

江西红色十校 9 月联考

高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid 0 < x < 1\}$, $B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B$ 的点子集的个数为
A. 6 B. 7 C. 8 D. 15
2. 一组数据 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10 的 75% 分位数是
A. 7 B. 8 C. 8.5 D. 9
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 若 $a_1 + a_2 = 12$, $a_3 + a_4 = 24$, 则 $\frac{a_7 + a_8}{a_9 + a_{10}} =$
A. $2 - \sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $2 - \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$
3. 若角 θ 的始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $(-3, 1)$, 则 $\tan \theta + \cos 2\theta =$
A. $-\frac{4}{15}$ B. $-\frac{1}{15}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{4}{15}$
5. 已知平面向量 a, b 满足 $|b| = 2|a| = 2$, 若 $a \perp (a + b)$, 则 a 与 b 的夹角为
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
6. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的极大值与极小值之差为 2, 且 $f(x) \leq f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 对 $\forall x \in \mathbb{R}$ 恒成立, $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$, $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递减, 若将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列结论错误的是
A. 函数 $g(x)$ 的最小正周期为 2π
B. 函数 $g(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增
C. 函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = 0$ 对称
D. 函数 $g(x)$ 图象的一个对称中心为 $\left(\frac{3}{2}\pi, 0\right)$

15. 月球背面指月球的背面,从地球上始终不能完全看见.某学习小组通过单光源实验来演示月球背面.由光源点 $A(0, -2)$ 射出的两条光线与 $\odot O: x^2 + y^2 = 1$ 分别相切于点 M, N , 称两射线 AM, AN 上切点上方部分的射线与优弧 MN 上方所夹的平面区域(含边界)为圆 O 的“背面”.若以点 $B(a, 2)$ 为圆心, r 为半径的圆处于 $\odot O$ 的“背面”,则 r 的最大值为_____.
16. 已知圆锥的体积为 72π ,若球 O 在圆锥内部,则球 O 体积的最大值为_____,此时圆锥的底面圆的半径为_____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2,且 $2a_{n+1}^2 - 4a_{n+1} = a_n^2 + a_n a_{n+1} + 2a_n, a_n > 0, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, b_n = \frac{1}{S_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 2 023 项和.

18. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的(正)弦分别为 a, b, c ,且 $a^2 = b^2 + c^2 - a \sin A - b \sin B - c \sin C$.

(1) 证明: $\triangle ABC$ 是钝角三角形;

(2) AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 D ,若 $AD = 1$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (本小题满分 10 分)

冷饮大约起源于 3 000 年前的高代,用于盛夏消暑.冷饮主要分为冰淇淋、雪糕、汽水、果汁这五大类.小明为了解本区居民对冷饮的态度,随机调研了 100 人,并将调研结果整理如下:

	不喜欢冷饮	喜欢冷饮
45 岁以上(含 45 岁)	80	15
45 岁以下	15	40

- (1) 是否有 99% 的把握认为本区居民喜欢冷饮与年龄有关?
- (2) 从这 100 人中随机选取 2 人,在选取的 2 人中有人喜欢冷饮的条件下,求这 2 人中有 45 岁以下的人的概率.

公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d$.

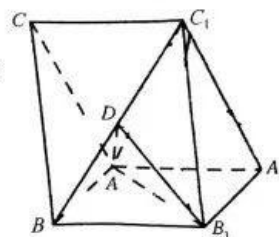
$P(\chi^2 > k_0)$	0.10	0.05	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 ACC_1A_1 的面积为 4,且四棱锥 $C_1-ABB_1A_1$ 的体积为 $\frac{8}{3}$.

(1)求点 B_1 到平面 ACC_1A_1 的距离;

(2)若平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 ,侧面 ABB_1A_1 是正方形, D 为 BC_1 的中点, $AC_1=A_1C_1$,求平面 ADB_1 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成锐二面角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2,右焦点 F 到一条渐近线的距离为 $\sqrt{3}$.

(1)求双曲线 C 的方程;

(2)已知点 $B(1,0)$,过点 $P(-\frac{9}{2}, 6)$ 作直线 l 与双曲线 C 相交于 M, N 两点,若 $|BM| = |BN|$,求直线 l 的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = ex + m \ln x, m \in \mathbf{R}$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $m = -1$,求证:对任意的 $x_1, x_2 \in (9, +\infty), [f(\sqrt{x_1 x_2})]^2 \geq f(x_1) f(x_2)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

