

20. （12 分）

如图，已知四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle ABC=60^{\circ}$，$EF\,/\!/\,AC$，$AC=2EF$，平面 $AEFC\perp$ 平面 $ABCD$，$AE=AB$.

（1）求证：平面 $BED\perp$ 平面 $AEFC$；

（2）若 $AE\perp AC$，求二面角 $A-CF-D$ 的余弦值.



21．（12 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，短轴长为 4．

（1）求 C 的方程；

（2）过点 $P(-3,0)$ 作两条相互垂直的直线 l_1 和 l_2，直线 l_1 与 C 相交于两个不同点 A，B，在线段 AB 上取点 Q，满足 $\dfrac{|AQ|}{|QB|}=\dfrac{|AP|}{|PB|}$，直线 l_2 交 y 轴于点 R，求△ PQR 面积的最小值．

22．（12 分）

已知函数 $f(x)=2x\ln x-x^2-mx+1$．

（1）若 $m=0$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若 $m<0$，$0<b<a$，证明：$2\ln\dfrac{a+b}{a-b}<\dfrac{4ab}{a^2-b^2}-m$．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。