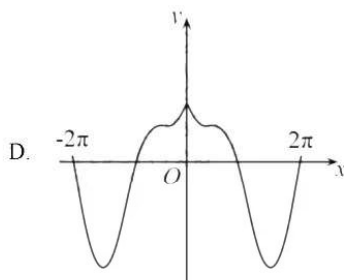
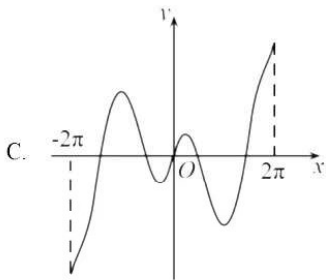
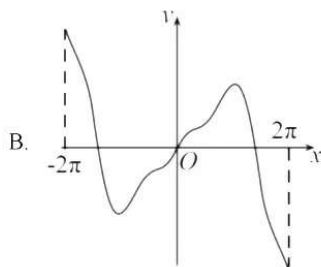
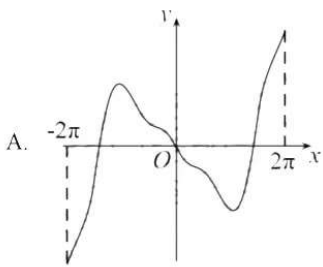


理科数学



5. $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)^9$ 的展开式中的常数项为 ()

B. -64

D. -84

6. 若向量 $\vec{a} = (1, -1)$, $\vec{b} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, 且 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{2}{3}\pi$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的值为 ()

B. $2\sqrt{2}$

c. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 已知 $f(x) = \sin x + a \cos x$, 实数 x_0 满足对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \leq f(x_0)$, 若 $\tan x_0 = 3$, 则实数 a 的值为 ()

B. 3

D. $\frac{1}{3}$

8. 过点 $P(-1,0)$ 作圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=1$ 的两切线, 设两切点为 A 、 B , 圆心为 C , 则过 A 、 B 、 C 的圆方程是

B. $x^2 + (y-1)^2 = 1$

D. $(x-1)^2 + y^2 = 1$

9. 志愿服务是办好 2022 年北京冬奥会的重要基础和保障, 现有一冬奥服务站点需要连续六天有志愿者参加志愿服务, 每天只需要一名志愿者, 现有 6 名志愿者计划依次安排到该服务站点参加服务, 要求志愿者甲不安排第一天, 志愿者乙和丙不在相邻两天参加服务, 则不同

的安排方案共有 ()

- A. 240 种 B. 408 种 C. 1092 种 D. 1120 种

10. 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 AB 两点, 若以线段 AB 为直径的圆与直线 $y = 3$ 相切, 则 $|AB| =$ ()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

11. 古希腊亚历山大时期最后一位重要的几何学家帕普斯 (Pappus, 公元 3 世纪末) 在其代表作《数学汇编》中研究了“三线轨迹”问题: 即到两条已知直线距离的乘积与到第三条直线距离的平方之比等于常数的动点轨迹为圆锥曲线. 今有平面内三条给定的直线 l_1, l_2, l_3 , 且 l_2, l_3 均与 l_1 垂直. 若动点 M 到 l_2, l_3 的距离的乘积与到 l_1 的距离的平方相等, 则动点 M 在直线 l_2, l_3 之间的轨迹是 ()

- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线

12. 已知 $k \in \mathbb{R}$, 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2kx + 2k, & x \leq 1 \\ (x - k - 1)e^x + e^3, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 在

$x \in \mathbb{R}$ 上恒成立, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $[0, e^2]$ B. $[2, e^2]$ C. $[0, 4]$ D. $[0, 3]$

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在平面直角坐标系下, 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y - 5 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最小值为_____.

14. 曲线 $y = (3x - 2)^3$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为_____.

15. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x + 3) = -f(x)$, 且

当 $x \in (0, \frac{3}{2}]$ 时, $f(x) = x^2$, 则 $f(\frac{5}{2}) =$ _____.

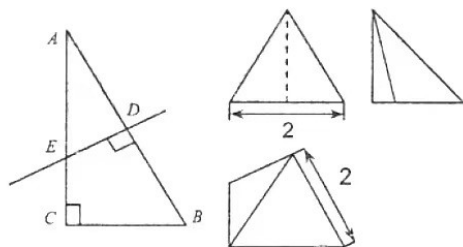
16. 如图, 直角三角形 ABC 中, 斜边 AB 边上的垂直平分线 DE 交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 现沿 DE 折成一个三视图如下的四棱锥 $A - ECBD$, 则在四棱锥 $A - ECBD$ 中, 给出下列判断:

① $AE \perp BD$; ② 平面 $AEB \perp$ 平面 ACD ;

③ $V_{A-ECBD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$;

④四棱锥 $A-ECBD$ 的外接球表面积为 $\frac{28}{3}\pi$.

其中正确的判断有_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

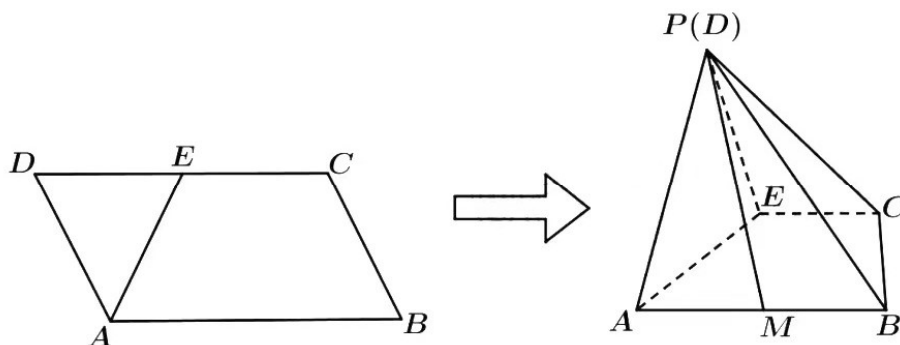
(一) 必做题：共 60 分。

17. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\frac{2b-c}{a} = \frac{\cos C}{\cos A}$ ， $a=4$ 。

(1) 求角 A ；

(2) 若点 D 在边 AC 上，且 $\vec{BD} = \frac{1}{4}\vec{BA} + \frac{3}{4}\vec{BC}$ ，求 $\triangle BCD$ 面积的最大值。

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle D=60^\circ$ ， E 为 CD 的中点，且 $AE=CE$ ，现将平行四边形沿 AE 折叠成四棱锥 $P-ABCE$ 。



(1) 已知 M 为 AB 的中点，求证： $AE \perp PM$ 。

(2) 若平面 $PAE \perp$ 平面 $ABCE$ ，求二面角 $B-PE-C$ 的余弦值。

19. 在某电视台举行的跑男节目中，某次游戏比赛分二个阶段，只有上一阶段的通过者，才能继续参加下一阶段的比赛，否则就被淘汰，每组选手每通过一个阶段，本组积分加 10 分，否则为 0 分，甲、乙两组明星选手参加了这次游戏比赛，已知甲组选手每个阶段通过的概率

均为 $\frac{1}{2}$ ，乙组选手每个阶段通过的概率均为 $\frac{2}{3}$ 。

- (1) 求甲、乙两组选手都取得 10 分就被淘汰的概率；
- (2) 设甲、乙两组选手的最后积分之和为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过点 $D\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，左、右焦点分

别为 F_1, F_2 ， P, Q 是椭圆 C 上位于 x 轴上方的两点。

- (1) 若 $PF_1 \parallel QF_2, |PF_1| + |QF_2| = 2$ ，求直线 QF_2 的方程；
- (2) 延长 PF_1, PF_2 分别交椭圆 C 于点 M, N ，设 $\overrightarrow{MF_1} = \lambda \overrightarrow{F_1P}, \overrightarrow{NF_2} = n \overrightarrow{F_2P}$ ，求 λn 的最小值。

21. 已知函数 $f(x) = \ln x$ ， $g(x) = ax - 1 (a \in \mathbb{R})$ 。

- (1) 若方程 $f(x) - g(x) = 0$ 存在两个不等的实根 x_1, x_2 ，求 a 的取值范围；
- (2) 满足 (1) 问的条件下，证明： $x_1 \cdot x_2 > 1$ 。

(二) 选做题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

选修 4-4：坐标系与参数方程

22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的

极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho - 6 \cos \theta = 0$ 。

- (1) 求直线 l 和曲线 C 的直角坐标方程；
- (2) 已知点 $M(1, 0)$ ，若直线 l 与曲线 C 交于 P, Q 两点，求 $|MP|^2 + |MQ|^2$ 的值。

选修 4-5：不等式选讲

23. 设函数 $f(x) = |x - 2| - |2x + 1|$ 。

- (1) 求不等式 $f(x) \leq x$ 的解集；
- (2) 若不等式 $f(x) \geq t^2 - t$ 在 $x \in [-2, -1]$ 时恒成立，求实数 t 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线