# 2020～2021 学年高三 11 月质量检测巩固卷·数学(文科)

## 参考答案、提示及评分细则

1. B　命题 $p$: $\exists x_0>0, 12x_0^2+32x_0-44<0$ 是一个特称命题，则其否定是全称命题，即 $\forall x>0, 12x^2+32x-44\geqslant 0$.

2. C　$\because B=\{x|0<x<1\}$，$\therefore \complement_A B=\{x|1\leqslant x<5\}$，$(\complement_A B)\cap \mathbf{N}=\{1\}$.

3. B　因为 $a\log_3 4=2$，所以 $a=2\log_4 3=\log_2 3$，所以 $-a=-\log_2 3$，所以 $4^{-a}=4^{-\log_2 3}=2^{\log_2 3^{-2}}=\frac{1}{9}$. 故选 B.

4. C　该几何体可由一正方体掏去一个圆柱而得，体积为 $8^3-\pi\times 2^2\times 6=512-24\pi$.

5. C

6. A　由 $a>0, b>0$ 且 $3a+2b=1$，得 $\frac{6}{a}+\frac{1}{b}=(\frac{6}{a}+\frac{1}{b})(3a+2b)=18+\frac{12b}{a}+\frac{3a}{b}+2\geqslant 20+2\sqrt{\frac{12b}{a}\cdot\frac{3a}{b}}=32$，当且仅当 $\frac{12b}{a}=\frac{3a}{b}$，即 $a=2b$ 时，取等号，此时 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\ b=\frac{1}{8},\end{cases}$ 则 $\frac{6}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 32.

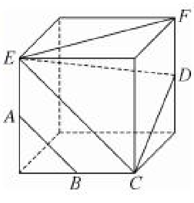
7. D　$f'(x)=\frac{1-x-a}{e^x}$，$f'(1)=\frac{-a}{e}=\frac{1}{e}$，所以 $a=-1$.

8. B　$\because$ 在 $\square AA_1B_1B$ 中，$AM=MA_1$，$BN=NB_1$，$\therefore AM/\!/BN$，$\therefore MN/\!/AB$. 又 $MN\not\subset$ 平面 $ABC$，$AB\subset$ 平面 $ABC$，$\therefore MN/\!/$ 平面 $ABC$. 又 $MN\subset$ 平面 $MNEF$，平面 $MNEF\cap$ 平面 $ABC=EF$，$\therefore MN/\!/EF$，$\therefore EF/\!/AB$. 显然在 $\triangle ABC$ 中，$EF\neq AB$，$\therefore EF\neq MN$，$\therefore$ 四边形 $MNEF$ 为梯形. 故选 B.

9. B　因为 $|MN|=\sqrt{2^2+\left(\frac{T}{4}\right)^2}=\frac{5}{2}$，所以 $T=6$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{3}$，$f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\varphi\right)$. 由 $f(0)=2\sin\varphi=1$，$\varphi\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，得 $\varphi=\frac{5\pi}{6}$，所以 $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{5\pi}{6}\right)$. $g(x)=2\sin\left[\frac{\pi}{3}(x-1)+\frac{5\pi}{6}\right]=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\frac{\pi}{3}x$.

10. C　函数 $f(x)=\ln|x|+x^2$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，且 $f(-x)=\ln|-x|+(-x)^2=\ln|x|+x^2=f(x)$，$\therefore f(x)$ 为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. 由 $f(2x+1)>f(x-1)$ 可得 $f(|2x+1|)>f(|x-1|)$，即 $|2x+1|>|x-1|>0$，$\therefore$ 平方可得 $x^2+2x>0$，$\therefore x<-2$ 或 $x>0$ 且 $x\neq 1$. 故选 C.

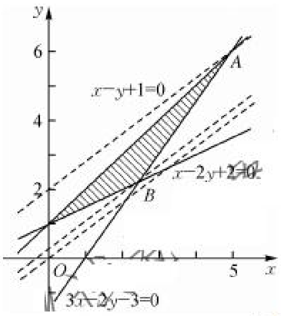
11. B　正方体的表面展开图还原成正方体，如图所示. 显然异面直线 $AB$ 和 $CD$ 所成角为 $\angle DCE$. 设正方体棱长为 2，在 $\triangle DCE$ 中，$CD=\sqrt{5}$，$CE=2\sqrt{2}$，$DE=3$，则 $\cos\angle DCE=\frac{(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{2})^2-3^2}{2\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$. 故选 B.




12. A　由 $f(x)=g(x)$，得 $3m=x^2-2\ln x$，令 $h(x)=x^2-2\ln x$，则 $h'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$，所以 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e},1\right)$ 上单调递减，在 $(1,e]$ 上单调递增，所以 $h(x)_{\min}=h(1)=1$，$h(e)=e^2-2>h\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e^2}+2$，则 $1<3m\leqslant\frac{1}{e^2}+2$，即 $\frac{1}{3}<m\leqslant\frac{2}{3}+\frac{1}{3e^2}$. 故选 A.

13. $-\frac{5}{4}$　画出可行域(如图阴影部分)，利用图形可得，当直线 $z=4x-5y$ 过点 $A(5,6)$ 时，$z$ 取最小值，最小值为 $-10$；当

直线过点 $B\left(\frac{5}{2},\frac{9}{4}\right)$ 时，$z$ 取最大值，最大值为 $-\frac{5}{4}$.




14. 3　由 $|\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}|$ 得 $|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AC}|$，因为 $BC$ 边的中点为 $D$，所以 $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BC}=(-2,1)$，$\overrightarrow{AD}=(-1,1-t)$，那么 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=2+1-t=0$，解得 $t=3$.

15. 5 050　当 $n$ 为奇数时，$a_{n+2}-a_n=1$，即数列 $\{a_n\}$ 的奇数项成以 1 为首项，1 为公差的等差数列；当 $n$ 为偶数时，$a_{n+2}-a_n=3$，即数列 $\{a_n\}$ 的偶数项成以 2 为首项，3 为公差的等差数列，所以 $S_{100}=(a_1+a_3+\cdots+a_{99})+(a_2+a_4+\cdots+a_{100})=\frac{50\times(1+50)}{2}+\frac{50(2+149)}{2}=5\ 050$.

16. $4\pi$　因为对任意实数 $x$ 都有 $3\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=a\sin(bx+c)$，所以 $|a|=3$. 当 $a=3$ 时，方程等价于 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin(bx+c)$，则两函数的周期相同，即 $|b|=2$. 当 $b=2$ 时，$\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin(2x+c)$，此时 $c=\frac{11\pi}{6}$；当 $b=-2$ 时，此时 $c=\frac{7\pi}{6}$. 当 $a=-3$ 时，方程等价于 $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin(bx+c)=\sin(-bx-c)$. 当 $b=-2$ 时，此时 $c=\frac{\pi}{6}$；当 $b=2$ 时，此时 $c=\frac{5\pi}{6}$. 综上，$c$ 的所有取值为 $\frac{11\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$，和为 $4\pi$.

17. 解：(1)因为三点 $A,B,C$ 在一条直线上，所以 $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{BC}$，

又 $\overrightarrow{AB}=(n+3,2-m)$，$\overrightarrow{BC}=(7-n,1)$，所以 $n+3=(7-n)(2-m)$，① ………………………… 2 分

因为 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，所以 $-3n+3(m+1)=0$，即 $n=m+1$，② ………………………… 4 分

由①、②解得 $\begin{cases}m=8\\n=9\end{cases}$，或 $\begin{cases}m=1\\n=2\end{cases}$. ………………………… 6 分

(2)因为 $G$ 为 $\triangle OAC$ 的重心，且 $\overrightarrow{OG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$，所以点 $B$ 为线段 $AC$ 的中点，

所以 $m=1$，$n=2$， ………………………… 8 分

所以 $\overrightarrow{OA}=(-3,2)$，$\overrightarrow{OC}=(7,1)$，

因此 $\cos\angle AOC=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OC}|}=\frac{-21+8}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{65}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$. ………………………… 10 分

18. 解：(1)∵数列 $\{\sqrt{a_n}-1\}$ 是公差为 2 的等差数列，

∴ $\sqrt{a_n}-1=\sqrt{a_1}-1+2(n-1)$，∴ $a_n=(2n+\sqrt{a_1}-2)^2$， ………………………… 2 分

∴ $a_2=(2+\sqrt{a_1})^2$，$a_3=(4+\sqrt{a_1})^2$. ………………………… 4 分

又 24 是 $a_2$ 与 $a_3$ 的等比中项，∴ $a_2a_3=(2+\sqrt{a_1})^2(4+\sqrt{a_1})^2=24^2$，∴ $(2+\sqrt{a_1})(4+\sqrt{a_1})=24$， ………… 5 分

解得 $\sqrt{a_1}=2$（$\sqrt{a_1}=-8$ 不合舍去）， ………………………… 6 分

故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=4n^2$. ………………………… 7 分

(2)$\because b_n(a_n-1)=1$，$\therefore b_n=\frac{1}{a_n-1}=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，…………9 分

$\therefore S_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$.…………12 分

19. 解：(1)因为$(a^2+b^2-c^2)\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}ab$，且$a^2+b^2-c^2=2ab\cos C$，

所以$2ab\cos C\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}ab$，…………2 分

所以$\sin 2C=\frac{\sqrt{3}}{2}$.…………3 分

又$0<C<\pi$，所以$2C=\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$，所以$C=\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}$.…………5 分

(2)由(1)及$C>\frac{\pi}{4}$，得$C=\frac{\pi}{3}$.…………6 分

因为$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=2\sqrt{3}$，所以$ab=8$.…………8 分

又$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=(a+b)^2-3ab$，

所以$(a+b)^2=c^2+3ab=25+24=49$.…………10 分

所以$a+b=7$，所以$a+b+c=12$.

即$\triangle ABC$的周长为12.…………12 分

20. (1)证明：取$AD$的中点$O$，连接$OC$、$OE$.

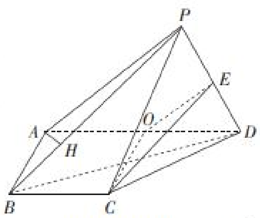
$\because E$为侧棱$PD$的中点，$\therefore OE/\!/PA$.…………1 分

$\because AD=2BC$，$BC/\!/AD$，$\therefore$四边形$ABCO$为平行四边形，则$OC/\!/AB$.…………2 分

$\because OC\cap OE=O$，$\therefore$平面$OCE/\!/$平面$PAB$.…………3 分

$\because CE\subset$平面$OCE$，$\therefore CE/\!/$平面$PAB$.…………4 分

(2)解：$\because$平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，$AB\perp AD$，




$\therefore AB\perp$平面$PAD$，…………5 分

$\because PD\subset$平面$PAD$，$\therefore AB\perp PD$.…………6 分

$\because PA\perp PD$，$PA\cap AB=A$，$\therefore PD\perp$平面$PAB$.

从而$D$到平面$PAB$的距离为$PD=2$，$AD=4$.…………7 分

过点$A$作$AH\perp PB$于$H$，则$PD\perp AH$.…………8 分

$\because PB\cap PD=P$，$\therefore AH\perp$平面$PBD$.…………9 分

$\because PA\perp PD$，$\angle PDA=60^\circ$，$PD=2$，$\therefore PA=2\sqrt{3}$.…………10 分

在$Rt\triangle PAB$中，$AB\perp PA$，$AB=\frac{1}{2}AD=2$，由等面积法可得$AH=\frac{AB\times PA}{PB}=\sqrt{3}$，

即点$A$到平面$PBD$的距离为$\sqrt{3}$.…………12 分

21. 解：(1)当$a=2$，$b=3$时，$u_n=2^n+2^{n-1}\cdot 3+2^{n-2}\cdot 3^2+\cdots+2\cdot 3^{n-1}+3^n(n\in\mathbf{N}^*)$，

两边除以$2^n$，得$\frac{u_n}{2^n}=1+\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}+\left(\frac{3}{2}\right)^n$，…………2 分

所以$\frac{u_n}{2^n}=\frac{1-\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{3}{2}}=\frac{2\left(1-\frac{3^{n+1}}{2^{n+1}}\right)}{-1}=\frac{3^{n+1}}{2^n}-2$，…………4 分

所以 $u_n=3^{n+1}-2^{n+1}$. ………… 5分

(2)若 $a=b$,则 $u_n=(n+1)a^n$,

所以 $S_n=2a+3a^2+4a^3+\cdots+(n+1)a^n(*)$.

当 $a=1$ 时,$S_n=2+3+\cdots+(n+1)=\frac{n(n+3)}{2}$; ………… 7分

当 $a\neq1$ 时,在$(*)$两边同乘以 $a$,得 $aS_n=2a^2+3a^3+4a^4+\cdots+(n+1)a^{n+1}$, ………… 8分

与$(*)$式作差,得

$(1-a)S_n=2a+a^2+a^3+\cdots+a^n-(n+1)a^{n+1}=a+\frac{a(1-a^n)}{1-a}-(n+1)a^{n+1}$, ………… 10分

所以 $S_n=\frac{a}{1-a}+\frac{a(1-a^n)}{(1-a)^2}-\frac{(n+1)a^{n+1}}{1-a}$. ………… 11分

综上,$S_n=\begin{cases}\frac{n(n+3)}{2}, a=1,\\ \frac{a-(n+1)a^{n+1}}{1-a}+\frac{a(1-a^n)}{(1-a)^2}, a>0\text{ 且 }a\neq1.\end{cases}$ ………… 12分

22. 解:(1)$f'(x)=\frac{a}{x}+2x+1=\frac{2x^2+x+a}{x}$.

∵函数 $f(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,

∴当 $x\geqslant1$ 时,$f'(x)\geqslant0$ 恒成立, ………… 2分

即 $2x^2+x+a\geqslant0$,

$a\geqslant[-(2x^2+x)]_{\max}$. ………… 3分

又当 $x\geqslant1$ 时,$[-(2x^2+x)]_{\max}=-3$,

∴$a\geqslant-3$,即实数 $a$ 的取值范围是$[-3,\infty)$. ………… 4分

(2)当 $a=2$ 时,$f(x)=2\ln x+x^2+x-2$,又∵$f(x_1)+f(x_2)=\lambda(x_1+x_2)$,

∴$2\ln x_1x_2+x_1^2+x_2^2+x_1+x_2-4=\lambda(x_1+x_2)$, ………… 5分

整理,得$(x_1+x_2)^2-(\lambda-1)(x_1+x_2)-4=2x_1x_2-2\ln x_1x_2$. ………… 6分

设 $x_1x_2=t>0$,$F(t)=2t-2\ln t$,$F'(t)=2-\frac{2}{t}=\frac{2(t-1)}{t}$, ………… 7分

∴当 $t\in(0,1)$时,$F'(t)<0$,$F(t)$单调递减;当 $t\in(1,+\infty)$时,$F'(t)>0$,$F(t)$单调递增.

∴函数 $F(t)$的最小值 $F(t)_{\min}=F(1)=2$, ………… 8分

可知$(x_1+x_2)^2-(\lambda-1)(x_1+x_2)-4\geqslant2$,

即$(x_1+x_2)^2-(\lambda-1)(x_1+x_2)-6\geqslant0$ 对任意的 $\lambda\in[1,2]$恒成立. ………… 9分

设 $h(\lambda)=-\lambda(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2+(x_1+x_2)-6\geqslant0$, ………… 10分

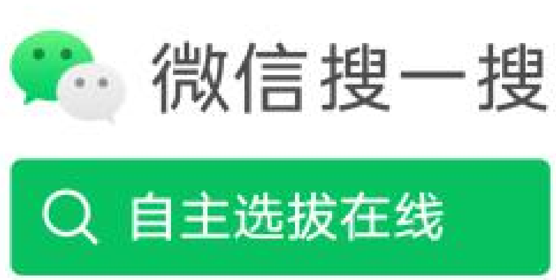
∴$\begin{cases}h(1)\geqslant0,\\ h(2)\geqslant0,\end{cases}$可得$\begin{cases}-(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2+(x_1+x_2)-6\geqslant0,\\ -2(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2+(x_1+x_2)-6\geqslant0.\end{cases}$

解得 $x_1+x_2\geqslant3$.∴$x_1+x_2$ 的最小值为 3. ………… 12分

**关于我们**

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。




关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》