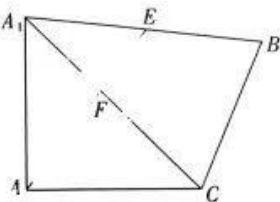


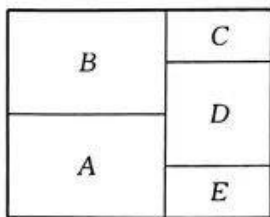
## 高三年级考试 数学参考答案(理科)

1. C 由题意可得  $A = \{x | x > 1\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 4\}$ , 则  $A \cap B = \{x | 1 < x < 4\}$ .
2. D 由题意可得  $(a+bi)i = (1+2i)(1+i)$ , 则  $-b+ai = -1+3i$ , 从而  $a=3, b=1$ , 故  $ab=3$ .
3. D 由题意可知  $0 < a < 1, b > 1, c < 0$ , 则  $b > a > c$ .
4. B 由题意可得  $ka+b = (k-2, 2k+3)$ , 则  $k-2+2(2k+3)=0$ , 解得  $k = -\frac{4}{5}$ .
5. C 由等差数列的性质可得  $a_4+a_8=a_5+a_7=14$ , 则  $a_7=4$ , 故  $S_{13}=13a_7=52$ .
6. D 由程序框图可知  $S=1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2=81$ , 解得  $n=9$ .
7. B 因为  $f(x+1)$  是偶函数, 所以  $f(-x)=f(x+2)$ . 因为  $f(1-x)=f(5+x)$ , 所以  $f(x)=f(x+6)$ , 所以  $f(x+2)=f(x+6)$ , 即  $f(x)=f(x+4)$ . 因为  $5 = \log_2 32 < \log_2 36 < \log_2 64 = 6$ , 所以  $f(\log_2 36) = f(\log_2 36 - 4) = f(\log_2 \frac{9}{4}) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ .

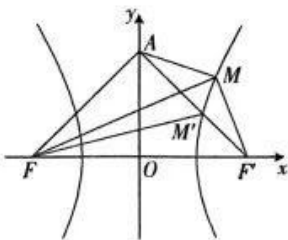
8. C 如图, 将平面  $A_1BC$  与平面  $A_1AC$  翻折到同一平面上, 连接  $AE$ , 记  $AE \cap A_1C = F$ . 由题意可知  $A_1A = AC = BC = 2, A_1C = A_1B = 2\sqrt{2}$ , 则  $\angle AA_1C = 45^\circ$ ,  $\cos \angle BA_1C = \frac{8+8-4}{2 \cdot 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$ , 从而  $\sin \angle BA_1C = \frac{\sqrt{7}}{4}$ , 故  $\cos \angle AA_1B = \cos(\angle AA_1C + \angle BA_1C) = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{14}}{8}$ . 因为  $F$  是  $A_1B$  的中点, 所以  $A_1F = \sqrt{2}$ , 由余弦定理可得  $AE^2 = 4 + 2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{14}}{8} = 3 + \sqrt{7}$ . 因为  $D$  在  $A_1C$  上, 所以  $AD + DE \geq AE$ , 则  $(AD + DE)^2 \geq 3 + \sqrt{7}$ .



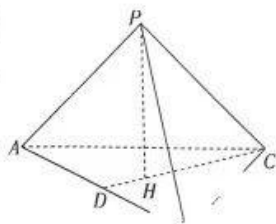
9. D 如图, 先在区域 A 布置花卉, 有 5 种不同的布置方案, 再在区域 E 布置花卉, 有 4 种不同的布置方案, 再在区域 D 布置花卉, 有 3 种不同的布置方案. 若区域 B 与区域 E 布置同一种花卉, 则区域 C 有 3 种不同的布置方案; 若区域 B 与区域 E 布置不同的花卉, 则区域 B 有 2 种不同的布置方案, 区域 C 有 3 种不同的布置方案. 故不同的布置方案有  $5 \times 4 \times 3 \times (3 + 2 \times 3) = 540$  种.



10. B 如图, 设双曲线 C 的右焦点为  $F'$ , 连接  $AF'$ , 线段  $AF'$  交双曲线 C 于点  $M'$ , 则  $|AM| + |MF'| \geq |AF'|$ . 由双曲线的定义可得  $|MF| - |MF'| = 2a$ , 则  $|AM| + |MF| = |AM| + |MF'| + 2a \geq |AF'| + 2a$ . 因为  $A(0, b)$ , 所以  $|AF| = |AF'| = \sqrt{b^2 + c^2}$ , 则  $2\sqrt{b^2 + c^2} + 2a = 2c + 4a$ , 整理得  $c^2 - 2ac - 2a^2 = 0$ , 即  $e^2 - 2e - 2 = 0$ , 解得  $e = \sqrt{3} + 1$ .



11. A 如图,取棱  $AB$  的中点  $D$ ,连接  $CD$ ,作  $PH \perp$  平面  $ABC$ ,垂足为  $H$ ,则  $PH = \sqrt{6}$ . 由正三棱锥的性质可知  $H$  在  $CD$  上,且  $CH = 2DH$ . 因为  $AB = 3$ ,所以  $CD = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,则  $CH = \sqrt{3}$ . 因为  $PH = \sqrt{6}$ ,所以

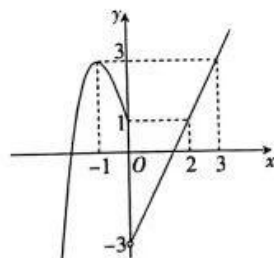


以  $PC = \sqrt{3+6} = 3$ ,则三棱锥  $P-ABC$  的表面积  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9 \times 4 =$

$9\sqrt{3}$ ,设三棱锥  $P-ABC$  的内切球的半径为  $r$ ,则  $V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9 \times \sqrt{6} = \frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times r$ ,解

得  $r = \frac{\sqrt{6}}{4}$ ,从而三棱锥  $P-ABC$  的内切球的表面积为  $4\pi r^2 = \frac{3\pi}{2}$ . 来源:高三答案公众号

12. C 当  $x \leq 0$  时,  $f'(x) = 3x^2 - 3$ . 由  $f'(x) > 0$ ,得  $x > 1$ ,由  $f'(x) < 0$ ,得  $-1 < x < 0$ ,则  $f(x)$  在  $(-1, 0]$  上单调递减,在  $(-\infty, -1)$  上单调递增,故  $f(x)$  的大致图象如图所示.



设  $t = f(x)$ ,则  $m = f(t)$ . 由图可知当  $m > 3$  时,  $m = f(t)$  有且只有 1 个实根,则  $t = f(x)$  最多有 3 个不同的实根,不符合题意. 当  $m = 3$  时,  $m = f(t)$  的解是  $t_1 = -1, t_2 = 3$ .  $f(x) = t_1$  有 2 个不同的实根,  $f(x) =$

$t_2$  有 2 个不同的实根,则  $t = f(x)$  有 4 个不同的实根,不符合题意. 当  $1 \leq m < 3$  时,  $m = f(t)$  有 3 个不同的实根  $t_3, t_4, t_5$ ,且  $t_3 \in (-2, -1), t_4 \in (-1, 0], t_5 \in [2, 3)$ .  $f(x) = t_3$  有 2 个不同的实根,  $f(x) = t_4$  有 2 个不同的实根,  $f(x) = t_5$  有 3 个不同的实根,则  $t = f(x)$  有 7 个不同的实根,不符合题意. 当  $-1 \leq m < 1$  时,  $m = f(t)$  有 2 个不同的实根  $t_6, t_7$ ,且  $t_6 \in (-3, -1), t_7 \in (1, 2)$ .  $f(x) = t_6$  有 2 个不同的实根,  $f(x) = t_7$  有 3 个不同的实根,则  $t = f(x)$  有 5 个不同的实根,符合题意. 当  $-3 < m < -1$  时,  $m = f(t)$  有 3 个不同的实根  $t_8, t_9$ ,且  $t_8 \in (-3, -1), t_9 \in (0, 1)$ ,  $f(x) = t_8$  有 2 个不同的实根,  $f(x) = t_9$  有 2 个不同的实根,则  $t = f(x)$  有 4 个不同的实根,不符合题意. 当  $m \leq -3$  时,  $m = f(t)$  有且只有 1 个实根,则  $t = f(x)$  最多有 3 个不同的实根,不符合题意. 综上所述  $m$  的取值范围是  $[-1, 1)$ .

13. 8.4 将这组数据按从小到大的顺序排列为 7.6, 7.8, 7.9, 8.1, 8.3, 8.5, 8.8, 9.2, 9.5, 则这组数据的中位数是  $\frac{8.3+8.5}{2} = 8.4$ .

14. -3 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 联立  $\begin{cases} y^2 = 8x, \\ y = x + m, \end{cases}$  整理得  $x^2 + (2m - 8)x + m^2 = 0$ , 则  $\Delta = (2m - 8)^2 - 4m^2 = 32(2 - m) > 0, x_1 + x_2 = 8 - 2m$ . 由抛物线的定义可得  $|AF| + |BF| = x_1 + x_2 + 4$ , 则  $8 - 2m + 4 = 18$ , 解得  $m = -3$ .

15.  $-\frac{1}{9}$  由题意可得  $\frac{S_n}{n} = \frac{1}{3^n}$ , 则  $S_n = \frac{n}{3^n}$ . 当  $n \geq 2$  时,  $S_{n-1} = \frac{n-1}{3^{n-1}}$ , 所以  $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n}{3^n} - \frac{n-1}{3^{n-1}} = \frac{3-2n}{3^n} (n \geq 2)$ . 当  $n=1$  时,  $a_1 = \frac{1}{3}$  满足上式, 则  $a_n = \frac{3-2n}{3^n}$ . 因为  $a_{n+1} - a_n = \frac{1-2n}{3^{n+1}} - \frac{3-2n}{3^n} =$

$\frac{3-2n}{3^n} = \frac{4(n-2)}{3^{n+1}}$ , 所以当  $n < 2$  时,  $a_{n+1} - a_n < 0$ , 则  $a_1 > a_2$ , 当  $n = 2$  时,  $a_2 = a_3$ , 当  $n > 3$  时,

$a_{n+1} - a_n > 0$ , 则  $a_3 < a_4 < a_5 < \dots$ , 故  $a_n$  的最小值是  $a_2 = -\frac{1}{9}$ . 来源: 高三答案公众号

16.  $1011\pi$  由题意可得  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ , 则  $\frac{1}{2}T = \frac{\pi}{2}$ , 即  $\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$ , 解得  $\omega = 2$ . 由  $f(x) = 1$ , 得  $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ , 则  $2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$  或  $2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$ , 解得  $x = k\pi - \frac{\pi}{6}$  或  $x = k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ , 故  $f(x)$  的相邻两个零点之间的距离是  $\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$ . 要使  $n - m$  最小, 则  $m, n$  都是  $f(x) = 1$  的解, 则  $n - m \geq 1011 \times \frac{2\pi}{3} = 1011\pi$ .

17. (1) 证明: 因为  $b\sin B - c\sin C = a$ , 所以  $\sin^2 B - \sin^2 C = \sin A$ ,  
所以  $\sin B\sin(A+C) - \sin C\sin(A+B) = \sin A$ , ..... 2 分  
所以  $\sin B(\sin A\cos C + \cos A\sin C) - \sin C(\sin A\cos B + \cos A\sin B) = \sin A$ ,  
即  $\sin B\sin A\cos C - \sin C\sin A\cos B = \sin A$ . ..... 4 分  
因为  $\sin A \neq 0$ , 所以  $\sin B\cos C - \sin C\cos B = 1$ , 即  $\sin(B-C) = 1$ . 故  $B-C = \frac{\pi}{2}$ . ... 6 分

(2) 解: 由(1)可知  $B-C = \frac{\pi}{2}$ .

因为  $A = \frac{\pi}{3}$ , 所以  $B+C = \frac{2\pi}{3}$ , 则  $B = \frac{7\pi}{12}, C = \frac{\pi}{12}$ . ..... 8 分

由正弦定理可知  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 4$ , 则  $b = 4\sin B, c = 4\sin C$ . ..... 10 分

故  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{1}{2}bc\sin A = 4\sqrt{3}\sin B\sin C = 4\sqrt{3}\cos C\sin C = 2\sqrt{3}\sin 2C = \sqrt{3}$ . ..... 12 分

18. 解: (1) 由题意可得投到该杂志的 1 篇稿件初审直接被录用的概率  $P_1 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ . ..... 2 分

投到该杂志的 1 篇稿件初审没有被录用, 复审被录用的概率  $P_2 = C_2^1 \times \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{9}$ . ..... 4 分

故投到该杂志的 1 篇稿件被录用的概率  $P = P_1 + P_2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$ . ..... 5 分

(2) 由题意可知  $X$  的所有可能取值为  $0, 1, 2, 3$ , 且  $X \sim B(3, \frac{2}{9})$ . ..... 6 分

$P(X=0) = C_3^0 \times (\frac{7}{9})^3 = \frac{343}{729}$ ,  $P(X=1) = C_3^1 \times \frac{2}{9} \times (\frac{7}{9})^2 = \frac{294}{729} = \frac{98}{243}$ , ..... 8 分

$P(X=2) = C_3^2 \times (\frac{2}{9})^2 \times \frac{7}{9} = \frac{84}{729} = \frac{28}{243}$ ,  $P(X=3) = C_3^3 \times (\frac{2}{9})^3 = \frac{8}{729}$ , ..... 10 分

则  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$P$	$\frac{343}{729}$	$\frac{98}{243}$	$\frac{28}{243}$	$\frac{8}{729}$

..... 11分

故  $E(X) = 3 \times \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$ . ..... 12分

19. (1) 证明: 如图, 取棱  $AB$  的中点  $O$ , 连接  $OB_1, OC, AB_1$ .

由题意可知  $AA_1B_1B$  为菱形, 且  $\angle ABB_1 = 60^\circ$ , 则  $\triangle ABB_1$  为正三角形.

因为  $O$  是棱  $AB$  的中点, 所以  $OB_1 \perp AB$ . ..... 1分

由题意可知  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形, 则  $OC \perp AB, OC = \sqrt{3}$ . ..... 2分

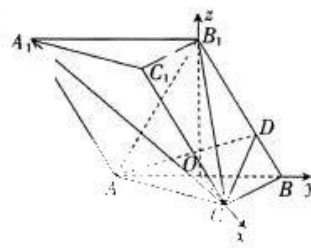
因为  $\triangle ABB_1$  是边长为 2 的等边三角形, 所以  $OB_1 = \sqrt{3}$ . ..... 3分

因为  $B_1C = \sqrt{6}$ , 所以  $OC^2 + OB_1^2 = B_1C^2$ , 所以  $OB_1 \perp OC$ . ..... 3分

因为  $AB, OC \subset$  平面  $ABC$ , 且  $AB \cap OC = O$ , 所以  $OB_1 \perp$  平面  $ABC$ . ..... 4分

因为  $OB_1 \subset$  平面  $ABB_1A_1$ , 所以平面  $ABC \perp$  平面  $ABB_1A_1$ . ..... 5分

(2) 解: 由(1)可知  $OB, OC, CB_1$  两两垂直, 故分别以  $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OB_1}$  的方向为  $x, y, z$  轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系,



则  $A(0, -1, 0), C(\sqrt{3}, 0, 0), D(0, \frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}), A_1(0, -2, \sqrt{3}), B_1(0, 0, 2)$ .

故  $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{3}, 1, 0), \overrightarrow{CD} = (-\sqrt{3}, \frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}), \overrightarrow{A_1C} = (\sqrt{3}, 2,$

$-\sqrt{3}), \overrightarrow{A_1B_1} = (0, 2, 0)$ . ..... 6分

设平面  $ACD$  的法向量为  $n = (x_1, y_1, z_1)$ ,

$$\text{则} \begin{cases} n \cdot \overrightarrow{AC} = \sqrt{3}x_1 + y_1 = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{CD} = -\sqrt{3}x_1 + \frac{2}{3}y_1 + \frac{\sqrt{3}}{3}z_1 = 0, \end{cases} \text{令 } x_1 = 1, \text{得 } n = (1, -\sqrt{3}, 5). \text{ ..... 8分}$$

设平面  $A_1B_1C$  的法向量为  $m = (x_2, y_2, z_2)$ ,

$$\text{则} \begin{cases} m \cdot \overrightarrow{A_1C} = \sqrt{3}x_2 + 2y_2 - \sqrt{3}z_2 = 0, \\ m \cdot \overrightarrow{A_1B_1} = 2y_2 = 0; \end{cases} \text{令 } x_2 = 1, \text{得 } m = (1, 0, 1). \text{ ..... 9分}$$

设平面  $ACD$  与平面  $A_1B_1C$  的夹角为  $\theta$ , 则  $\cos \theta = |\cos \langle n, m \rangle| = \frac{|n \cdot m|}{|n| |m|} = \frac{1+5}{\sqrt{29} \times \sqrt{2}} =$

$\frac{3\sqrt{58}}{29}$ . ..... 11分

即平面  $ACD$  与平面  $A_1B_1C$  夹角的余弦值为  $\frac{3\sqrt{58}}{29}$ . ..... 12分

20. 解: (1) 设椭圆  $E$  的方程为  $mx^2 + ny^2 = 1 (m > 0, n > 0)$ ,

$$\text{则} \begin{cases} 4m=1, \\ m+6n=1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=\frac{1}{4}, \\ n=\frac{1}{8}, \end{cases} \dots\dots\dots$$

故椭圆  $E$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$ .  $\dots\dots\dots$  4 分

(2) 依题可设直线  $l$  的方程为  $x - my - 1 = 0, P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), M(x_0, y_0)$ .

$$\text{联立方程组} \begin{cases} x = my - 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} = 1, \end{cases} \text{整理得} (2m^2 + 1)y^2 - 4my - 6 = 0, \dots\dots\dots$$

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{4m}{2m^2 + 1}, y_1 y_2 = \frac{-6}{2m^2 + 1}. \dots\dots\dots$$

直线  $AP$  的方程为  $y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x + 2)$ , 直线  $BQ$  的方程为  $y = \frac{y_2}{x_2 - 2}(x - 2)$ ,

$$\text{联立方程组} \begin{cases} y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x + 2), \\ y = \frac{y_2}{x_2 - 2}(x - 2) \end{cases} \text{得 } x_0 = \frac{2y_1 x_2 - 4y_1 + 2x_1 y_2 + 4y_2}{(x_1 + 2)y_2 - (x_2 - 2)y_1} = \frac{4my_1 y_2 - 6y_1 + 2y_2}{3y_1 + y_2}, \dots\dots\dots$$

$$\text{由 } y_1 + y_2 = \frac{4m}{2m^2 + 1}, y_1 y_2 = \frac{-6}{2m^2 + 1}, \text{得 } 2my_1 y_2 = -3(y_1 + y_2), \dots\dots\dots$$

$$\text{所以 } x_0 = \frac{-6(y_1 + y_2) - 6y_1 + 2y_2}{y_2 + 3y_1} = -4 \dots\dots\dots$$

故  $M$  在定直线  $x = -4$  上.  $\dots\dots\dots$  12 分

21. (1) 解: 因为  $f(x) = e^x + mx^3 - nx^2 - x$ , 所以  $f'(x) = e^x + 3mx^2 - 2nx - 1$ ,  $\dots\dots\dots$  1 分

$$\text{则} \begin{cases} f(1) = e + m - n - 1 = -1, \\ f'(1) = e + 3m - 2n - 1 = -1, \end{cases} \dots\dots\dots$$

$$\text{解得 } m = e, n = 2e. \dots\dots\dots$$

(2) 证明: 设  $g(x) = f(x) - (3x^3 - 5x^2 + 1) = e^x + (e - 3)x^3 - (2e - 5)x^2 - x - 1$ ,

$$\text{则 } g'(x) = e^x - 3(e - 3)x^2 - 2(2e - 5)x - 1.$$

$$\text{设 } h(x) = g'(x), \text{则 } h(x) = e^x + 6(e - 3)x - 2(2e - 5).$$

$$\text{设 } m(x) = h'(x), \text{则 } m(x) = e^x + 6(e - 3).$$

当  $x \in (-\infty, \ln(18 - 6e))$  时,  $m'(x) < 0$ , 当  $x \in (\ln(18 - 6e), +\infty)$  时,  $m'(x) > 0$ ,

所以  $m(x)$  在  $(-\infty, \ln(18 - 6e))$  上单调递减, 在  $(\ln(18 - 6e), +\infty)$  上单调递增, 即  $h'(x)$  在  $(-\infty, \ln(18 - 6e))$  上单调递减, 在  $(\ln(18 - 6e), +\infty)$  上单调递增.  $\dots\dots\dots$  6 分

$$\text{因为 } h(0) = 11 - 4e > 0, h(1) = 3e - 8 > 0, h\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{e} - 1 - e < 0.$$

所以存在  $x_1 \in (0, \frac{1}{2}), x_2 \in (\frac{1}{2}, 1)$ , 使得  $h'(x_1) = h'(x_2) = 0$ . ..... 8分

故当  $x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$  时,  $h'(x) > 0$ ; 当  $x \in (x_1, x_2)$  时,  $h'(x) < 0$ .

所以  $g'(x)$  在  $(-\infty, x_1)$  与  $(x_2, +\infty)$  上单调递增, 在  $(x_1, x_2)$  上单调递减. .... 9分

因为  $g'(0) = 0, g'(1) = 0$ , 所以存在唯一的  $x_3 \in (x_1, x_2)$ , 使得  $g'(x_3) = 0$ ,

所以当  $x \in (-\infty, 0) \cup (x_3, 1)$  时,  $g'(x) < 0$ , 当  $x \in (0, x_3) \cup (1, +\infty)$  时,  $g'(x) > 0$ ,

则  $g(x)$  在  $(-\infty, 0)$  与  $(x_3, 1)$  上单调递减, 在  $(0, x_3)$  与  $(1, +\infty)$  上单调递增. .... 10分

故  $g(x)_{\min}$  是  $g(0)$  与  $g(1)$  中的较小值. .... 11分

因为  $g(0) = g(1) = 0$ , 所以  $g(x) \geq 0$  恒成立.

即对任意的  $x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 3x^3 - 5x^2 + 1$  恒成立. .... 12分

22. 解: (1) 由  $\begin{cases} x = 2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 得  $(x-2)^2 + y^2 = 9$ , 即  $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ . .... 3分

则曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 4\rho\cos \theta - 5 = 0$ . .... 4分

(2) 联立  $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4}, \\ \rho\cos \theta + 2\rho\sin \theta = 12 \end{cases}$  解得  $\rho_1 = 4\sqrt{2}$ . .... 6分

联立  $\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{4}, \\ \rho^2 - 4\rho\cos \theta - 5 = 0, \end{cases}$  解得  $\rho_2 = \sqrt{2} + \sqrt{7}$ . .... 8分

故  $|AB| = |\rho_1 - \rho_2| = 3\sqrt{2} - \sqrt{7}$ . .... 10分

23. (1) 解: 因为  $a+b=2$ , 所以  $a^2+b^2+2ab=4$ , 所以  $a^2+b^2=4-2ab$ . .... 1分

因为  $a>0, b>0$ , 所以  $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2 = 1$ , 当且仅当  $a=b=1$  时, 等号成立, .... 3分

则  $a^2+b^2 \geq 4-2=2$ , 即  $a^2+b^2$  的最小值是 2. .... 4分

(2) 证明: 因为  $\sqrt{2} \times \sqrt{a+1} \leq \frac{a+3}{2}$ , 当且仅当  $a=1$  时, 等号成立, .... 5分

$\sqrt{2} \times \sqrt{b+1} \leq \frac{b+3}{2}$ , 当且仅当  $b=1$  时, 等号成立, .... 7分

所以  $\sqrt{2} \times \sqrt{a+1} + \sqrt{2} \times \sqrt{b+1} \leq \frac{a+3}{2} + \frac{b+3}{2} = 4$ , 当且仅当  $a=b=1$  时, 等号成立, ....

..... 9分

则  $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$ , 当且仅当  $a=b=1$  时, 等号成立. .... 10分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw