

2022—2023 学年度高一下学期 5 月联考 数 学 试 题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

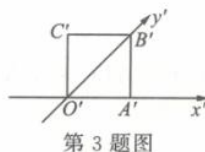
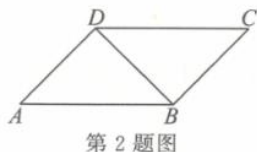
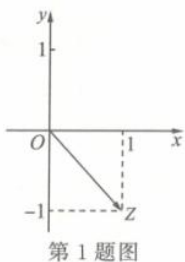
1. 如图，若向量 $\overrightarrow{OZ}$ 对应的复数为 z ，则 z 表示的复数为

A. $1+i$

B. $1-i$

C. $-1-i$

D. $-1+i$



2. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，下列结论正确的是

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \mathbf{0}$

3. 如图，正方形 $O'A'B'C'$ 的边长为 1 cm，它是水平放置的一个平面图形用斜二测画法得到的直观图，则原图形的周长是

A. 8 cm

B. 6 cm

C. $2(1+\sqrt{3})$ cm

D. $2(1+\sqrt{2})$ cm

4. 若某圆锥的轴截面是边长为 2 的正三角形，则它的体积为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\sqrt{3}\pi$

D. 2π

5. 若复数 $z_1 = 1+i$ ， $z_2 = \cos\alpha + i\sin\alpha$ ($\alpha \in \mathbf{R}$)，其中 i 是虚数单位，则 $|z_1 - z_2|$ 的最大值为

A. 2

B. 3

C. $\sqrt{2}-1$

D. $\sqrt{2}+1$

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $b = \sqrt{2}c$, $a = \sqrt{10}$, $A = \frac{3\pi}{4}$, 则 $S_{\triangle ABC} =$

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $2\sqrt{2}$ D. 2

7. 设点 A, B, C 不共线, 则 “ $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{BC}|$ ” 是 “ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角” 的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 粽子, 古时北方也称“角黍”, 是由粽叶包裹糯米、泰米等馅料蒸煮制成的食品, 是中国汉族传统节庆食物之一. 端午食粽的风俗, 千百年来在中国盛行不衰, 粽子形状多样, 馅料种类繁多, 南北方风味各有不同. 某四角蛋黄粽可近似看成一个正四面体, 蛋黄近似看成一个球体, 且每个粽子里仅包裹一个蛋黄, 若粽子的棱长为 9 cm, 则其内可包裹的蛋黄的最大体积约为 (参考数据: $\sqrt{6} \approx 2.45$, $\pi \approx 3.14$)



- A. 20 cm^3 B. 22 cm^3 C. 26 cm^3 D. 30 cm^3

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列说法中不正确的是

- A. 正四棱柱一定是正方体
B. 圆柱的母线和它的轴不一定平行
C. 正棱锥的侧面是全等的等腰三角形
D. 以直角三角形的一边所在直线为旋转轴, 其余两边旋转一周形成的面所围成的旋转体为圆锥

10. 已知复数 $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 2i$, 则下列说法正确的是

- A. z_2 的共轭复数不是 z_1 B. $|z_1| \neq |z_2|$
C. 复数 $z_1 z_2 = 4 - 3i$ D. 复数 $\frac{z_2}{z_1}$ 为纯虚数

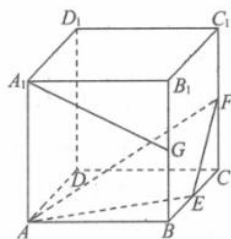
11. 下列说法正确的是

- A. 若 $a = (1, 2)$ 与 $b = (-3, x)$ 是共线向量, 则 $x = 6$
B. 若 $a = (-2, 3)$, $b = (2, 3)$, 则 a 与 b 可以作为平面内所有向量的基底
C. 已知 BC 是圆 O 的直径, 点 A 是圆 O 上异于 B, C 的点, 且 $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{3} |\overrightarrow{AB}|$, 则向量 $\overrightarrow{BA}$ 在向量 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$
D. 若 e_1, e_2 是单位向量, 且 $e_1 \perp e_2$, 则 $(e_1 + e_2)^2 = 2$



12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F, G 分别为 BC, CC_1, BB_1 的中点, 则下列结论中正确的是

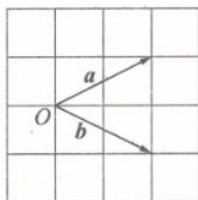
- A. 直线 D_1D 与直线 AF 垂直
B. 直线 A_1G 与平面 AEF 平行
C. 点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离相等
D. 平面 AEF 截正方体所得的截面面积为 $\frac{9}{2}$



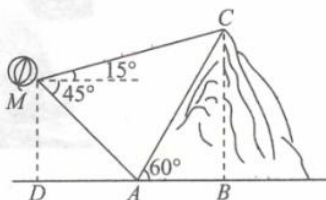
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $\frac{i}{i-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知以 O 为起点的向量 a, b 在正方形网格中的位置如图所示, 网格纸上小正方形的边长为 1, 则 $a \cdot (a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$.



第 14 题图



第 16 题图

15. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面. 下列正确命题的序号是 .

- ①若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$ ②若 $\alpha \parallel \beta, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 则 $m \perp n$
③若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$ ④若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \perp m$, 则 $n \perp \beta$

16. 如图, 在离地面高 400 m 的热气球上, 观测到山顶 C 处的仰角为 15° , 山脚 A 处的俯角为 45° , 已知 $\angle BAC = 60^\circ$, 则山的高度 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ m.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

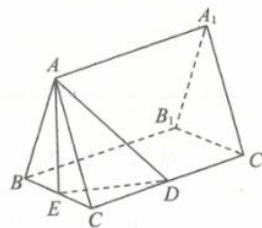
17. (10 分) 已知复数 $z_1 = i - a, z_2 = 1 - i$, 其中 a 是实数.

(1) 若 $z_1^2 = -2i$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 是纯虚数, 求 $\frac{z_1}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2023}$.

18. (12 分) 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长是 2, D, E 是 CC_1, BC 的中点, $AE = DE$, 求:

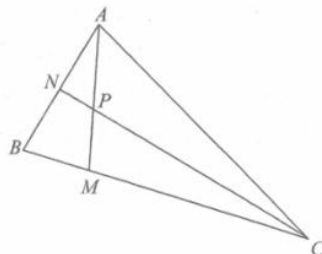
- (1) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长;
(2) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的表面积.



19.(12分)已知在 $\triangle ABC$ 中,点 M 是 BC 边上靠近点 B 的四等分点,点 N 在 AB 边上,且 $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{NB}$,设 AM 与 CN 相交于点 P .记 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{m}$, $\overrightarrow{AC}=\mathbf{n}$.

(1)请用 $\mathbf{m}, \mathbf{n}$ 表示向量 $\overrightarrow{AM}$;

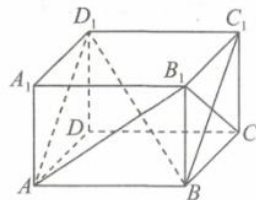
(2)若 $|\mathbf{n}|=2|\mathbf{m}|$,设 $\mathbf{m}, \mathbf{n}$ 的夹角为 θ ,若 $\cos \theta=\frac{1}{4}$,求证: $\overrightarrow{CN} \perp \overrightarrow{AB}$.



20.(12分)如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2, AD=AA_1=1$.

(1)求证: $B_1C \perp BD_1$;

(2)求直线 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成角的正弦值.



21.(12分)在锐角 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边为 a, b, c ,已知 $(a-b+c)(a-b-c)+ab=0$.

(1)求角 C ;

(2)若 $c=2\sqrt{3}$,求 $a+b$ 的取值范围.

22.(12分)如图1,四边形 $ABCD$ 是矩形,将 $\triangle ADC$ 沿对角线 AC 折起成 $\triangle AD'C$,连接 $D'B$,如图2,构成三棱锥 $D'-ABC$.过动点 D' 作平面 ABC 的垂线 $D'O$,垂足是 O .

(1)当 O 落在何处时,平面 $AD'C \perp$ 平面 ABC ,并说明理由;

(2)在三棱锥 $D'-ABC$ 中,若 $AD'=BD'$, P 为 $D'A$ 的中点,判断直线 OP 与平面 $BD'C$ 的位置关系,并说明理由;

(3)设 T 是 $\triangle ABC$ 及其内部的点构成的集合, $AB=2, BC=1$,当 $O \in T$ 时,求三棱锥 $D'-ABC$ 的体积的取值范围.

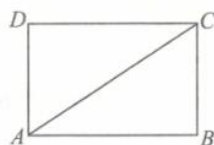


图1

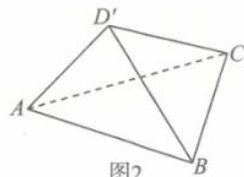


图2

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线