

绝密 使用前

南山中学 2018 级高三上期二诊热身考试

数学（文科）

命题人：陈燕春 审题人：温建强

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是 ()
 A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
- 已知全集 $U=\{a, b, c, d, e\}$, $A=\{c, d, e\}$, $B=\{a, b, e\}$, 则集合 $\{a, b\}$ 可表示为 ()
 A. $A \cap B$ B. $(C_U A) \cap B$ C. $(C_U B) \cap A$ D. $C_U (A \cup B)$
- 某全日制大学共有学生 5600 人，其中专科有 1300 人、本科有 3000 人、研究生 1300 人，现采用分层抽样的方法调查学生利用因特网查找学习资料的情况，抽取的样本为 280 人，则应在专科生、本科生与研究生这三类学生中应分别抽取 ()
 A. 65 人, 150 人, 65 人 B. 30 人, 150 人, 100 人
 C. 93 人, 94 人, 93 人 D. 80 人, 120 人, 80 人
- 下列命题中假命题是 ()
 A. 离心率为 $\sqrt{2}$ 的双曲线的两渐近线互相垂直
 B. 过点 $(1, 1)$ 且与直线 $x-2y+\sqrt{3}=0$ 垂直的直线方程是 $2x+y-3=0$
 C. 抛物线 $y^2=2x$ 的焦点到准线的距离为 1
 D. $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ 的两条准线之间的距离为 $\frac{25}{4}$
- 已知直线 l 经过 $A(2, 1)$, $B(1, m^2)$ 两点 ($m \in \mathbf{R}$), 那么直线 l 的倾斜角的取值范围是 ()
 A. $[0, \pi)$ B. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{\pi}{2}, \pi)$ C. $[0, \frac{\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \pi)$
- \vec{e}_1, \vec{e}_2 是平面内不共线两向量，已知 $\vec{AB} = \vec{e}_1 - k\vec{e}_2$, $\vec{CB} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{CD} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, 若 A, B, D 三点共线，则 k 的值是 ()

数学（文）试题第 1 页

绝密 使用前

- A. 2 B. -3 C. -2 D. 3

7. 点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一动点, 则点 P 到点 $A(0, -1)$ 的距离与 P 到直线 $x = -1$ 的距离和的最小值是 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

8. 若不等式组 $\begin{cases} x-y \geq 0, \\ 2x+y \leq 2, \\ y \geq 0, \\ x+y \leq a \end{cases}$ 表示的平面区域的形状是三角形, 则 a 的取值范围是

- ()
- A. $[\frac{4}{3}, +\infty)$ B. $(0, 1]$ C. $[1, \frac{4}{3}]$ D. $(0, 1] \cup [\frac{4}{3}, +\infty)$

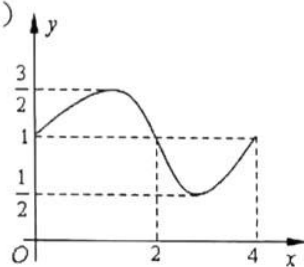
9. 不等式 $x^2 - 2x + m > 0$ 在 \mathbf{R} 上恒成立的必要不充分条件是 ()

- A. $m > 2$ B. $0 < m < 1$ C. $m > 0$ D. $m > 1$

10. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ 的图象如图, 则 $f(x)$ 的解析式和

$S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2006)$ 的值分别为 ()

- A. $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2\pi x + 1$, $S = 2006$
- B. $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} x + 1$, $S = 2007 \frac{1}{2}$
- C. $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} x + 1$, $S = 2006 \frac{1}{2}$
- D. $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} x + 1$, $S = 2007$



11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线平行于直线 $l: y = 2x + 10$, 且双曲线的一个焦点在直线 l 上, 则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ B. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{3x^2}{25} - \frac{3y^2}{100} = 1$ D. $\frac{3x^2}{100} - \frac{3y^2}{25} = 1$

12. 设 $f(x) = |\ln(x+1)|$, 已知 $f(a) = f(b) (a < b)$, 则 ()

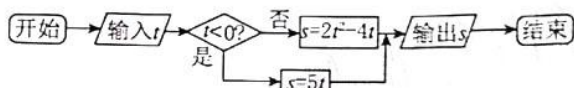
- A. $a + b > 0$ B. $a + b > 1$ C. $2a + b > 0$ D. $2a + b > 1$

绝密 使用前

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在题中的横线上。

13. 在区间 $(0, 3)$ 上任取一个实数 a ，则不等式 $\log_2(4a-1) < 0$ 成立的概率是_____。

14. 在如图 K53-14 所示的程序框图中，若输入的 $t \in [-2, 3]$ ，则输出的 s 的取值范围是_____。



15. 与圆 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切，且在两坐标轴上截距相等的直线共有_____条。

16. 已知 F_2 为椭圆 $mx^2 + y^2 = 4m (0 < m < 1)$ 的右焦点，点 $A(0, 2)$ ，点 P 为椭圆上任意一点，且 $|PA| - |PF_2|$ 的最小值为 $-\frac{4}{3}$ ，则 $m =$ _____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为正数的等差数列，数列 $\left\{ \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{n}{2n+1}$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = (a_n + 1) \cdot 2a_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. 某数学老师在其任教的甲、乙两个班级中各抽取 30 名学生进行测试，分数分布如下表：

分数区间	甲班人数	乙班人数
$[0, 30)$	3	6
$[30, 60)$	6	6
$[60, 90)$	9	12
$[90, 120)$	6	3
$[120, 150]$	6	3

	优秀	不优秀	总计
甲班			
乙班			
总计			

(1) 若成绩在 120 分以上(含 120 分)为优秀，求从乙班参加测试的成绩在 90 分以上(含 90 分)的学生中，随机任取 2 名学生，恰有 1 名为优秀的概率；

(2) 根据以上数据完成下面的 2×2 列联表，则在犯错的概率不超过 0.1 的前提

数学(文) 试题第 3 页

绝密 使用前

下, 是否有足够的把握认为学生的数学成绩优秀与否和班级有关?

19. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \cos x \sin \varphi - \sin x$ ($0 < \varphi < \pi$) 在 $x = \pi$ 处取得最小值.

- (1) 求 φ 的值;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a=1, b=2, f(A) = \frac{3}{2}$, 求角 C .

20. 设抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过点 F 的直线 l_1 交抛物线 C 于 A, B 两点, 且 $|AB| = 8$, 线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 3.

- (1) 求抛物线 C 的方程;
- (2) 若直线 l_2 与圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 切于点 P , 与抛物线 C 切于点 Q , 求 $\triangle FPQ$ 的面积.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{e}{x} - \ln x$, $g(x) = e^{x-1} + a - \ln x$, 其中 $e = 2.71828 \dots$, $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 证明: $x=e$ 是函数 $f(x)$ 的唯一零点;
- (2) 当 $a \geq 2$ 且 $x \geq 1$ 时, 试比较 $|f(x)|$ 和 $|g(x)|$ 的大小, 并说明理由.

请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时请写清题号.

22. 极坐标系与直角坐标系 xOy 有相同的长度单位, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta = a$ ($a > 0$), 射线 $\theta = \varphi, \theta = \varphi + \frac{\pi}{4}, \theta = \varphi - \frac{\pi}{4}, \theta = \frac{\pi}{2} + \varphi$ 与曲线 C_1 分别交于点 A, B, C, D .

- (1) 若曲线 C_1 关于曲线 C_2 对称, 求 a 的值, 并把曲线 C_1 和 C_2 化成直角坐标方程;
- (2) 求 $|OA| \cdot |OC| + |OB| \cdot |OD|$ 的值.

23. 若关于 x 的不等式 $|2014-x| + |2015-x| \leq d$ 有解, 求实数 d 的取值范围.

- (2) 不等式 $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq |a-2| + \sin y$ 对一切非零实数 x, y 均成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线