江西省五市九校协作体2023届第二次联考文科数学参考答案

一．序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	D	B	A	C	A	B	D	A	C	B
二．填空题	13.	-2		14.	4		15.	$\frac{1}{2e}-4$		16.	$S_n=\frac{8}{5}-\frac{3}{5}\times(\frac{4}{9})^n$	

三．解答题：

17．解：(1)$2a\times 10=1-0.4-0.3-0.2$，解得$a=0.005$，………2 分

估计本次考试的平均分为$55\times 0.05+65\times 0.4+75\times 0.3+85\times 0.2+95\times 0.05=73$．……4 分

(2)由频率分布直方图知，原始分成绩位于区间[90,100]的占比为5%，位于区间[80,90]的占比为20%，………6 分

估计等级A的原始分区间的最低分为$90-\frac{15\%-5\%}{20\%}\times 10=85$，………8 分

所以估计此次考试化学成绩A等级的原始分区间为[85,98]．………9 分

(3)由$\frac{98-90}{90-85}=\frac{100-T}{T-86}$，解得$T=\frac{1188}{13}\approx 91$，该学生的等级分为91分．………12 分

18．解：(1)因为$a\cos B+\sqrt{3}a\sin B=c+b$，由正弦定理可得

$\sin A\cos B+\sqrt{3}\sin A\sin B=\sin C+\sin B=\sin(A+B)+\sin B=\sin A\cos B+\sin B\cos A+\sin B$，

即$\sqrt{3}\sin A\sin B=\sin B\cos A+\sin B$，………2 分

又$B\in(0,\pi)$，所以$\sin B\neq 0$，所以$\sqrt{3}\sin A-\cos A=1$，即$\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，……4 分

又$A\in(0,\pi)$，所以$A-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6})$，所以$A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，解得$A=\frac{\pi}{3}$．………6 分

(2)因为点G是$\triangle ABC$的重心，所以$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，

所以$\overrightarrow{AG}^2=\frac{1}{9}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{9}(\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2)$，………7 分

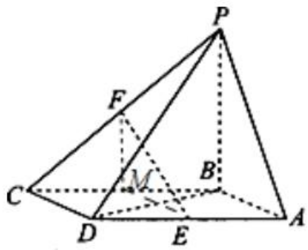
即$21=\frac{1}{9}(c^2+3c+9)$，解得$c=12$或$c=-15$(舍)．………8 分

由余弦定理得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=3^2+12^2-2\times 3\times 12\times\frac{1}{2}=117$，解得$a=3\sqrt{13}$．…9 分

设$\triangle ABC$内切圆的半径为r，则$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}(a+b+c)r$，………10 分

即$\frac{1}{2}\times 12\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times(3+12+3\sqrt{13})r$，

解得$r=\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{39}}{2}$，即△$ABC$内切圆的半径为$\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{39}}{2}$. ·········12 分

19. 解：


因为$PB\perp$底面$ABCD$，所以$\angle PDB$为直线PD与平面$ABCD$所成的角，因为$\sin\angle PDB=\frac{PB}{PD}=\frac{\sqrt{15}}{5}$

所以$PD=\sqrt{5}$

所以$BD=\sqrt{2}$，又$BA=\sqrt{2}$，$AD=2$，所以$\angle ABD=\frac{\pi}{2}$·········2 分

(1)取BC的中点M，连接FM,ME,因为F为PC的中点，

所以$FM//PB$，且$FM=\frac{1}{2}PB=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又E为AD的中点，所以$ME//AB$，且$EM=AB=\sqrt{2}$，

所以$\angle FEM$即为异面直线EF与AB所成角或补角，

因为$PB\perp$底面$ABCD$，所以$FM\perp$底面$ABCD$，

可得$FM\perp EM$，

所以$\tan\angle FEM=\frac{FM}{EM}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$； ·········6 分

(2)在△ABD中，$AB^2+BD^2=4=AD^2$，所以可得$AB\perp BD$，·········8 分

所以过P，A，B，D四点的球即以BP，BD，BA为三条邻边的长方体的外接球，

设球的半径为R，则$2R=\sqrt{BP^2+BA^2+BD^2}=\sqrt{7}$，

即$R=\frac{\sqrt{7}}{2}$，·········10 分

因此三棱锥P—BAD外接球的体积为$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{7\sqrt{7}}{6}\pi$. ·········12 分

20. 解：(1)$\because a=b=c$，$\therefore f(x)=(x-a)^3$，

$\because f(4)=8$，$\therefore (4-a)^3=8$，

$\therefore 4-a=2$，解得$a=2$，·········4 分

(2)$a\neq b$，$b=c$，则$f(x)=(x-a)(x-b)^2$.

令$f(x)=(x-a)(x-b)^2=0$，解得$x=a$，或$x=b$.

$f'(x)=(x-b)^2+2(x-a)(x-b)=(x-b)(3x-b-2a)$.

令$f'(x)=0$，解得$x=b$，或$x=\frac{2a+b}{3}$，………6 分

$\because f(x)$和$f'(x)$的零点均在集合$A=\{-3,1,3\}$中，

若：$a=-3$，$b=1$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{-6+1}{3}=-\frac{5}{3}\notin A$，舍去.

$a=1$，$b=-3$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{2-3}{3}=-\frac{1}{3}\notin A$，舍去.

$a=-3$，$b=3$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{-6+3}{3}=-1\notin A$，舍去.

$a=3$，$b=1$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{6+1}{3}=\frac{7}{3}\notin A$，舍去.

$a=1$，$b=3$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{5}{3}\notin A$，舍去.

$a=3$，$b=-3$，则$\frac{2a+b}{3}=\frac{6-3}{3}=1\in A$，

因此$a=3$，$b=-3$，$\frac{2a+b}{3}=1\in A$，………9 分

可得：$f(x)=(x-3)(x+3)^2$.

$f'(x)=3[x-(-3)](x-1)$，

令$f'(x)=0$，得$x=-3$或$x=1$.

列表如下：

x	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,1)$	1	$(1,+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	-	0	$+$
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

可得$x=1$时，函数$f(x)$取得极小值，$f(1)=-2\times 4^2=-32$. ………12 分

21. (1)证明：设$M(\sqrt{2}cos\theta,sin\theta)$，则$PM$：$x\cdot\frac{\sqrt{2}cos\theta}{2}+y\cdot sin\theta=1$，

即$\sqrt{2}x\cdot cos\theta+2y\cdot sin\theta=2$.

$\therefore |F_1A|\cdot|F_2B|=\frac{|(2+\sqrt{2}cos\theta)(2-\sqrt{2}cos\theta)|}{2cos^2\theta+4sin^2\theta}=\frac{4-2cos^2\theta}{2+2sin^2\theta}=1$；………5 分

(2)解：设$P(-3,t)$，过P点的切线方程为：$y=k(x+3)+t$，

联立$\begin{cases}y=k(x+3)+t\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得$(1+2k^2)x^2+4k(3k+t)x+2(3k+t)^2-2=0$.

由$\Delta=0$，得$2k^2+1-(3k+t)^2=0$，即$7k^2+6kt+t^2-1=0$.

设PM，PN的斜率分别为k_1，k_2，则$k_1+k_2=-\frac{6t}{7}$，$k_1k_2=\frac{t^2-1}{7}$. ………7 分

由(i)知，$|AF_1|\cdot|BF_2|=1$，$|CF_1|\cdot|DF_2|=1$. ………8 分

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{|AF_1|\cdot|CF_1|}{|BF_2|\cdot|DF_2|}=|AF_1|^2\cdot|CF_1|^2$ ………9 分

$=\frac{(2k_1+t)^2(2k_2+t)^2}{(1+k_1^2)(1+k_2^2)}=\frac{4k_1k_2+2t(k_1+k_2)+t^2}{1+(k_1+k_2)^2-2k_1k_2+(k_1k_2)^2}$

$=\frac{t^4+8t^2+16}{t^4+20t^2+64}=1-\frac{12}{t^2+16}\in[\frac{1}{4},1)$. ………12 分

22. 解：(1)设A、B两点的极坐标分别为$\left(\rho_1,\frac{\pi}{12}\right)$、$\left(\rho_2,\frac{13\pi}{12}\right)$，

则$\rho_1=2\left(1+\cos\frac{\pi}{3}+\sin^2\frac{\pi}{3}\right)=2\left(1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{2}$，

$\rho_2=2\left(1+\cos\frac{13\pi}{3}+\sin^2\frac{13\pi}{3}\right)=2\left(1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{2}$，

因此，$|AB|=\rho_1+\rho_2=\frac{9}{2}\times 2=9$；………5 分

(2)根据对称性，不妨设$P(\rho_3,\theta)\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$、$Q\left(\rho_4,\theta+\frac{\pi}{8}\right)$，

$$|OP|+|OQ|=\rho_3+\rho_4=2(1+\cos4\theta+\sin^24\theta)+2\left[1+\cos4\left(\theta+\frac{\pi}{8}\right)+\sin^24\left(\theta+\frac{\pi}{8}\right)\right]$$

$=4+2(\cos4\theta+\sin^24\theta-\sin4\theta+\cos^24\theta)=6+2(\cos4\theta-\sin4\theta)=6-2\sqrt{2}\sin\left(4\theta-\frac{\pi}{4}\right)$.

$\because 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$，则$-\frac{\pi}{4}\le 4\theta-\frac{\pi}{4}\le\frac{7\pi}{4}$，所以当$\sin\left(4\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-1$时，

即$4\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$，亦即$\theta=\frac{7\pi}{16}$时，$(|OP|+|OQ|)_{\max}=6+2\sqrt{2}$. ………10 分

23. 解：(Ⅰ)若$a=b=c=1$，不等式$f(x)<5$，即$|x-1|+|x+1|<4$，

而$|x-1|+|x+1|$表示数轴上的x对应点到1、-1对应点的距离之和，

而-2、2对应点到1、-1对应点的距离之和正好等于4，

故它的解集为$(-2,2)$. ………5 分

(Ⅱ)函数$f(x)=|x-b|+|x+c|+a$的最小值为$|b+c|+a=b+c+a=1$，

$\therefore (\frac{1}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{9}{c+a})(b+c+a)=(\frac{1}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{9}{c+a})\cdot\frac{1}{2}(a+b+b+c+a+c)$

$$=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{a+b}}\right)^2+\left(\frac{2}{\sqrt{b+c}}\right)^2+\left(\frac{3}{\sqrt{c+a}}\right)^2\right][(\sqrt{a+b})^2+(\sqrt{b+c})^2+(\sqrt{c+a})^2]$$

$\ge\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{\sqrt{a+b}}\cdot\sqrt{a+b}+\frac{2}{\sqrt{b+c}}\cdot\sqrt{b+c}+\frac{3}{\sqrt{a+c}}\cdot\sqrt{a+c})^2=18=18(a+b+c)$. ………9 分

当$a=\frac{1}{3},b=0,c=\frac{2}{3}$时等号成立

……………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。