

## 金华十校 2022-2023 学年第二学期期末调研考试

### 高二数学试题卷

本试卷分选择题和非选择题两部分，考试时间 120 分钟，试卷总分为 150 分，请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

#### 选择题部分（共 60 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $M = \{x | x^2 < 1\}$ ， $N = \left\{x | x < \frac{1}{2}\right\}$ ，则  $M \cup N =$   
A.  $\left\{x | x < \frac{1}{2}\right\}$  B.  $\left\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\right\}$  C.  $\{x | x < 1\}$  D.  $\left\{x | \frac{1}{2} < x < 1\right\}$
2. “ $a=0, b=1$ ”是“复数  $z=a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $i$  为虚数单位) 为纯虚数”的  
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设  $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.5}$ ， $b = \log_3 5$ ， $c = 3^{-2.3}$ ，则  $a, b, c$  的大小关系为  
A.  $c < a < b$  B.  $a < b < c$  C.  $b < a < c$  D.  $a < c < b$
4. 一个正六棱锥，其侧面和底面的夹角大小为  $60^\circ$ ，则该正六棱锥的高和底面边长之比为  
A. 3:2 B. 3:1 C. 2:3 D. 1:3
5. 函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位得到函数  $g(x)$  的图象，若函数  $g(x)$  是偶函数，则  $\tan \varphi =$   
A.  $\sqrt{3}$  B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  C.  $-\sqrt{3}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
6. 兰溪杨梅从 5 月 15 日起开始陆续上市，据调查统计，得到杨梅销售价格（单位：元/千克）与上市时间  $t$ （单位：天）的数据如下表所示：

|                    |     |    |     |
|--------------------|-----|----|-----|
| 时间 $t$ （单位：天）      | 10  | 20 | 70  |
| 销售价格 $Q$ （单位：元/千克） | 100 | 50 | 100 |

根据上表数据，从下列函数模型中选取一个描述杨梅销售价格  $Q$  与上市时间  $t$  的变化关系：  
十校高二数学 1（共 6 页）

$Q=at+b$ ,  $Q=at^2+bt+c$ ,  $Q=a \cdot b^t$ ,  $Q=a \cdot \log t$ . 利用你选取的函数模型, 在以下四个日期中, 杨梅销售价格最低的日期为

- A. 6月5日      B. 6月15日      C. 6月25日      D. 7月5日

7. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的三个函数  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ , 其中  $f(x)$  为偶函数,  $g(x)$ ,  $h(x)$  是奇函数, 且  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增,  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增,  $h(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递减, 则

- A.  $f(x) \cdot g(x)$  是奇函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上单调递增  
B.  $f(x) \cdot g(x)$  是偶函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上单调递减  
C.  $g(x) \cdot h(x)$  是奇函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上单调递减  
D.  $g(x) \cdot h(x)$  是偶函数, 且在  $(-\infty, 0)$  上单调递增

8. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  分别为棱  $AA_1$ ,  $BC$ ,  $CD$  的中点, 则该正方体的外接球被平面  $EFG$  所截的圆的面积是

- A.  $\frac{18}{11}\pi$       B.  $\frac{27}{11}\pi$       C.  $\frac{29}{11}\pi$       D.  $\frac{32}{11}\pi$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知平面向量  $a$ ,  $b$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 且满足  $|a|=1$ ,  $|b|=2$ , 则

- A.  $a \cdot b = 1$       B.  $(a-b) \perp a$   
C.  $|a-b| = \sqrt{3}$       D.  $b$  在  $a$  上的投影向量的模为  $\frac{3}{2}$

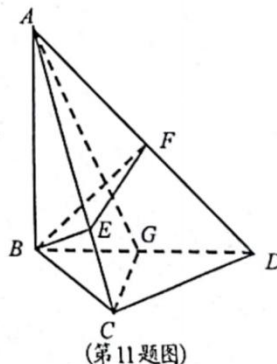
10. 已知函数  $f(x) = x^2 + x + \frac{3}{x} - m$  ( $m \in \mathbf{R}$ ), 则

- A.  $x=1$  是  $f(x)$  的极值点      B.  $f(1)$  是  $f(x)$  的最小值  
C.  $f(x)$  最多有 2 个零点      D.  $f(x)$  最少有 1 个零点

11. 三棱锥  $A-BCD$  中,  $AB \perp$  平面  $BCD$ ,  $BC \perp CD$  且  $BC=CD$ ,

$BE \perp AC$ ,  $BF \perp AD$ ,  $E$ ,  $F$  分别为垂足,  $G$  为  $BD$  中点, 则

- A. 平面  $BEF \perp$  平面  $ABD$       B. 平面  $BEF \perp$  平面  $ACD$   
C. 平面  $BEF \perp$  平面  $ABC$       D. 平面  $BEF \perp$  平面  $AGC$



12. 金华某地新开了一条夜市街, 每晚平均客流量为 2 万人, 每晚最多能接纳的客流量为 10 万人. 主办公司决定通过微信公众号和其他 APP 进行广告宣传提高营销效果. 通过调研, 公司发现另一处同等规模的夜市投入的广告费  $x$  与每晚增加的客流量  $y$  存在如下关系:



参考数据:

附：一元线性回归模型参数的最小二乘估计公式： $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$ 。

A.  $\hat{c}_1 = 5.8$

C. 广告费每增加 1 万元, 每晚客流量平均增加 3000 人

D. 若广告费超过 9 万元, 则每晚客流量会超过夜市接纳能力

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

14. 曲线  $f(x)=e^x \cos x$  在  $x=0$  处的切线方程为     ▲    .

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq 0, \\ e^x - x, & x > 0, \end{cases}$  若  $f(f(x)) > f(x)$  对任意的  $x \in [-2, +\infty)$  恒成立, 则实数  $a$

的取值范围是     ▲    .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2\alpha$ .

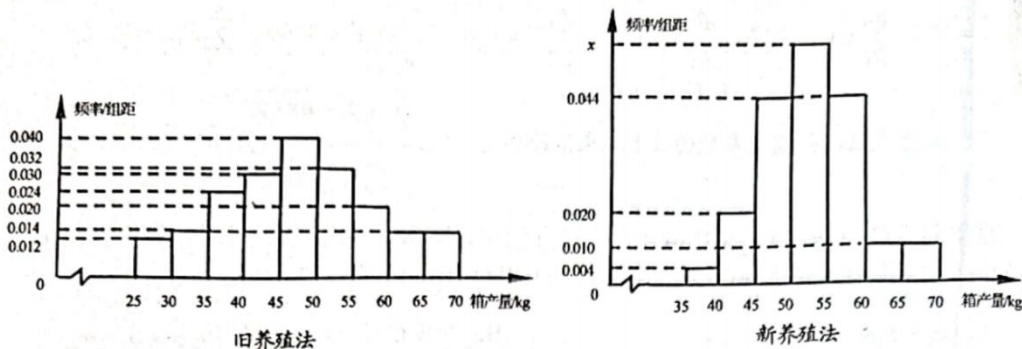
(I)求 $\alpha$ 的大小;

(II) 设函数  $f(x) = \sin(x + 2\alpha) + 2\sin^2 \frac{x}{2}$ , 求  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的最大值.

3

18. (本题满分 12 分)

海水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖法的产量对比,收获时各随机抽取了 100 个网箱,测量各水箱水产品的产量(单位: kg),其频率分布直方图如图所示.



(I)求新养殖法的频率分布直方图中小矩形高度  $x$  的值;

(II)根据频率分布直方图,填写下面列联表,并根据小概率  $\alpha=0.01$  的独立性检验,分析箱产量与养殖方法是否有关.

| 养殖法  | 箱产量      |                 | 合计 |
|------|----------|-----------------|----|
|      | 箱产量<50kg | 箱产量 $\geq$ 50kg |    |
| 旧养殖法 |          |                 |    |
| 新养殖法 |          |                 |    |
| 合计   |          |                 |    |

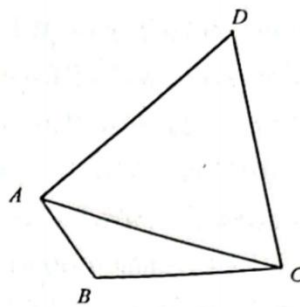
$$(P(\chi^2 \geq 6.635) = 0.01, \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d)$$

19. (本题满分 12 分)

如图, 四边形  $ABCD$  是由  $\triangle ABC$  与正  $\triangle ACD$  拼接而成, 设  $AB = 1$ ,  $\sin \angle BAC = \sqrt{3} \sin \angle ACB$ .

(I) 当  $\angle ABC = 90^\circ$  时, 设  $\overrightarrow{BD} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC}$ , 求  $x, y$  的值;

(II) 当  $\angle ABC = 150^\circ$  时, 求线段  $BD$  的长.



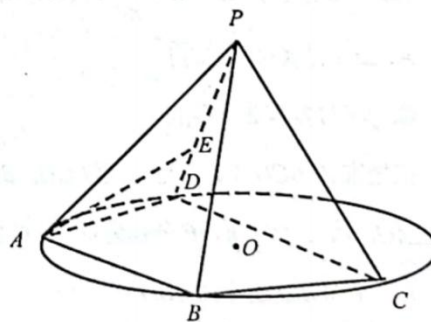
(第 19 题图)

20. (本题满分 12 分)

如图四棱锥  $P-ABCD$ , 点  $A, B, C, D$  在圆  $O$  上,  $AB = AD = 2$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$ , 顶点  $P$  在底面的射影为圆心  $O$ , 点  $E$  在线段  $PD$  上.

(I) 若  $AB \parallel CD$ ,  $PE = \lambda PD$ , 当  $AE \parallel$  平面  $PBC$  时, 求  $\lambda$  的值;

(II) 若  $AB$  与  $CD$  不平行, 四棱锥  $P-ABCD$  的体积为  $\sqrt{6}$ ,  $PO = \sqrt{2}$ , 求直线  $PC$  与平面  $PAB$  所成角的正弦值.



(第 20 题图)

## 21. (本题满分 12 分)

袋子中有大小相同的 12 个白球和 6 个红球.

(I) 若从袋中随机有放回地摸取 3 个球, 记摸到白球的个数为  $\xi$ , 求随机变量  $\xi$  的数学期望;

(II) 若把这 18 个球分别放到三个盒子中, 其中 0 号盒子有 1 个红球 5 个白球, 1 号盒子有 2 个红球 4 个白球, 2 号盒子有 3 个红球 3 个白球. 现抛掷两颗骰子, 若点数之和除以 3 的余数为  $i$  ( $i=0, 1, 2$ ) 时, 从  $i$  号盒子中摸取 3 个球. 求摸出的 3 个球中至少有 2 个白球的概率.

## 22. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{x^2+1}{x} - a \ln x$  ( $a > 0$ ).

(I) 若  $a = \frac{3}{2}$ , 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(II) 若函数  $f(x)$  有两个不相等的零点  $x_1, x_2$ , 极值点为  $x_0$ , 证明:

(i)  $e < a < x_0 < a+1$ ; (ii)  $x_1 + x_2 > 2a$ .

注:  $e$  为自然对数的底数,  $e \approx 2.71828 \dots$ .

十校高二数学 6 (共 6 页)

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线