绝密★启用前

2021—2022学年高三年级二轮复习阶段性测试

数　学（文）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\{x|y=\sqrt{x-3}\}$，$B=\{x|(x+1)(x-5)<0\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$　　　C

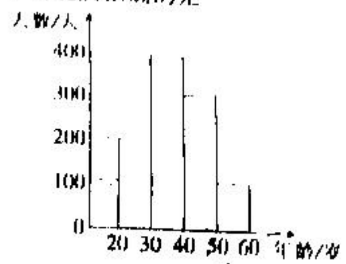
A. $\{x|x<-1\}$　　B. $\{x|-1<x\le 3\}$　　C. $\{x|-1<x<3\}$　　D. $\{x|3<x<5\}$

2. 若复数 z 满足 $z+2\bar{z}=3$，则　　　/X

A. z 的实部为 $\frac{3}{2}$　　B. z 的实部为 $-\frac{3}{2}$

C. z 的虚部为 $\frac{3}{2}$　　D. z 的虚部为 $-\frac{3}{2}$

3. 某小区居民年龄在20～60岁的人数统计如下图所示，现要在此年龄段中抽取30人进行冬奥会满意程度调研，若按年龄进行分层抽样，则下列说法正确的是



B

~~A.~~ 年龄在[20,30)的抽8人　6　　~~B.~~ 年龄在[30,40)的抽12人

~~C.~~ 年龄在[40,50)的抽10人　7　　D. 年龄在[50,60]的抽12人　2

4. 5G基站建设是众多"新基建"的工程之一，截至2021年7月底，A地区已经累计开通5G基站300个，未来将进一步完善基础网络体系，加快推进5G网络建设. 已知2021年8月该地区计划新建50个5G基站，以后每个月比上一个月多建40个，预计A地区累计开通4070个5G基站要到

A. 2022年12月底　　B. 2022年11月底

C. 2022年9月底　　D. 2022年8月底

5. 已知函数 $f(x)=3\sin x-x^3+2x+3$，若 $f(a)=-2$，则 $f(-a)=$

A. -4　　B. -6　　C. 6　　D. 8

6. 已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边过点 $(2,-5)$，则 $\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{4}\right)=$　　135°

A. $-\frac{3}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. -1　　B　　D. 1

7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为线段 A_1B_1 的中点，则异面直线 D_1E 与 BC_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 甲、乙两人玩猜数字游戏，他们心中各想一个数字，分别记为 x,y，其中 $x,y\in[0,2]$，当 $|x-y|\leq 1$ 时，称"甲乙心有灵犀"，则"甲乙心有灵犀"的概率为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{7}{8}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)$，若将 $f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的3倍后，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)$ 的单调递增区间为

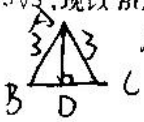
A. $\left[\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$　　B. $\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

C. $\left[-\frac{5\pi}{12}+2k\pi,\frac{\pi}{12}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$　　D. $\left[\frac{\pi}{12}+2k\pi,\frac{7\pi}{12}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

10. 已知抛物线 $C:y^2=5x$ 与直线 l 交于 A,B 两点，若线段 AB 中点的纵坐标为4，则 l 的斜率为

A. $\frac{8}{5}$　　B. $\frac{5}{8}$　　B　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{4}$

11. 已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=3$，$BC=3\sqrt{3}$，现以 BC 为旋转轴旋转 360° 得到一个旋转体，则该旋转体的内切球的表面积为



$AD=\frac{3}{2}$　$BD=CD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

A. 27π　　B. $\frac{27\pi}{2}$　　C. $\frac{27\pi}{8}$　　D. $\frac{27\pi}{4}$

12. 已知函数 $f(x)=(4x-6)e^x-m(x-1)^2$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递增，则实数 m 的取值范围为

A. $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$　　B　　C. $[1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$，若 $|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2\sqrt{3}$，则 $|\boldsymbol{a}|=$________.

14. 法国数学家马林·梅森是研究素数的数学家中成就很高的一位，人们将"2^p-1(p 为素数)"形式的素数称为"梅森素数"，目前仅发现51个"梅森素数"，可以估计，$2^{67}-1$ 这个"梅森素数"的位数为________.（参考数据：$\lg 2\approx 0.301$）

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过点 F_1 的直线 l 与 C 的两条渐近线分别交于 P,Q 两点，若 $OQ\perp PQ$（其中 O 为坐标原点），则 $\triangle OPQ$ 的面积为________.

16. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=\frac{a_2}{2}=1$，且 $S_{n+2}=S_{n+1}+a_n+1+(-1)^{\sin\frac{(n+1)\pi}{2}}$，则 $S_{50}=$________.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17. (12分)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $c=6$，$2\sqrt{3}\tan\frac{C}{2}+\frac{1}{\cos^2\frac{C}{2}}=2$.

(1)求角 C 的大小；

(2)若________，求 $\triangle ABC$ 的周长.

从下列三个条件中任选1个，补充在上面问题的横线中，然后对问题进行求解.

①$\triangle ABC$ 的面积为 $36\sin A$，②$2a\cos C+2c\cos A=\frac{\sqrt{3}b^2}{a}$，③$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})=\frac{bc}{2}$.

注：如选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. (12分) 某种机器随着使用年限的增加，其价值逐渐减小，经调查显示，该机器售价为25万元，其使用年限 x（单位：年）与价值 y（单位：万元）之间的对应关系统计如下表所示： 8

$\bar{x}=8$
$\bar{y}=20$

x	1	3	5	7	9	11	13	15
y	24	23	22	20	19	19	17	16

由上表数据可知，可用线性回归模型（下面简称为模型一）拟合 y 与 x 的关系。

(1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

(2) 研究人员采用另外一种非线性模型（下面简称为模型二）对上述数据进行研究，得到模型二的相关系数 $r'=-0.923$。

①计算模型一的相关系数 r；

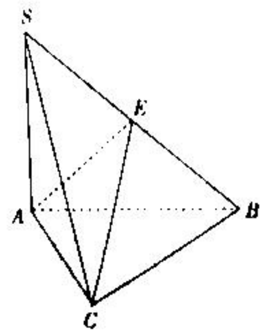
②试根据①中计算结果，说明选择哪种模型拟合效果更好。

参考公式：对于一组具有线性相关关系的数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,\cdots,n)$，其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$；相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$。参考数据：$\dfrac{1}{56\sqrt{3}}\approx 0.01$。

19. (12分) 已知三棱锥 $S-ABC$ 的底面为等边三角形，其中 $SA\perp AC$，$SA=AC=4$，$SC=SB$，点 E 是线段 SB 的中点。

(1) 求证：平面 $SAC\perp$ 平面 ABC；

(2) 求点 B 到平面 ACE 的距离。



20. (12分) 已知函数 $f(x)=2a\ln x+x^2-2ax$。

(1) 若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2) 若 $f'(x_1)=f'(x_2)=0$，且 $x_1\neq x_2$，求证：$f(x_1)+f(x_2)+12<0$。

$f'(x)=$

21.（12分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，上、下顶点分别为 A_1,A_2，四边形 $A_1F_1A_2F_2$ 的面积为2，且 $|A_1F_1|=\sqrt{2}$.

（1）求 C 的标准方程；

（2）过点 F_2 的直线 l 与 C 交于 M,N 两点，$\angle MNF_1$，$\angle MF_1N$ 的角平分线交于点 P，若 P 到 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，求 $|MN|$ 的值.

（二）选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10分）【选修4－4：坐标系与参数方程】

已知平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+5t\\y=5t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$.

（1）求 l 的普通方程以及 C 的直角坐标方程；

（2）若 l 与 C 交于 M,N 两点，求 $\frac{1}{|OM|}+\frac{1}{|ON|}$ 的值.

（10分）【选修4－5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=\left|x-\frac{4}{m}\right|+|x+m|,m\in\mathbf{R}$.

（1）若 $m=4$，求不等式 $f(x)<8$ 的解集；

（2）当 $m>0$ 时，若 $\exists x_0\in\mathbf{R},f(x_0)\leqslant 5$，求 m 的取值范围.

2021—2022学年高三年级二轮复习阶段性测试
数学(文)参考答案

1.【答案】C

【解析】依题意，$A=\{x|y=\sqrt{x-3}\}=\{x|x\geqslant 3\}$，则$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x<3\}$，$B=\{x|(x+1)(x-5)<0\}=\{x|-1<x<5\}$，故$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|-1<x<3\}$，故选C.

2.【答案】A

【解析】设$z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，故$z+\bar{z}=2a=3$，解得$a=\frac{3}{2}$，故选A.

3.【答案】B

【解析】依题意，年龄在$[20,30)$，$[30,40)$，$[40,50)$，$[50,60]$的人数比例为$2:4:3:1$，故抽取的人数分别为6，12，9，3，观察可知，故选B.

4.【答案】D

【解析】假设要经过k个月，则$50k+\frac{k(k-1)}{2}\cdot 40=4070-300$，解得$k=13$，预计$A$地区累计开通4070个5G基站要到2022年8月底，故选D.

5.【答案】D

【解析】依题意，$f(a)=3\sin a-a^3+2a+3=-2$，故$3\sin a-a^3+2a=-5$，而$f(-a)=-3\sin a+a^3-2a+3=8$，故选D.

6.【答案】A

【解析】依题意，$\tan\alpha=-\frac{5}{2}$，故$\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha-\tan\frac{3\pi}{4}}{1+\tan\alpha\tan\frac{3\pi}{4}}=\frac{-\frac{5}{2}+1}{1+\frac{5}{2}}=-\frac{3}{7}$，故选A.

7.【答案】B

【解析】连接AD_1，AE，因为$AD_1/\!/BC_1$，则$\angle AD_1E$即为异面直线D_1E与BC_1所成角，不妨设$AA_1=2$，则$AD_1=2\sqrt{2}$，$D_1E=AE=\sqrt{5}$，$\cos\angle AD_1E=\frac{\frac{AD_1}{2}}{D_1E}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，故选B.

8.【答案】C

【解析】由题意$x,y\in[0,2]$，故区域$\Omega=\{(x,y)|x,y\in[0,2]\}$，面积为4，其中区域$A=\{(x,y)|x,y\in[0,2]$，且$|x-y|\leqslant 1\}$，面积$S=4-\frac{1}{2}\times1\times1\times2=3$，故“甲乙心有灵犀”的概率$P=\frac{3}{4}$，故选C.

9.【答案】A

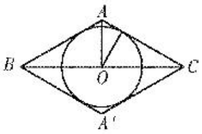
【解析】将$f(x)$的图象上各点的横坐标拉伸为原来的3倍后，得到$f\left(\frac{1}{3}x\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，再向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到$g(x)=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)$，令$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{2\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得$\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，故选A.

10.【答案】B

【解析】设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1^2=5x_1$，$y_2^2=5x_2$，两式相减可得，$(y_1-y_2)(y_1+y_2)=5(x_1-x_2)$，则$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot(y_1+y_2)=k_{AB}\cdot 8=5$，故 l 的斜率为$\frac{5}{8}$，故选 B.

11.【答案】D

【解析】如图所示，旋转体的轴截面为边长为 3 的菱形，其中$\angle BAC=120°$，内切球的半径 $r=AC\cdot\sin 30°\cdot\cos 30°=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，故 $S=4\times\pi\times\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2=\frac{27\pi}{4}$，故选 D.



12.【答案】C

【解析】依题意 $f'(x)=(4x-2)e^x-2m(x-1)\geq 0$ 在$(-\infty,1)$上恒成立，故$(2x-1)e^x\geq m(x-1)$ 在$(-\infty,1)$上恒成立，则 $m\geq\frac{(2x-1)e^x}{x-1}$；令 $g(x)=\frac{(2x-1)e^x}{x-1}$，$g'(x)=\frac{(2x+1)(x-1)e^x-(2x-1)e^x}{(x-1)^2}=\frac{x(2x-3)e^x}{(x-1)^2}$，故当 $x\in(-\infty,0)$时，$g'(x)>0$，当 $x\in(0,1)$时，$g'(x)<0$，故 $g(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,1)$上单调递减，故 $g(x)_{\max}=g(0)=1$，故 $m\geq 1$，则实数 m 的取值范围为$[1,+\infty)$，故选 C.

13.【答案】2

【解析】依题意，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+2|\boldsymbol{a}|+4=12$，解得$|\boldsymbol{a}|=2$(负值舍去).

14.【答案】21

【解析】依题意，$\lg 2^{67}=67\cdot\lg 2\approx 67\times 0.301=20.167$，故 $2^{67}-1$ 这个“梅森素数”有 21 位.

15.【答案】$6\sqrt{3}$

【解析】依题意，$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，不妨设 l 过一、二、三象限，则 Q，P 分别在第二、三象限，故直线 PQ：$y=\sqrt{3}(x+4)$，联立$\begin{cases}y=\sqrt{3}(x+4),\\ y=\frac{\sqrt{3}}{3}x,\end{cases}$解得$\begin{cases}x_P=-6,\\ y_P=-2\sqrt{3},\end{cases}$联立$\begin{cases}y=\sqrt{3}(x+4),\\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x,\end{cases}$解得$\begin{cases}x_Q=-3,\\ y_Q=\sqrt{3},\end{cases}$则 $S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}\times 4\times(2\sqrt{3}+\sqrt{3})=6\sqrt{3}$.

16.【答案】675

【解析】依题意，$a_{n+2}=a_n+1+(-1)^{\sin\frac{(n+1)\pi}{2}}$. 当 n 为奇数时，$a_{n+2}-a_n=2$，故数列$\{a_{2n-1}\}$是首项为 1，公差为 2 的等差数列；当 n 为偶数时，$a_{n+2}-a_n=0$，故数列$\{a_{2n}\}$为常数列，故 $S_{50}=(a_1+a_3+\cdots+a_{49})+(a_2+a_4+\cdots+a_{50})=25+\frac{25\times 24}{2}\times 2+2\times 25=675$.

17. 解：(1)依题意，$2\sqrt{3}\cdot\frac{\sin\frac{C}{2}}{\cos\frac{C}{2}}+\frac{1}{\cos^2\frac{C}{2}}=2$，(1 分)

数学(文)　第 2 页(共 6 页)

故 $2\sqrt{3}\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}=2\cos^2\frac{C}{2}-1$,(3 分)

即$\sqrt{3}\sin C=\cos C$,(4 分)

故 $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$,(5 分)

因为 $C\in(0,\pi)$,故 $C=\frac{\pi}{6}$.(6 分)

(2)若选①:

依题意,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=36\sin A$,(7 分)

解得 $bc=72$,故 $b=12$,(8 分)

由余弦定理,$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,(9 分)

即 $36=a^2+144-12\sqrt{3}a$,解得 $a=6\sqrt{3}$,(11 分)

故$\triangle ABC$的周长为 $18+6\sqrt{3}$.(12 分)

若选②:

依题意,$2a\cos C+2c\cos A=\frac{\sqrt{3}b^2}{a}$,故 $2a^2\cos C+2ac\cos A=\sqrt{3}b^2$,(7 分)

故 $2a(\sin A\cos C+\sin C\cos A)=\sqrt{3}b\sin B$,(8 分)

即 $2a\sin(A+C)=2a\sin B=\sqrt{3}b\sin B$,(9 分)

因为 $\sin B\neq0$,所以 $a=\frac{\sqrt{3}}{2}b$,(10 分)

由余弦定理,$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,则 $36=\frac{3}{4}b^2+b^2-\frac{3}{2}b^2$,解得 $b=12$,(11 分)

则 $a=\frac{\sqrt{3}}{2}b=6\sqrt{3}$,故$\triangle ABC$的周长为 $18+6\sqrt{3}$.(12 分)

若选③:

因为$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})=\frac{bc}{2}$,即$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{bc}{2}$,(7 分)

故 $2bc\cos A=bc$,故 $\cos A=\frac{1}{2}$,(8 分)

因为 $A\in(0,\pi)$,故 $A=\frac{\pi}{3}$,(9 分)

故 $B=\pi-A-C=\frac{\pi}{2}$,(10 分)

所以 $b=2c=12$,$a=\sqrt{3}c=6\sqrt{3}$,(11 分)

所以$\triangle ABC$的周长为 $18+6\sqrt{3}$.(12 分)

18. 解:(1)$\bar{x}=\frac{1+3+5+7+9+11+13+15}{8}=8$,(1 分)

$\bar{y}=\frac{24+23+22+20+19+19+17+16}{8}=20$,(2 分)

故$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2=(49+25+9+1)\times2=168$,(3 分)

$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-96$,(4 分)

故 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{-96}{168}=-\dfrac{4}{7}$,(5 分)

故 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=20+\dfrac{4}{7}\times 8=\dfrac{172}{7}$,故所求回归直线方程为 $\hat{y}=-\dfrac{4}{7}x+\dfrac{172}{7}$.(6 分)

(2)①依题意,$\sum_{i=1}^{8}(y_i-\bar{y})^2=16+9+4+1+1+9+16=56$,(7 分)

故 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{8}(y_i-\bar{y})^2}}=\dfrac{-96}{56\sqrt{3}}\approx-0.96$.(9 分)

②相关系数 r 是衡量模型好坏的标准,相关系数的绝对值越接近于 1,模型的拟合性就越强,因为 $|r|>|r'|$,故模型一相比模型二具有更好的拟合效果.(12 分)

19.(1)证明:因为 $SA\perp AC$,故 $\angle SAC=90°$,(1 分)

因为 $AC=AB$,$SC=SB$,$SA=SA$,故 $\triangle SAC\cong\triangle SAB$,(2 分)

故 $\angle SAB=\angle SAC=90°$,即 $SA\perp AB$,(3 分)

又因为 $SA\perp AC$,$AB\cap AC=A$,故 $SA\perp$ 平面 ABC,(4 分)

因为 $SA\subset$ 平面 SAC,故平面 $SAC\perp$ 平面 ABC.(5 分)

(2)解:依题意,$SE=2\sqrt{2}$,$\cos\angle EBC=\dfrac{\frac{1}{2}BC}{SB}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$,(6 分)

在 $\triangle EBC$ 中,$EC^2=EB^2+BC^2-2EB\cdot BC\cos\angle EBC=16$,故 $EC=4$,(7 分)

在 $\triangle AEC$ 中,$AC=EC=4$,$AE=2\sqrt{2}$,

$\cos\angle ACE=\dfrac{3}{4}$,$\sin\angle ACE=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$,(8 分)

故 $S_{\triangle AEC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot CE\cdot\sin\angle ACE=2\sqrt{7}$,(9 分)

设点 B 到平面 ACE 的距离为 d.

而 $V_{三棱锥B-AEC}=V_{三棱锥E-ABC}$,故 $\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle AEC}\cdot d=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle ABC}\cdot\dfrac{1}{2}SA$,解得 $d=\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$,

故点 B 到平面 ACE 的距离为 $\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$.(12 分)

20.(1)解:依题意,$f(x)=2\ln x+x^2-2x$,故 $f(1)=-1$,(1 分)

而 $f'(x)=\dfrac{2}{x}+2x-2$,故 $f'(1)=2+2-2=2$,(2 分)

故所求切线方程为 $y-(-1)=2(x-1)$,即 $y=2x-3$.(4 分)

(2)证明:依题意,$f'(x)=\dfrac{2a}{x}+2x-2a=\dfrac{2}{x}(x^2-ax+a)$,$x>0$,(5 分)

则 x_1,x_2 是方程 $x^2-ax+a=0$ 的两个根,则 $x_1+x_2=a$,$x_1x_2=a$,(6 分)

则 $\begin{cases}\Delta=a^2-4a>0,\\ a>0,\end{cases}$ 解得 $a>4$,(7 分)

则 $f(x_1)+f(x_2)=2a\ln(x_1x_2)+(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2a(x_1+x_2)=2\left(a\ln a-a-\frac{1}{2}a^2\right)$,(8 分)

令 $g(a)=a\ln a-a-\frac{1}{2}a^2, a\in(4,+\infty), g'(a)=\ln a-a=h(a)$,(9 分)

而 $h'(a)=\frac{1}{a}-1<0, g'(a)$ 在 $(4,+\infty)$ 上单调递减,

故 $g'(a)<g'(4)=\ln 4-4<0$,(10 分)

故 $g(a)$ 在 $(4,+\infty)$ 上单调递减,(11 分)

则 $g(a)<g(4)=4\ln 4-12=2(\ln 16-3)-6<-6$,

故 $f(x_1)+f(x_2)+12=2g(a)+12<0$.(12 分)

21. 解:(1)由四边形 $A_1F_1A_2F_2$ 的面积 $S_1=\frac{1}{2}\cdot 2b\cdot 2c=2bc=2$,则 $bc=1$,(1 分)

$|A_1F_1|=\sqrt{c^2+b^2}=\sqrt{2}=a$,(2 分)

联立解得 $b=c=1$,(3 分)

故 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$.(4 分)

(2)设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$,l 的方程为 $x=my+1$,

与椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 联立,消去 x 整理得 $(m^2+2)y^2+2my-1=0$,

显然 $\Delta>0$ 成立,故 $y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}, y_1y_2=-\frac{1}{m^2+2}$,(6 分)

由椭圆定义得,$\triangle MNF_1$ 的周长为 $4a=4\sqrt{2}$,

则 $\triangle MNF_1$ 的面积 $S_2=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

又由 $S_2=\frac{1}{2}\cdot|F_1F_2|\cdot|y_2-y_1|=|y_1-y_2|$,可得 $|y_1-y_2|=\frac{\sqrt{6}}{2}$,(8 分)

从而得 $(y_2+y_1)^2-4y_1y_2=\frac{3}{2}$,即 $\left(-\frac{2m}{m^2+2}\right)^2+\frac{4}{m^2+2}=\frac{3}{2}$,

整理得 $3m^4-4m^2-4=0$,解得 $m^2=2$,(10 分)

故 $|MN|=\sqrt{1+m^2}|y_1-y_2|=\sqrt{1+2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.(12 分)

22. 解:(1)l 的普通方程为 $x-y-1=0$,(2 分)

C 可化为 $\rho=2\cos\theta+2\sin\theta$,(3 分)

即 $\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$,故 $x^2+y^2-2x-2y=0$,

即 C 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$.(5 分)

(2)对于 C,由(1)可知,$\cos\theta+\sin\theta=\frac{\rho}{2}$,

因为 l 的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)=1$,得 $\cos\theta-\sin\theta=\frac{1}{\rho}$,(6 分)

两式的平方和为 $\frac{\rho^2}{4}+\frac{1}{\rho^2}=2$,整理得 $\rho^4-8\rho^2+4=0$,(7 分)

设 M,N 两点所对应的极径分别为 ρ_1,ρ_2,

则 $\rho_1^2+\rho_2^2=8$，$(\rho_1\rho_2)^2=4$，$\rho_1\rho_2=2$，(8 分)

所以 $(\rho_1+\rho_2)^2=\rho_1^2+\rho_2^2+2\rho_1\rho_2=12$，故 $\rho_1+\rho_2=2\sqrt{3}$，(9 分)

故 $\dfrac{1}{|OM|}+\dfrac{1}{|ON|}=\dfrac{1}{\rho_1}+\dfrac{1}{\rho_2}=\dfrac{\rho_1+\rho_2}{\rho_1\rho_2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$. (10 分)

23. 解：(1) 依题意，$|x-1|+|x+4|<8$，

当 $x<-4$ 时，原式化为 $1-x-x-4<8$，解得 $x>-\dfrac{11}{2}$，故 $-\dfrac{11}{2}<x<-4$；(2 分)

当 $-4\leqslant x\leqslant 1$ 时，原式化为 $1-x+x+4=5<8$ 恒成立，故 $-4\leqslant x\leqslant 1$；(3 分)

当 $x>1$ 时，原式化为 $x-1+x+4<8$，解得 $x<\dfrac{5}{2}$，故 $1<x<\dfrac{5}{2}$. (4 分)

故不等式 $f(x)<8$ 的解集为 $\{x|-\dfrac{11}{2}<x<\dfrac{5}{2}\}$. (5 分)

(2) 依题意，$f(x)_{\min}\leqslant 5$，(6 分)

而 $\left|x-\dfrac{4}{m}\right|+|x+m|\geqslant\left|x-\dfrac{4}{m}-x-m\right|=m+\dfrac{4}{m}$，故 $m+\dfrac{4}{m}\leqslant 5$，(8 分)

故 $m^2-5m+4\leqslant 0$，即 $1\leqslant m\leqslant 4$，故 m 的取值范围为 $[1,4]$. (10 分)