

## 2023届高三5月高考模拟押题卷

### 数学（理科）试卷

一、单选题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题意。

1. 集合  $\{x \mid |\frac{x-2}{x-1}| > \frac{x-2}{x-1}\}$  的区间形式为 ( )

- A.  $(-\infty, 0)$                       B.  $(2, +\infty)$                       C.  $(0, 2)$                       D.  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

2. 已知复数  $z$  满足  $z \cdot (1+i) = 1$ ，则复数  $z$  的共轭复数是 ( )

- A.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$                       B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$                       C.  $1-i$                       D.  $1+i$

3. 已知条件  $p: a < 1$ ，条件  $q: \forall x \in R, x^2 - 2ax + 1 > 0$  恒成立，则条件  $p$  是条件  $q$  的 ( )

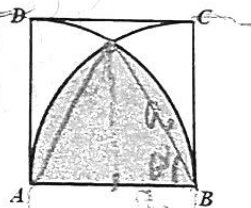
- A. 充要条件                      B. 充分不必要条件  
C. 既不充分也不必要条件                      D. 必要不充分条件

4. 若多项式  $(2x+3y)^n$  展开式仅在第 5 项的二项式系数最大，则多项式  $(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2)^{n-4}$  展开式中  $x^2$  的系数为 ( )

- A. -792                      B. -56                      C. 56                      D. 792

5. 已知四边形  $ABCD$  是边长为  $a$  的正方形，现分别以  $A$ 、 $B$  为圆心， $a$  为半径作圆，两圆在正方形内（包括边界）的公共部分为图中阴影所示，若在正方形  $ABCD$  内随机取一点，则该点取自阴影部分的概率为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$                       B.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$



6. 小明和朋友在玩抛硬币跳格子游戏，规则如下：在出发点，记为第 0 格，抛掷一枚质地均匀的硬币，若正面朝上，往前跳两格；若反面朝上，往前跳一格。记跳到第  $n$  ( $n \geq 1$ ) 格可能有  $a_n$  种情况，

若  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，则  $S_5 =$  ( )

- A. 15                      B. 17                      C. 19                      D. 20

7. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的边长为 2， $M$  为  $CD$  的中点，点  $P$  是侧面  $BB_1C_1C$  内的动点（包括边界），则下列说法正确的是 ( )

- A. 若  $MP \parallel$  平面  $AB_1D_1$ ，则点  $P$  的轨迹长度为 2.  
B. 若  $MP \perp AC$ ，则点  $P$  的轨迹长度为  $\sqrt{2}$ .  
C. 若  $\angle D_1AP = 60^\circ$ ，则点  $P$  的轨迹是双曲线的一部分.  
D.  $|PA_1| + |PM|$  的最小值为  $\sqrt{17}$ .

试卷第 1 页，共 4 页

8. 已知异于原点的动点  $C$  在  $y$  轴上运动, 两定点  $A(2,0)$ ,  $B(4,0)$ , 当  $\triangle ABC$  外接圆面积最小时,  $\tan \angle ACB$  的值为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\sqrt{2}$

9. 在如右图所示的程序框图中, 输入 3 个数据  $a = \log_{\tan \theta} \theta$ ,  $b = \log_{\sin \theta} \cos \theta$ ,  $c = \log_{\theta} \sin \theta$ , 其中  $\theta \in (1, \frac{3}{2})$ , 则输出的值为 ( )

- A.  $\log_{\tan \theta} \theta$       B.  $\log_{\sin \theta} \cos \theta$       C.  $\log_{\theta} \sin \theta$       D. 以上均有可能

10. 继北京冬奥会圆满落幕后, 我国掀起了一股滑雪热潮, 如图, 是国家高山滑雪中心里的部分滑道, 该部分滑道所对应的曲线可近似看作某个三次函数图像的一部分,  $A$ 、 $B$  两点分别是这段滑道的最高点和最低点 (在这个三次函数的极值

处), 在  $A$ 、 $B$  两点之间的滑道的最陡处, 滑道的坡度为  $\frac{1}{2}$  (坡度即坡面与水

平面所成角的正切值), 经测量  $A$ 、 $B$  两点在水平方向的距离为 90m, 则它们在

在竖直方向上的距离约为 ( )

- A. 20m      B. 50m      C. 45m      D. 60m

11. 已知抛物线  $\Gamma: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 直线  $l_1$  过点  $F$  且与抛物线  $\Gamma$  交于  $A$ ,  $B$  两点,  $l_1$  与  $l$  交于点  $P$ , 过点  $F$  作与直线  $l_1$  垂直的直线  $l_2$ , 且直线  $l_2$  与抛物线  $\Gamma$  交于  $C$ ,  $D$  两点,  $M$  和  $N$  分别是线段  $AB$ 、 $CD$  的中点, 则下列说法正确的有 ( )

- ①  $\vec{PA} \cdot \vec{BF} + \vec{PB} \cdot \vec{AF} = 0$ ;      ②  $\vec{PA} \cdot \vec{BF} + \vec{PB} \cdot \vec{AF} = -p$  或  $p$ ;  
③  $|\vec{MF}| \cdot |\vec{NF}|$  的最小值为  $2p^2$ ;      ④  $|\vec{MF}| \cdot |\vec{NF}|$  的最大值为  $2p^2$ ;  
A. ①③      B. ①④      C. ②③      D. ②④

12. 定义在  $R$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(2-x) = f(2+x) + 4x$ , 函数  $f(2x+1)$  的图象关于  $(0,2)$  对称, 则 ( )

- A.  $f(x)$  的图象关于  $(2,2)$  对称      B. 4 是  $f(x)$  的一个周期  
C.  $f(2) = 4$       D.  $f(2023) = -4042$

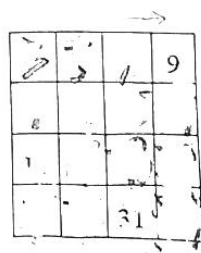
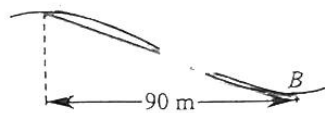
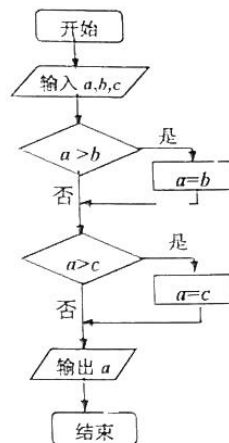
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $\vec{a}$  与单位向量  $\vec{b}$  满足  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = 2$ , 则  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  方向上的投影向量的模为 \_\_\_\_.

14. 已知双曲线  $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点为  $F$ , 过点  $F$  的直线  $l$  交双曲线  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点, 且  $|AB| = 6$ ,

则满足条件的其中一条直线  $l$  的方程是 \_\_\_\_.

15. 中国古代流传下来的河图洛书, 被誉为“宇宙魔方”, 它包含了复杂的数理关系, 到近代, 人们利用其中的部分数理关系, 将其演化为各种填数游戏, 如右图在  $4 \times 4$  的 16 个方格中填上实数, 使得各行各列都成等差数列. 若其中 4 个方格中所



填的数如图所示，则图中打\*号的方格中应填的数是\_\_\_\_\_.

16. 已知球  $O$  与边长为 3 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的各条棱都相切， $\triangle A_1DB$  与  $\triangle A_1DC_1$  的重心分别为  $O_1$ 、 $O_2$ ，则球  $O$  被  $O_1O_2$  所在直线截得的弦长为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，每道题满分 12 分. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答，每道题满分 10 分.

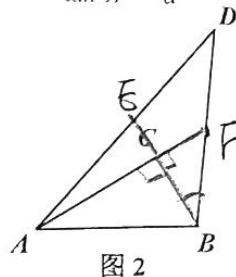
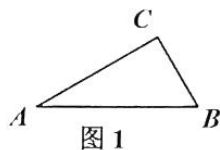
(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分) 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，(如图 1)，且  $\frac{\tan B}{\tan A} = \frac{2c}{a} - 1$

(1) 求角  $B$  的大小；

(2) 若顶点  $C$  是  $\triangle ABD$  的重心 (如图 2)，且  $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0$ ，

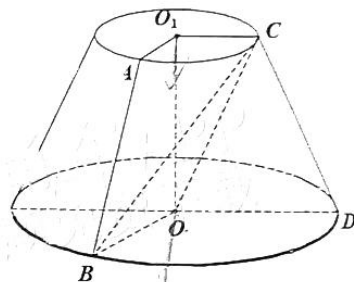
求  $\tan \angle DBC$  的值.



18. (12 分) 如图，圆台  $O_1O_2$  的两条母线  $AB$ 、 $CD$  长为 2，其下底面圆  $O_2$  半径也为 2，且  $BD = 2AC$ .

(1) 若平面  $BQ_2C \perp$  平面  $DO_2C$ ，求证： $O_2B \perp CD$ ；

(2) 若二面角  $A - O_1O_2 - C$  大小为  $\frac{3}{4}\pi$ ，求平面  $BQ_2C$  和平面  $O_2CD$  所成角的余弦值.



19. (12 分) 随着世界多极化发展，国际竞争越发激烈，其中在发展高尖端科技领域的较量尤为突出，目前人工智能计算机采用的是二进制编码，其编码规则是逢二进一，故每个位数上的数字只能是 0 或 1，例如： $25 = 16 + 8 + 1 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ ，

$$358 = 256 + 64 + 32 + 4 + 2 = 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

故十进制数 25 和 358 对应的二进制数分别为 11001 和 101100110. 已知某部门在接收一个编码为 101100110 的信号时，因信号受到干扰导致接收时发生乱码，工作人员只知道其最高位数数字为 1，其余位数中共有 4 个 0 和 4 个 1，假设工作人员甲、乙、丙都随机写下一个编码，且每个人之间互不影响，其对应的十进制数记为变量  $x$ ，正确的编码对应的数记为  $a$

(1) 求工作人员甲所写编码满足  $x < a$  的概率；

(2) 该部门决定对满足  $|x - a| \leq 10$  的员工授予“优秀员工”称号，求甲、乙、丙三人获得“优秀员工”称号的总人数  $\xi$  的分布列和期望.

20. (12分) 已知  $k \in R$ , 函数  $f(x) = 3\ln(x+1) + \frac{2}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2}x) + kx$ .

(1) 若  $k = 0$ ,  $x \in (-1, 2)$ , 求证:  $f(x)$  仅有 1 个零点;

(2) 若  $g(x) = \frac{2}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2}x) + (k-3)x + 3k(x+1)e^x$ , 当  $x \in (0, +\infty)$  时, 恒有  $g(x) \geq f(x)$ , 求实数  $k$  的取值范围.

21. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 原点为  $O$ , 点  $P$  是椭圆上在第一象限内的点, 直线  $PF_1, PF_2$  与椭圆  $C$  的另一个交点分别为  $A, B$ , 当  $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = 0$  时,

$\Delta PF_1F_2$  的内切圆半径为  $(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})a$ .

(1) 求椭圆  $C$  的离心率;

(2) 记  $\Delta PF_1B$  和  $\Delta PF_2A$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 当  $S_1 - S_2$  取得最大值时, 求直线  $OP$  的方程.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4t^2 \\ y = 4t \end{cases}$  ( $t$

为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为

$\sqrt{2}\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$ , 且两曲线  $C_1$  与  $C_2$  交于  $M, N$  两点.

(1) 求曲线  $C_1$  的普通方程, 曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 设  $P(2, -1)$ , 求  $||PM| - |PN||$ .

23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】已知函数  $f(x) = |ax - 1| - (a-1)|x|$

(1) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) > 2$  的解集;

(2) 若  $x \in (1, 2)$  时,  $f(x) < a+1$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

