

哈师大附中 2022 年高三第三次模拟考试

文科数学

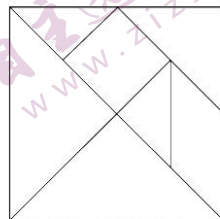
注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(1-x)\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in A\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$
2. 复数 $z = \frac{2i}{1+i}$, 则复数 z 的共轭复数 $\bar{z} =$
 A. $-1-i$ B. $-1+i$ C. $1-i$ D. $1+i$
3. 已知 $\sin(45^\circ + \alpha) = \frac{3}{5}$, $45^\circ < \alpha < 135^\circ$, 则 $\cos 2\alpha =$
 A. $\frac{24}{25}$ B. $-\frac{24}{25}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $-\frac{7}{25}$
4. 为了了解学生上网课期间作息情况,现从高三年级 702 人中随机抽取 20 人填写问卷调查,首先用简单随机抽样剔除 2 人,然后在剩余的 700 人中再用系统抽样的方法抽取 20 人,则
 A. 每个学生入选的概率都为 $\frac{1}{20}$ B. 每个学生入选的概率都为 $\frac{1}{35}$
 C. 每个学生入选的概率都为 $\frac{10}{351}$ D. 由于有剔除,学生入选的概率不全相等
5. 已知直线 a, b 分别在两个不同的平面 α, β 内,则“平面 α 和平面 β 不垂直”是“直线 a 和直线 b 不垂直”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} y \leq x+1, \\ y \leq -2x+7, \\ x+2y-5 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x+2y$ 的最小值为
 A. 7 B. 10 C. 11 D. 12

7. 七巧板是中国民间流传的智力玩具. 据清代陆以湑《冷庐杂识》记载, 七巧板是由宋代黄伯思设计的宴几图演变而来的, 原为文人的一种室内游戏, 后在民间逐步演变为拼图版玩具. 到明代, 七巧板已基本定型为由下面七块板组成: 五块等腰直角三角形(其中两块小型三角形、一块中型三角形和两块大型三角形)、一块正方形和一块平行四边形, 可以拼成人物、动物、植物、房亭、楼阁等 1600 种以上图案. 现从七巧板的五块三角形中任意取出两块, 则两块板恰好是全等三角形的概率为



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{1}{5}$

8. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各棱长均相等, 点 D, E 分别是棱 A_1B_1, CC_1 的中点, 则异面直线 AD 与 BE 所成角的余弦值为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 若 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{6})$ 对任意实数 x 都成立, $f(-\frac{\pi}{3}) = 0$, 且函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$ 上单调, 则 φ 的值为

- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x+1} + \frac{2^{x-1}}{2^x-1}$, 则 $f(\ln 2) + f(\ln \frac{1}{2})$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{5}{2}$

11. 已知点 P 为椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上一点, 点 F_1, F_2 分别为椭圆 C 的左、右焦点, 若 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为

- A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ D. $\sqrt{15}$

12. 已知有且只有一个实数 x 满足 $x^3 - ax - 1 = 0$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$ C. $(-\infty, 2]$ D. $(-\infty, \frac{3\sqrt{2}}{2})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 4, (2a + b) \perp a$, 则向量 a 与 b 夹角的大小为_____.

14. 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 焦点且斜率为 1 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 8, O$ 为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.

15. 已知 A, B, C 为球 O 球面上的三个定点, $\angle BAC = 45^\circ, BC = \frac{10}{3}, P$ 为球 O 球面上的动点, 记三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 V_1 , 三棱锥 $O-ABC$ 体积为 V_2 , 若 $\frac{V_1}{V_2}$ 的最大值为 4, 则球 O 的表面积为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos C = 2, 2b + c = 4$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.

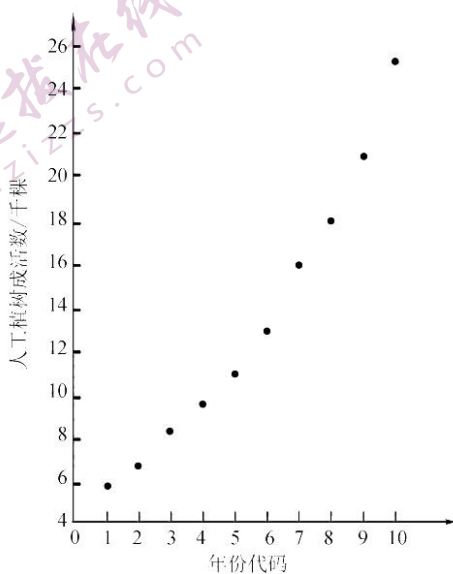
三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n + S_n = 1$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $b_n = a_n + \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分) 为了构筑“绿色长城”, 我国开展广泛的全民义务植树活动, 有力推动了生态状况的改善. 森林植被状况的改善, 不仅美化了家园, 减轻了水土流失和风沙对农田的危害, 而且还有效提高了森林生态系统的储碳能力. 某地区统计了 2011 年到 2020 年十年中每年人工植树成活数 y_i ($i=1, 2, 3, \dots, 10$) (单位: 千棵), 用年份代码 x_i ($i=1, 2, 3, \dots, 10$) 表示 2011 年, 2012 年, 2013 年, \dots , 2020 年, 得到下面的散点图:



对数据进行回归分析发现, 有两个不同的回归模型可以选择, 模型一: $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$, 模型二:

$\hat{y} = e^{\hat{\lambda} + \hat{\mu}x}$, 其中 e 是自然对数的底数.

- (1) 根据散点图, 判断所给哪个模型更适宜作为每年人工植树成活数 y 与年份代码 x 相关关系的回归分析模型 (给出判断即可, 不必说明理由);
(2) 根据 (1) 中选定的模型, 求出 y 关于 x 的回归方程;
(3) 利用 (2) 中所求回归方程, 预测从哪一年开始每年人工植树成活棵数能够超过 5 万棵?

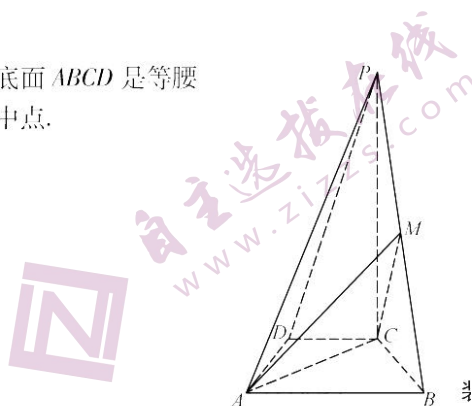
附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

参考数据:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 385, \bar{y} = 13.5, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 914.1, \text{ 设 } z_i = \ln y_i (i=1, 2, 3, \dots, 10), \bar{z} = 2.5, \sum_{i=1}^{10} x_i z_i = 150.7, \ln 2 \approx 0.693, \ln 5 \approx 1.609.$$

19. (本小题满分12分) 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是等腰梯形, 且 $AB=2, CD=1, \angle ABC=60^\circ, PC=3, M$ 是棱 PB 的中点.
- (1) 求证: $CM \parallel$ 平面 PAD ;
- (2) 求三棱锥 $P-ACM$ 的体积.



20. (本小题满分12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$, 点 $E(-4, 0)$, 过点 E 作斜率大于0的直线与椭圆 C 相切, 切点为 T .
- (1) 求点 T 的坐标;
- (2) 过线段 ET 的中点 G 作直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 直线 EA 与椭圆 C 的另一个交点为 M , 直线 EB 与椭圆 C 的另一个交点为 N .
- (i) 当直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$ 时, 求直线 MN 的斜率;
- (ii) 写出直线 MN 与 ET 的位置关系(不必说明理由).

21. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = x \ln x + a(\ln x - 2x + 2)$.
- (1) 若 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 证明: $(2x+1) \ln x + \frac{1}{x} > 0$.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}} \\ y = t^{\frac{1}{2}} - t^{-\frac{1}{2}} \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C_2 的直角坐标

方程是 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($x > 0$). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_3 的极

坐标方程是 $\rho = 4\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) - 2\cos\theta$.

- (1) 求曲线 C_1 的极坐标方程;
- (2) 若曲线 C_2 与曲线 C_1, C_3 分别交于点 A, B , 求 $|AB|$ 的值.

23. [选修4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |2x+11| + |x-11|$.

- (1) 解不等式 $f(x) > 4$;
- (2) 若存在 $x \in [-2, 2]$ 使不等式 $f(x) > |a-4|$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线