

## 马鞍山市 2021 年高三第三次教学质量监测 理科数学试题

本试卷 4 页，满分 150 分。考试时间 120 分钟。

**注意事项：**

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号和座位号填在答题卡上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{1, 2, 3\}$ ,  $N = \{3, 4\}$ ,  $P = \{x \in \mathbb{R} | x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$ , 则  $(M \cup N) \cap (\mathbb{C}P) =$

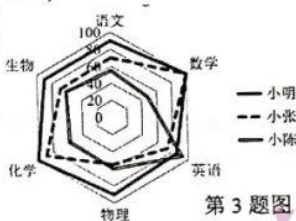
- A.  $\{1, 2, 3\}$     B.  $\{2, 3\}$     C.  $\{2\}$     D.  $\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 3\}$

2. 若复数  $(1+i)(a-i)$  ( $i$  是虚数单位) 在复平面内对应的点在第三象限，则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 1)$     B.  $(-\infty, -1)$     C.  $(1, +\infty)$     D.  $(-1, +\infty)$

3. 雷达图也称为网络图、蜘蛛图，是一种能够直观地展示多维度的类目数据对比情况的统计图。下图是小明、小张和小陈三位同学在高一一学年六科平均成绩雷达图，则下列说法错误的是

- A. 综合六科来看，小明的成绩最好，最均衡  
B. 三人中，小陈的每门学科的平均成绩都是最低的  
C. 六门学科中，小张存在偏科情况  
D. 小陈在英语学科有较强的学科优势



第 3 题图

4. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 + a_4 = 18$ ,  $a_2 = 3$ , 则  $a_{10} =$

- A. 10    B. 11    C. 12    D. 13

5. 已知命题  $p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$ , 则  $\neg p$  是

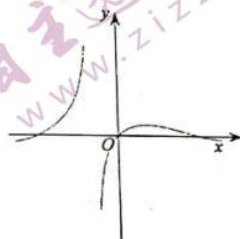
- A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 + 1 \geq 0$     B.  $\forall x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$   
C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$     D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$

6.  $f(x) = \frac{a}{x} + 1(2x-1)^6$  的常数项为 25, 则实数  $a$  的值为

- A. 1    B. -1    C. 2    D. -2

7. 函数  $f(x)$  的部分图象如图，则它的解析式可能是

- A.  $\frac{\cos x}{x+1}$     B.  $\frac{\sin x}{x+1}$     C.  $\frac{\sin x}{|x+1|}$     D.  $\frac{|\sin x|}{x+1}$

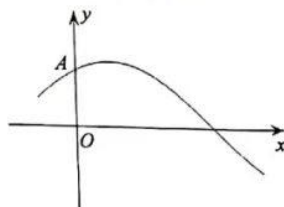


第 7 题图

8. 函数  $y = \sqrt{3} \cos(ax + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图，

点  $A$  的坐标为  $(0, \frac{3}{2})$ , 则  $\varphi$  的值为

- A.  $\frac{\pi}{6}$     B.  $\pm \frac{\pi}{6}$     C.  $-\frac{\pi}{6}$     D.  $-\frac{\pi}{3}$



第 8 题图

9. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在双曲线  $C$  的渐近线上,

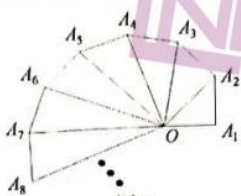
$\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} = 3c^2$ , 且  $PF_1$  与  $x$  轴垂直, 则双曲线的离心率为

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C. 2      D.  $\sqrt{5}$

10. 国际数学教育大会 (ICME) 是由国际数学教育委员会主办的国际数学界最重要的会议, 每四年举办一次, 至今共举办了十三届, 第十四届国际数学教育大会于 2021 年上海举行, 华东师大向全世界发出了数学教育理论发展与实践经验分享的邀约. 如图甲是第七届国际数学家大会 (简称 ICME-7) 的会徽图案, 会徽的主题图案是由图乙的一连串直角三角形演化而成的.



图甲



图乙

第 10 题图

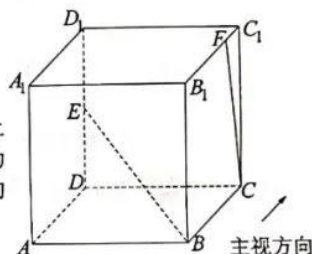
其中已知:  $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7 = A_7A_8 = \dots = 1$ ,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  为直角顶点, 设这些直角三角形的周长和面积依次从小到大组成的数列分别为  $\{l_n\}$ ,  $\{S_n\}$ , 则关于此两个数列叙述错误的是

- A.  $\{S_n^2\}$  是等差数列      B.  $l_n = 1 + \sqrt{n} + \sqrt{n+1}$   
C.  $l_n - l_{n-1} = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} (n > 1, n \in \mathbb{N})$       D.  $l_n - 1 = 2S_n + 2S_{n+1}$

11. 如图,  $E$  是正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  棱  $D_1D$  的中点,  $F$  是棱  $C_1B_1$  上的动点, 下列命题中: ① 若过  $CF$  的平面与直线  $EB$  垂直, 则  $F$  为  $C_1B_1$  的中点; ② 存在  $F$  使得  $D_1F \parallel BE$ ; ③ 存在  $F$  使得  $\triangle BEF$  的主视图和侧视图的面积相等; ④ 四面体  $EBFC$  的体积为定值.

其中正确的是

- A. ①②④      B. ①③  
C. ③④      D. ①③④



第 11 题图

12. 已知  $x \in (0, +\infty)$ , 不等式  $ax + e^{ax} \geq \ln x + x$  恒成立, 则实数  $a$  的最小值为

- A.  $\frac{1}{e}$       B.  $\frac{2}{e}$       C. 0      D. 1

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

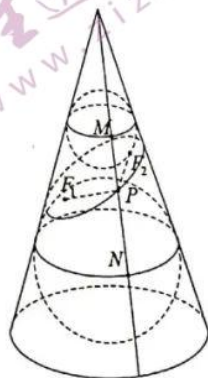
13. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1 - 2^x, & x > 1, \\ \log_2 x + 1, & 0 < x \leq 1. \end{cases}$  则  $f(\frac{1}{2}) + f(\log_2 3) =$  \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中,  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $O$  为  $\triangle ABC$  的外心, 若  $\overline{AO} \cdot \overline{AB} = \overline{AO} \cdot \overline{AC} = 2$ ,

则  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  的值为 \_\_\_\_\_.

15. 某动漫公司推出漫画角色盲盒周边售卖, 每个盲盒中等可能的放入该公司的 3 款经典动漫角色玩偶中的一个. 小明购买了 4 个盲盒, 则他能集齐 3 个不同动漫角色的概率是 \_\_\_\_\_.

16. 如图, 用一个平面去截圆锥, 得到的截面曲线是椭圆. 在圆锥内放两个大小不同的球, 使得它们分别与圆锥的侧面相切. 椭圆截面与两球相切于椭圆的两个焦点  $F_1, F_2$ . 过椭圆上一点  $P$  作圆锥的母线, 分别与两个球相切于点  $M, N$ . 由球和圆的几何性质可知,  $PN = PF_1, PM = PF_2$ . 已知两球半径分别为 1 和 3, 椭圆的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则两球的球心距离为 \_\_\_\_\_.



第 16 题图



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

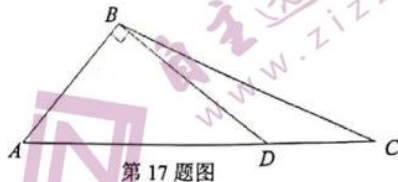
17. (12 分)

如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ， $D$  为  $AC$  边

上一点且  $AB \perp BD$ ， $BD = 2$ 。

(1) 若  $CD = \sqrt{2}$ ，求  $\triangle BCD$  的面积；

(2) 求  $\frac{2}{AD} + \frac{1}{CD}$  的取值范围。



第 17 题图

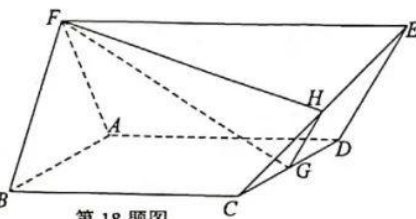
18. (12 分)

如图多面体  $ABCDEF$  中，面  $FAB \perp$  面  $ABCD$ ， $\triangle FAB$  为等边三角形，四边形  $ABCD$  为正方形，

$EF \parallel BC$ ，且  $EF = \frac{3}{2}BC = 3$ ， $H$ ， $G$  分别为  $CE$ ， $CD$  的中点。

(1) 求二面角  $C-FH-G$  的余弦值；

(2) 作平面  $FHG$  与平面  $ABCD$  的交线，记该交线  $l$  与直线  $AB$  交点为  $P$ ，写出  $\frac{AP}{AB}$  的值（不需要说明理由，保留作图痕迹）。



第 18 题图

19. (12 分)

某校组织 200 名学生参加某学科竞赛(满分 150 分)。这 200 名学生的成绩频率分布表如下：

分组	[20,40]	(40,60]	(60,80]	(80,100]	(100,120]	(120,140]
频率	0.01	0.09	0.365	0.43	0.085	0.02

(1) 求样本平均数  $\bar{x}$  (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)；

(2) 由频数分布表可以认为本次学科竞赛成绩  $Z$  近似服从正态分布  $N(\mu, 16.5^2)$ ，其中  $\mu$  取样本平均值  $\bar{x}$ 。分数不小于 97.5 分可晋级下一轮比赛，试估算晋级人数(结果四舍五入，取整数)；

(3) 本次学科竞赛的试题由 25 道选择题构成，每题 6 个选项，只有一个正确答案，答对得 6 分，不答得 1.5 分，答错不得分。学生甲能正确解答其中的 15 道题，剩余 10 道题每道题作答的概率为  $\frac{1}{3}$ ，作答的情况下他从 6 个选项中随机的选择其中一个作答。求甲的得分  $X$  的期望值。

附：若  $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则  $P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.6828$ ， $P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ， $P(\mu - 3\sigma < Z < \mu + 3\sigma) = 0.9974$ 。

20. (12分)

已知函数  $f(x) = a(1-x)e^x$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$  且  $a \neq 0$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调区间, 并指出其单调性;

(2) 若  $a=1$ ,  $F(x) = x^2 - \frac{1}{3}x^3 + f(x)$ ,  $x_0$  是  $F(x)$  的极大值点, 求证:  $F(x_0) \in (\frac{2}{3}, 2)$ .

21. (12分)

已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 直线  $y = x - 2$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点.

(1) 求  $\triangle FAB$  的面积;

(2) 过抛物线  $C$  上一点  $P$  作圆  $M: (x-3)^2 + y^2 = 4$  的两条斜率都存在的切线, 分别与抛物线  $C$  交于异于点  $P$  的两点  $D, E$ . 证明: 直线  $DE$  与圆  $M$  相切.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \cos \alpha, \\ y = 1 + \sqrt{2} \sin \alpha. \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数) 以坐标原点  $O$  为

极点,  $x$  轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho \sin(\frac{\pi}{4} - \theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求曲线  $C_1$  的普通方程与曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $M(0, -1)$ , 若曲线  $C_1, C_2$  相交于  $A, B$  两点, 求  $|MA| + |MB|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |2x+3|$ .

(1) 解不等式  $f(x) + f(x-3) \leq 8$ ;

(2) 已知关于  $x$  的不等式  $f(x) + |x+a| \leq x+5$ , 在  $x \in [-1, 1]$  上有解, 求实数  $a$  的取值范围.

2021 年马鞍山市高中毕业班第三次教学质量监测  
理科数学参考答案

一、选择题: 本大题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	B	B	C	D	B	C	C	C	D	A

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. -2      14. 2      15.  $\frac{4}{9}$       16.  $2\sqrt{7}$

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 【解析】(1) 在  $\triangle BCD$  中,  $\angle DBA = \frac{\pi}{6}$ , 所以  $\cos \angle DBA = \frac{BD^2 + BC^2 - CD^2}{2BD \times BC}$ ,

解得  $BC = \sqrt{3} \pm 1$ , .....4 分

因为  $\angle BDC$  为钝角, 所以  $BC = \sqrt{3} + 1$ . 故  $\triangle BCD$  的面积为  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  .....6 分

(2) 由题知, 在  $\triangle ABD$  中,  $AD = \frac{BD}{\sin A}$ , 故  $\frac{2}{AD} = \sin A$ .

在  $\triangle BCD$  中,  $\frac{CD}{\sin \angle DBC} = \frac{BD}{\sin C}$ , 即  $CD = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{3} - A)}$ , 故  $\frac{1}{CD} = \sin(\frac{\pi}{3} - A)$  .....8 分

所以  $\frac{2}{AD} + \frac{1}{CD} = \sin A + \sin(\frac{\pi}{3} - A) = \frac{1}{2} \sin A + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos A = \sin(A + \frac{\pi}{3})$  .....10 分

因为  $A \in (0, \frac{\pi}{3})$ , 所以  $A + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$ , 所以  $\frac{2}{AD} + \frac{1}{CD}$  的取值范围为  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$  .....12 分

18. 【解析】(1) 取  $AB, FB$  的中点, 分别记为  $O, Q$ , 连接

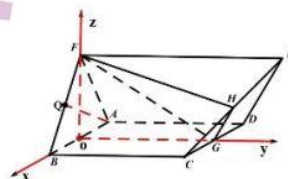
$AQ, OF, OG$ , 则面  $ABF \perp$  面  $ABCD$ , 交线为  $AB$ ,

$BC \perp AB, FO \perp AB$ ,

故  $FO \perp$  面  $ABCD$ ,  $BC \perp$  面  $ABF$ ,  $BC \parallel OG$ , 故  $OF, OB, OG$  两两垂直, 以  $O$  为原点建系如图,

则  $F(0, 0, \sqrt{3}), G(0, 2, 0), C(1, 2, 0), E(0, 3, \sqrt{3})$ ,

$H(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}), Q(\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2})$  .....2 分



又  $AQ \perp FB, AQ \perp BC, FB \cap BC = B$ , 知  $AQ \perp$  面  $FBC$ . 故面  $FHC$  的一个法向量为  $\overrightarrow{AQ} = (\frac{3}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,



(直接用坐标法求解也可) .....4分

设面  $FHG$  的法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$ , 则

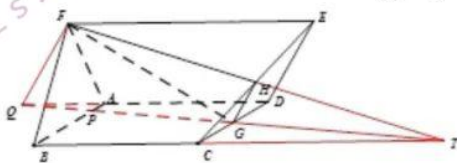
$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{FH} = (x, y, z) \cdot (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}y - \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{FG} = (x, y, z) \cdot (0, 2, -\sqrt{3}) = 2y - \sqrt{3}z = 0 \end{cases}$$

取  $z = 2\sqrt{3}$ , 得一个面  $FHG$  的法向量  $\vec{n} = (-9, 3, 2\sqrt{3})$ , .....6分

易知所求二面角为锐角, 记为  $\theta$ , 故  $\cos\theta = \frac{|\vec{AQ} \cdot \vec{n}|}{|\vec{AQ}| |\vec{n}|} = \frac{7\sqrt{34}}{68}$  .....8分

(2) 延长  $FH$  交  $BC$  延长线于点  $T$ , 则直线  $GT$  为所求交线, .....10分  
(方法2: 过  $F$  作  $AD$  平行线交  $DA$  延长线于点  $Q$ , 则直线  $GQ$  为所求交线)

连接  $GT$  延长交  $AB$  于点  $P$ , 交  $DA$  延长线于点  $Q$ , 由比例关系知  $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{6}$  .....12分



(本小题给出比值结果即可, 不需写推理过程)

19. 【解析】(1)  $\bar{x} = 30 \times 0.01 + 50 \times 0.09 + 70 \times 0.365 + 90 \times 0.43 + 110 \times 0.085 + 130 \times 0.02 = 81$  .....3分

(2)  $P(Z \geq 97.5) = P(Z \geq \mu + \sigma) = \frac{1 - 0.6828}{2} = 0.1586$ , .....5分

$0.1586 \times 200 = 31.72 \approx 32$ , 约有 32 人晋级 .....7分

(3) 设甲剩余 10 题中答一题的得分为  $Y$ , 则  $Y$  的分布列为

$Y$	6	0	1.5
$P$	$\frac{1}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{3}$

故  $Y$  的期望为  $EY = \frac{1}{18} \times 6 + \frac{5}{18} \times 0 + \frac{2}{3} \times 1.5 = \frac{4}{3}$ , .....10分

故甲的得分  $X$  的期望值为  $EX = 90 + 10 \times \frac{4}{3} = \frac{310}{3}$  .....12分

20. 【解析】(1) 由  $f(x) = a(1-x)e^x \Rightarrow f'(x) = -axe^x$

① 当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上为增, 在  $(0, +\infty)$  为减

② 当  $a < 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上为减, 在  $(0, +\infty)$  为增 .....6分

(2) 当  $a = 1$ ,  $F(x) = x^2 + \frac{1}{3}x^3 + f(x) = x^2 - \frac{1}{3}x^3 + (1-x)e^x \Rightarrow F'(x) = 2x - x^2 - xe^x = x(2-x-e^x)$

而  $h(x) = 2-x-e^x$  在  $\mathbf{R}$  上为减(易证), 且  $h(0) = 1 > 0, h(1) = 1-e < 0$ , 故存在  $x_0 \in (0, 1)$  有  $h(x_0) = 0$  故得到下表:

$x$	$(-\infty, 0)$	$(0, x_0)$	$(x_0, +\infty)$
-----	----------------	------------	------------------

$F'(x)$	-	+	-
$F(x)$	↓	↑	↓

所以,  $x_0$  是  $F(x)$  的极大值点,  $x_0 \in (0,1)$  且  $2-x_0 = e^{x_0}$

$$F(x_0) = x_0^2 - \frac{1}{3}x_0^3 + (1-x_0)e^{x_0} = x_0^2 - \frac{1}{3}x_0^3 + (1-x_0)(2-x_0) = -\frac{1}{3}x_0^3 + 2x_0^2 - 3x_0 + 2, x_0 \in (0,1)$$

$$\text{令 } G(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 2 \Rightarrow G'(x) = -x^2 + 4x - 3 = -(x-1)(x-3)$$

得  $G(x)$  在  $(0,1)$  上为减, 而  $G(0) = 2, G(1) = \frac{2}{3}$

故  $G(x_0) \in (\frac{2}{3}, 2)$  即  $F(x_0) \in (\frac{2}{3}, 2)$  .....12分

21. 【解析】(1) 由已知得  $F(1,0)$ , 设  $F$  到直线  $y = x - 2$  的距离为  $d = \frac{|1-0-2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

由  $\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = x - 2 \end{cases}$ , 消去  $y$ , 化简整理得:  $x^2 - 8x + 4 = 0$ . .....2分

所以  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$ , 则  $|AB| = \sqrt{1+1^2} |x_1 - x_2| = \sqrt{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = 4\sqrt{6}$ . .....4分

故  $S_{\Delta FAB} = \frac{1}{2} |AB| \cdot d = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3}$ . .....5分

(2) 设  $P(\frac{y_0^2}{4}, y_0), E(\frac{y_1^2}{4}, y_1), D(\frac{y_2^2}{4}, y_2)$  ( $y_0 + y_1 \neq 0, y_0 + y_2 \neq 0$ ),

$$\text{直线 } PE: y - y_1 = \frac{y_1 - y_0}{\frac{y_1^2}{4} - \frac{y_0^2}{4}} \left( x - \frac{y_1^2}{4} \right), \text{ 即 } y = y_1 + \frac{4}{y_0 + y_1} \left( x - \frac{y_1^2}{4} \right)$$

$$\therefore y = \frac{4x}{y_0 + y_1} + \frac{y_0 y_1}{y_0 + y_1}, \text{ 即 } 4x - (y_0 + y_1)y + y_0 y_1 = 0 \text{ .....7分}$$

因为直线  $PE$  与圆  $M$  相切, 所以  $\frac{|12 + y_1 y_0|}{\sqrt{16 + (y_1 + y_0)^2}} = 2$ , 化简得  $(y_0^2 - 4)y_1^2 + 16y_0 y_1 + 80 - y_0^2 = 0$ ,

同理可得:  $(y_0^2 - 4)y_2^2 + 16y_0 y_2 + 80 - 4y_0^2 = 0$ . .....9分

所以  $y_1$  和  $y_2$  是方程  $(y_0^2 - 4)y^2 + 16y_0 y + 80 - 4y_0^2 = 0$  的两根, 由韦达定理知:  $\begin{cases} y_1 + y_2 = -\frac{16y_0}{y_0^2 - 4} \\ y_1 y_2 = \frac{80 - 4y_0^2}{y_0^2 - 4} \end{cases}$ .

设圆心  $M$  到直线  $DE$  的距离为  $d$ , 因为直线  $DE: 4x - (y_1 + y_2)y + y_1 y_2 = 0$

故有  $d = \frac{|12 + y_1 y_2|}{\sqrt{16 + (y_1 + y_2)^2}} = \frac{2y_0^2 + 8}{y_0^2 + 4} = 2$ , 所以直线  $DE$  与圆  $M$  相切. ....12分

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【解析】(1) 曲线  $C_1$  的普通方程为  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$   
曲线  $C_2$  的直角坐标方程为  $x-y-1=0$ . .....5 分

(2) 易知点  $M(0, -1)$  在直线  $x-y-1=0$  上, 故  $C_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t. \end{cases}$  ( $t$  为参数)

将其代入  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$  中, 得  $t^2 - 3\sqrt{2}t + 3 = 0$

设  $A, B$  对应的参数分别为  $t_1, t_2$ , 则  $t_1 + t_2 = 3\sqrt{2} > 0, t_1 t_2 = 3 > 0$

故  $|MA| + |MB| = |t_1| + |t_2| = 3\sqrt{2}$ . .....10 分

23. 【解析】(1) 由  $f(x) + f(x-3) \leq 8$ , 得:  $|2x+3| + |2x-3| \leq 8$ ,

当  $x \geq \frac{3}{2}$  时,  $2x+3+2x-3 \leq 8, x \leq 2$ , 所以,  $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ ;

当  $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$  时,  $2x+3+3-2x \leq 8, 6 \leq 8$ , 所以,  $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$ ;

当  $x \leq -\frac{3}{2}$  时,  $-(2x+3)-(2x-3) \leq 8, x \geq -2$ , 所以,  $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2}$ ;

综上,  $-2 \leq x \leq 2$ , 即不等式解集:  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$  .....5 分

(2) 当  $x \in [-1, 1]$  时,  $f(x) + |x+a| \leq x+5$ , 即  $|x+a| \leq 2-x$ .

$|x+a| \leq 2-x$  在  $x \in [-1, 1]$  上有解, 即:  $-2 \leq a \leq 2-2x$  在  $x \in [-1, 1]$  上有解, 所以:  
 $-2 \leq a \leq 4$ .

实数  $a$  的取值范围:  $a \in [-2, 4]$  .....10 分



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》