2023届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（一）
文科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	D	C	A	A	B	D	A	D	C	C

【解析】

1. 由已知$B=\{y|y>0\}$，$\therefore A\cap B$表示的集合为$\{1, 2\}$，故选C.

2. $z=\frac{3-i}{1+i}-1=\frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}-1=\frac{2-4i}{2}-1=-2i$，$\therefore |z|=2$，故选C.

3. 设该地区2019年销售收入为a，则由销售收入（包含医疗产品收入和其他收入）逐年翻一番．所以该地区2020年销售收入为$2a$，该地区2021年销售收入为$4a$．A．该地区2021年的销售收入是2019年的4倍，所以A正确；B．由图可得该地区2021年的医疗产品收入为$4a\times0.7=2.8a$，该地区2019年的医疗产品收入为$a\times0.9=0.9a$，该地区2020年的医疗产品收入为$2a\times0.8=1.6a$．由$0.9a+1.6a=2.5a<2.8a$，所以B正确；C．该地区2021年的其他收入为$4a\times0.3=1.2a$，2020年的其他收入为$2a\times0.2=0.4a$，所以C正确；D．该地区2021年的其他收入为$4a\times0.3=1.2a$，2019年的其他收入为$a\times0.1=0.1a$，所以D不正确，故选D.

4. 该四棱锥如图1，其中$PA\perp$平面$ABCD$，它的最长侧棱为PC，与底面所成角为$\angle PCA$，故选C.

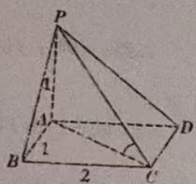


图1

5. 设双曲线的方程为$4y^2-x^2=m$，它经过点$(1, 1)$，所以$m=3$，故双曲线的方程为$4y^2-x^2=3$，故选A.

6. 作出不等式组所表示的平面区域ABC，如图2，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$，设直线$x=m(y-2)$与直线$AB$的交点为$D(x, y)$，故$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times3\times|x|=\frac{9}{8}\Rightarrow x=\frac{3}{4}$，$D\left(\frac{3}{4}, \frac{11}{4}\right)$在直线$AB$上，所以$\frac{3}{4}=m\left(\frac{11}{4}-2\right)\Rightarrow m=1$，故选A.

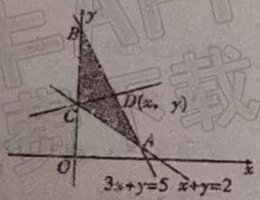


图2

7. 直线$(m+2)x+(m-1)y-2m-1=0$，即$m(x+y-2)+2x-y-1=0$，令$\begin{cases}x+y-2=0,\\2x-y-1=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=1,\end{cases}$即直线恒过定点$P(1, 1)$，故A正确；圆$C$：$x^2-4x+y^2=0$，即圆$C$：$(x-2)^2+y^2=4$，圆心$C(2, 0)$，半径$r=2$，则$|PC|=\sqrt{(1-2)^2+1^2}=\sqrt{2}<2$，即点$P(1, 1)$在圆内，所以直线与圆一定相交，故B错误，C正确；因为$|PC|=\sqrt{2}$，当$PC\perp l$时直线

与圆相交且直线被圆所截得的弦长最短，最短弦长 $l=2\sqrt{r^2-|PC|^2}=2\sqrt{2}$，故D正确，故选B.

8. $f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，A选项，$x\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{13\pi}{12}\right)$ 函数先增后减，错误；B选项，$x=\frac{\pi}{8}\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}=0$，所以 $x=\frac{\pi}{8}$ 不是函数对称轴，错误；C选项，$x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$，所以 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 不是对称中心，错误；D选项，图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位得到 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)-\frac{\pi}{4}\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$，正确，故选D.

9. 由已知得 $\sin B-\sin A=2\sin B\frac{1-\cos C}{2}\Rightarrow \sin B-(\sin B\cos C+\cos B\sin C)=\sin B-\sin B\cos C$ $\Rightarrow \cos B\sin C=0$，又 B，C 都是 $\triangle ABC$ 的内角，故 $\sin C>0$，所以 $\cos B=0$，B 是直角，故选A.

10. 设送牛奶的人到达的时间为 x，小明出门的时间为 y，试验的全部结果所构成的区域为 $\Omega=\left\{(x,\ y)\left|\begin{cases}6\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 7,\\ 6\frac{5}{6}\leqslant y\leqslant 7\frac{1}{6},\end{cases}\right.\right\}$ 如图3中区域 $ABCD$，记事件 A 为小明在离家之前能得到牛奶，所构成的区域为 $A=\left\{(x,\ y)\left|\begin{cases}6\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 7,\\ 6\frac{5}{6}\leqslant y\leqslant 7\frac{1}{6},\\ y-x\geqslant 0,\end{cases}\right.\right\}$，即图中

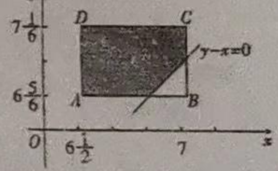


图3

的阴影部分，所以 $P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}=\frac{11}{12}$，故选D.

11. 根据题意得函数 $f(x)$ 是周期为2的函数，作出函数 $f(x)$ 的大致图象，如图4所示，数形结合易知 $f(x)\in[0,1]$，则 $\mathrm{sgn}(f(x))=0$ 或 $\mathrm{sgn}(f(x))=1$，故A错误；$f\left(\frac{4041}{2}\right)=f\left(2020\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故B错误；

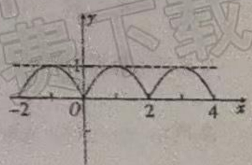


图4

$f(2k)=0(k\in\mathbf{Z})$，则 $\mathrm{sgn}(f(2k))=0(k\in\mathbf{Z})$，故C正确；$\mathrm{sgn}\,k=\begin{cases}1,\ k>0,\\ 0,\ k=0,\\ -1,\ k<0,\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，所以 $|\mathrm{sgn}\,k|=\begin{cases}1,\ k\neq 0,\\ 0,\ k=0,\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，所以 $\mathrm{sgn}(f(2k))\neq|\mathrm{sgn}\,k|(k\in\mathbf{Z})$，故D错误，故选C.

12. 设 $P(x_0,\ y_0)$，$y'=\mathrm{e}^x$，则以 P 为切点的切线的斜率为：$k=\mathrm{e}^{x_0}$，以 P 为切点的切线方程

为 $y-e^{x_0}=e^{x_0}(x-x_0)$，所以 $A(x_0-1,\ 0)$，$B(0,\ (1-x_0)e^{x_0})$，则 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times|OA|\cdot|OB|=\frac{1}{2}\times|x_0-1|\times|(1-x_0)e^{x_0}|=\frac{1}{2}(1-x_0)^2e^{x_0}$，设 $f(x)=\frac{1}{2}(1-x)^2e^x$，则 $f'(x)=-(1-x)e^x+\frac{1}{2}(1-x)^2e^x=\frac{1}{2}(x+1)(x-1)e^x$．由 $f'(x)>0$，得 $x<-1$ 或 $x>1$，$f'(x)<0$，得 $-1<x<1$．所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ -1)$ 上单调递增，在 $(-1,\ 1)$ 上单调递减，在 $(1,\ +\infty)$ 上单调递增．又 $f(1)=0$，$f(-1)=\frac{2}{e}>\frac{1}{e}$，且恒有 $f(x)\geqslant 0$ 成立．如图 5，所以 $f(x)$ 的图象与 $y=\frac{1}{e}$ 有 3 个不同的交点．所以使 $\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{1}{e}$ 的点 P 有 3 个，故选 C．

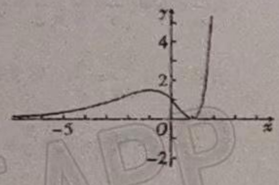


图 5

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	-1	17	1	$3\sqrt{3}$

【解析】

13．$ma-b=(m-3,\ 3m-4)$，$a+b=(4,\ 7)$，所以 $(m-3)\cdot 7=4(3m-4)$，解得 $m=-1$．

14．$153=119\times 1+34$，$119=34\times 3+17$，$34=17\times 2$，∴153 与 119 的最大公约数为 17．

15．$a=\dfrac{(\log_6 2)^2+\log_6 2\log_6\frac{6^2}{2}}{\log_{6^{\frac{1}{2}}} 2}=\dfrac{\log_6^2 2+\log_6 2(2-\log_6 2)}{2\log_6 2}=1$．

16．如图 6，点 Q 的轨迹围成图形为边长为 $\sqrt{2}$ 的正六边形，故它的面积为 $3\sqrt{3}$．

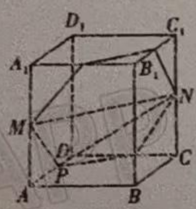


图 6

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

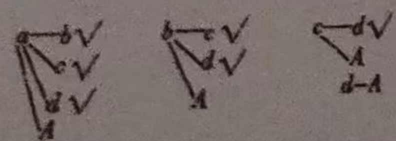
17．（本小题满分 12 分）

解：（1）$m=30$，$n=0.04$，$x=0.03$，$y=0.004$．……（4 分）

（2）设中位数为 x，则：$10\times 0.014+10\times 0.03+(x-70)\times 0.036=0.5$，

$\therefore x=71\frac{2}{3}$．……（7 分）

（3）由题意，第四、五组分别抽 4 人、1 人，记第四组的 4 人分别为 a，b，c，d，第五组的 1 人为 A，则从这 5 人中任取 2 人有以下基本条件：



共 10 种，其中抽到的 2 人都来自第四组的基本事件如上"√"，共有 6 种，……………………（11 分）

$\therefore P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ……………………（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意：$\begin{cases}a_1+a_5=34,\\a_2\cdot a_4=64\end{cases}$ ……………………（3 分）

$\Rightarrow\begin{cases}a_1+a_5=34,\\a_1\cdot a_5=64\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=2,\\a_5=32\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=32,\\a_5=2.\end{cases}$（舍去），

$\therefore q=2$,

$\therefore a_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$. ……………………（6 分）

（2）$b_n=n\cdot 2^n$,

$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{n-1}+b_n$,

$T_n=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^{n-1}+n\cdot 2^n$，①

$\therefore 2T_n=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，②

①−②得：$-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$

$=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n\cdot 2^{n+1}$

$=2^{n+1}-2-n\cdot 2^{n+1}=(1-n)\cdot 2^{n+1}-2$,

$\therefore T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$, ……………………（10 分）

由 $T_n-n\cdot 2^{n+1}>-100$，可得：$-2^{n+1}+2>-100$，即 $2^{n+1}<102$，

$\therefore n$ 的最大值为 5. ……………………（12 分

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：在 $\triangle ADB$ 中，$AD=BD=1$，$AB=\sqrt{2}$，

$\therefore AD^2+BD^2=AB^2$,

$\therefore BD\perp AD$.

又∵ $ABCD$ 是平行四边行，$\therefore BC\perp BD$，

又 $PD\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PD\perp BC$, ……………………

而 $BD\cap PD=D$,

$\therefore BC\perp$ 平面 PBD.

又 $BC\subset$ 平面 PBC,

$\therefore$ 平面 $PBC\perp$ 平面 PBD. ……………………

（2）解：∵ $PD\perp$ 平面 $ABCD$,

$\therefore$ 线段 PD 的长为 P 到平面 $ABCD$ 的距离，……………………

文科数学参考答案·第 4 页（共 8 页）

由①知 $BD\perp BC$，

$BC\perp$ 平面 $PBD\Rightarrow BC\perp PB\Rightarrow\angle PBD$ 为二面角 $P-BC-D$ 的平面角，

……………………………………………………………………（8 分）

$\therefore\tan\angle PBD=\dfrac{PD}{BD}\Rightarrow PD=\sqrt{3}$.

记 D 到平面 PBC 的距离为 d，$S_{\triangle PBC}=\dfrac{1}{2}\times1\times2=1$，

$S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore V_{P-BCD}=V_{D-PBC}$，即 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{3}\times1\times d\Rightarrow d=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意：$\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{b^2}=1,\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ ……………………………………（4 分）

解得 $\begin{cases}a^2=4,\\ b^2=2,\\ c^2=2.\end{cases}$

$\therefore$ 椭圆 C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. ……………………………………………………（6 分）

（2）由 $\begin{cases}y=mx+2,\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1,\end{cases}$ 消 y 整理得：$(2m^2+1)x^2+8mx+4=0$，

$\because$ 直线与椭圆相交于 P，Q 两点，$\therefore\Delta>0$，解得 $m^2>\dfrac{1}{2}$，……………………（7 分）

设 $P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{-8m}{2m^2+1}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{4}{2m^2+1}$，……………………………………（8 分）

设 PQ 的中点 $G(x_0,\ y_0)$，则 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{4m}{2m^2+1}$，$y_0=mx_0+2=\dfrac{2}{2m^2+1}$，

$\therefore G\left(-\dfrac{4m}{2m^2+1},\ \dfrac{2}{2m^2+1}\right)$.

假设在 x 轴上存在点 $M(t,\ 0)$ 满足条件，

$\because MG\perp PQ$，$\therefore k_{MG}\cdot k_{PQ}=-1$，

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。