2023年浙江省高考数学模拟卷

命题：浙江省杭州第二中学

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1、若复数z满足$\mathrm{i}\cdot z=1-2\mathrm{i}$，则$z=$（　　）

A. $-2-\mathrm{i}$　　B. $-2+\mathrm{i}$　　C. $2+\mathrm{i}$　　D. $2-\mathrm{i}$

2、已知m、$n\in R$，集合$A=\left\{2,\dfrac{m}{2n}\right\}$，集合$B=\{m,n\}$，若$A\cap B=\{1\}$，则$n=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$或1　　D. $\frac{1}{2}$

3、已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，前n项和为S_n，则"$d>0$"是"$S_{3n}-S_{2n}>S_{2n}-S_n$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4、已知m，n为异面直线，$m\perp$平面α，$n\perp$平面β．若直线l满足$l\perp m$，$l\perp n$，$l\not\subset\alpha$，$l\not\subset\beta$．则下列说法正确的是（　　）

A. $\alpha\parallel\beta$，$l\parallel\alpha$　　B. $\alpha\perp\beta$，$l\perp\beta$

C. α与β相交，且交线平行于l　　D. α与β相交，且交线垂直于l

5、标有数字1,2,3,4,5,6的六张卡片，卡片的形状、质地都相同，从中有放回地随机抽取两次，每次抽取一张，A表示事件"第一次取出的数字是3"，B表示事件"第二次取出的数字是2"，C表示事件"两次取出的数字之和是6"，D表示事件"两次取出的数字之和是7"，则（　　）

A. $P(C)=\dfrac{1}{6}$　　B. $P(A|D)=P(A)$

C. $P(A|C)=P(A)$　　D. $P(BC)=P(B)P(C)$

6、已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{5},\frac{3\pi}{4}]$ 上单调递增，若存在唯一的实数 $x_0\in\left(0,\pi\right)$，使得 $f\left(x_0\right)=2$，则 ω 的取值范围是（　　）

A. $[\frac{2}{3},\frac{8}{3}]$　　B. $[\frac{2}{3},\frac{5}{6}]$　　C. $[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$　　D. $[\frac{5}{6},\frac{8}{9}]$

7、已知双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，点 F_2 与抛物线 $C_2:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点重合，点 P 为 C_1 与 C_2 的一个交点，若△ PF_1F_2 的内切圆圆心在直线 $x=4$ 上，C_2 的准线与 C_1 交于 A，B 两点，且 $\left|AB\right|=\frac{9}{2}$，则 C_1 的离心率为（　　）

A. $\frac{9}{4}$　　B. $\frac{9}{5}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{5}{4}$

8、已知 $a>0$，若点 P 为曲线 C_1：$y=\frac{x^2}{2}+ax$ 与曲线 C_2：$y=2a^2\ln x+m$ 的交点，且两条曲线在点 P 处的切线重合，则实数 m 的最大值为（　　）

A. $e^{-\frac{1}{2}}$　　B. $e^{\frac{1}{2}}$　　C. $\frac{e}{2}$　　D. $2e$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9、已知 $P\left(-1,0\right),N(0,2)$，过点 P 作直线 $l:ax-y-a=0$ 的垂线，垂足为 M，则（　　）

A. 直线 l 过定点　　B. 点 P 到直线 l 的最大距离为 $\sqrt{2}$

C. $\left|MN\right|$ 的最大值为 3　　D. $\left|MN\right|$ 的最小值为 2

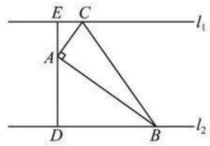
10、2022 年 11 月 17 日，工业和信息化部成功举办第十七届“中国芯”集成电路产业大会．此次大会以“强芯固基以质为本”为主题，旨在培育壮大我国集成电路产业，夯实产业基础、营造良好产业生态.某芯片研发单位用在“A 芯片”上研发费用占本单位总研发费用的百分比 y 如表所示．已知 $\overline{y}=40\%$，于是分别用 $p=30\%$ 和 $p=40\%$ 得到了两条回归直线方程：$y=\hat{b}_1x+\hat{a}_1$，$y=\hat{b}_2x+\hat{a}_2$，对应的相关系数分别为 r_1、r_2，百分比 y 对应的方差分别为 s_1^2、

s_2^2，则下列结论正确的是（　　）（附：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$）

年份	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5
y	20%	p	40%	50%	q

A. $r_1>r_2$　　B. $s_1^2>s_2^2$　　C. $\hat{b}_1>\hat{b}_2$　　D. $\hat{a}_1>\hat{a}_2$

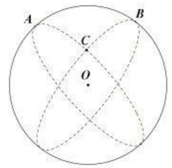
11、如图，直线 $l_1 \parallel l_2$，点 A 是 l_1,l_2 之间的一个定点，点 A 到 l_1,l_2 的距离分别为 1 和 2.点 B 是直线 l_2 上一个动点，过点 A 作 $AC\perp AB$，交直线 l_1 于点 C，$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$，则（　）



A. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$　　B. $\triangle GAB$ 面积的最小值是 $\dfrac{2}{3}$

C. $\left|\overrightarrow{AG}\right|\geq 1$　　D. $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}$ 存在最小值

12、球面几何是几何学的一个重要分支，在航海、航空、卫星定位等方面都有广泛的应用. 如图，A,B,C 是球面上不在同一大圆（大圆是过球心的平面与球面的交线）上的三点，经过这三点中任意两点的大圆的劣弧分别为 $\overset{\frown}{AB},\overset{\frown}{BC},\overset{\frown}{CA}$，由这三条劣弧围成的球面部分称为球面 ΔABC. 定义 d_{AB} 为经过 A,B 两点的大圆在这两点间的劣弧的长度. 已知地球半径为 R，北极为点 N，点 P，Q 是地球表面上的两点，则（　　）



A. $d_{NP}+d_{NQ}<d_{PQ}$

B.若点 P,Q 在赤道上，且经度分别为东经 30°和东经 60°，则 $d_{PQ}=\dfrac{\pi R}{6}$

C.若点 P,Q 在赤道上，且经度分别为东经 40°和东经 80°，则球面 ΔNPQ 的面积 $\dfrac{\pi R^2}{9}$

D.若 $NP=NQ=PQ=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}R$，则球面 ΔNPQ 的面积为 πR^2

三、填空题：本题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分.

13、已知 $\log_a \frac{1}{2} < 1,\ a^{\frac{1}{2}} < 1$，则实数 a 的取值范围__________.

14、已知锐角 α,β 满足 $\alpha + 2\beta = \frac{2\pi}{3}$，$\tan\frac{\alpha}{2}\tan\beta = 2-\sqrt{3}$，则 $\alpha+\beta=$_____.

15、函数 $f(x)=e^x+ax+b$ 在区间 $[1,3]$ 上存在零点，则 a^2+b^2 的最小值为________.

16、考虑这样的等腰三角形：它的三个顶点都在椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 上，且其中恰有两个顶点为椭圆 C 的顶点．这样的等腰三角形有________个.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17、在△ ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\cos C - \frac{1}{2}c = b$．

（1）求 A；

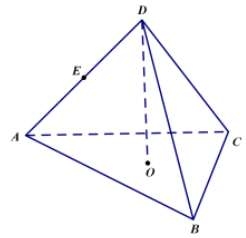
（2）线段 BC 上一点 D 满足 $AD=BD=1$，$CD=3$，求 AB 的长度.

18、设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_n+1=\sqrt{4S_n+9}$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）能否从 $\{a_n\}$ 中选出以 a_1 为首项，以原次序组成的等比数列 $a_{k_1},a_{k_2},\cdots,a_{k_m},\cdots(k_1=1)$．若能，请找出公比最小的一组，写出此等比数列的通项公式，并求出数列 $\{k_n\}$ 的前 n 项和 T_n；若不能，请说明理由.

19、已知四面体$ABCD$，D在面ABC上的射影为O，O为ΔABC的外心，$AC=AB=4$，$BC=2$.



（1）证明：$BC\perp AD$；

（2）若E为AD中点，$OD=2$，求平面ECO与平面ACO夹角的余弦值.

20、数轴上的一个质点Q从原点出发，每次随机向左或向右移动1个单位长度，其中向左移动的概率为$\frac{1}{3}$，向右移动的概率为$\frac{2}{3}$，记点Q移动n次后所在的位置对应的实数为X_n.

（1）求X_3和X_4的分布列和期望；

（2）当$n=10$时，点Q在哪一个位置的可能性最大，并说明理由.

21、已知椭圆$C:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$，$P(x_0,y_0)$是椭圆外一点，过$P$作椭圆$C$的两条切线，切点分别为$M,N$，直线$MN$与直线$OP$交于点$Q$，$A,B$是直线$OP$与椭圆$C$的两个交点.

（1）求直线OP与直线MN的斜率之积；

（2）求ΔAMN面积的最大值.

22、已知x_1,x_2是方程$e^x-ax=\ln(ax)-x$的两个实根，且$x_1<x_2$.

（1）求实数a的取值范围；

（2）已知$f(x)=ax$，$g(x)=\ln(1+x)-\cos x+2$，若存在正实数x_3，使得$f(x_1)=g(x_3)$成立，证明：$x_1<x_3$.