

绝密★启用前

试卷类型:A

高三数学试题

2022.1

本试卷共4页,共22小题,满分150分,考试用时120分钟.

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
- 考试结束后,将答题卡交回.

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $B =$

- A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{2, 4, 5, 6\}$ C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{1, 2, 4\}$ C

2. 若复数 $z = \frac{i}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $|\bar{z}| =$

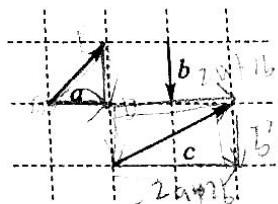
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. 有甲、乙、丙三个工厂生产同一型号的产品,甲厂生产的次品率为10%,乙厂生产的次品率为20%,丙厂生产的次品率为30%,生产出来的产品混放在一起.已知甲、乙、丙三个工厂生产的产品数分别占总数的50%,30%,20%,任取一件产品,则取得产品为次品的概率是

- A. 0.83 B. 0.79 C. 0.21 D. 0.17 D

4. 已知在正方形网格中的向量 a, b, c 如图所示, 则 " $c = \lambda a + \mu b (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ " 是 " $\lambda + \mu = 3$ " 的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件 B



5. $(x+1)(x-1)^6$ 的展开式中 x^3 的系数为

- A. -3 B. 3 C. -5 D. 5 C

6. 已知 $a = (\tan \frac{3\pi}{7})^{0.1}$, $b = \log_2(\sin \frac{\pi}{8})$, $c = \log_2(\cos \frac{3\pi}{7})$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. ~~$a > c > b$~~ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$ D

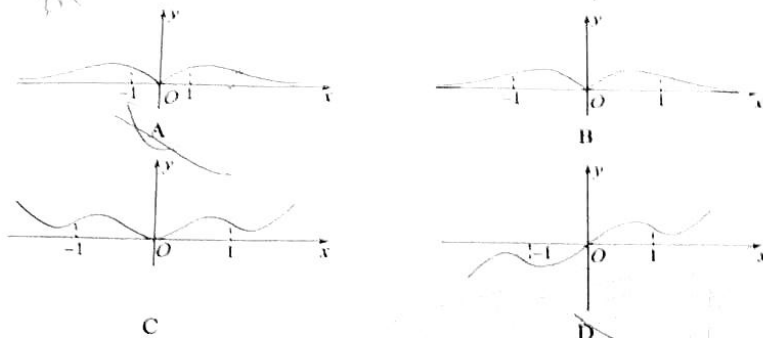
高三数学试题 第1页(共4页)

准考证号

姓名

T-X

7. 函数 $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ (其中 e 为自然对数的底数) 的图象大致是



8. 已知圆 C 的半径为 $\sqrt{2}$, 其圆心 C 在直线 $x + y + 2 = 0$ 上, 圆 C 上的动点 P 到直线 $kx - y - 2k + 2 = 0 (k \in \mathbf{R})$ 的距离的最大值为 $4\sqrt{2}$, 则圆 C 的标准方程为

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ $(-1, -1)$ B. $(x+2)^2 + y^2 = 2$ $(-2, 0)$
C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$ $(-4, 2)$ D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 2$ $(-3, 1)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 π ,

且 $f(x)$ 的图象过点 $(0, \sqrt{2})$, 则下列结论中正确的是

- A. $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
B. $f(x)$ 的图象一条对称轴为 $\frac{\pi}{4}$
C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减

D. 把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x) = \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象

10. 一个袋子中装有除颜色外完全相同的 5 个球, 其中有 3 个红球, 2 个白球, 每次从中随机摸出 1 个球, 则下列结论中正确的是

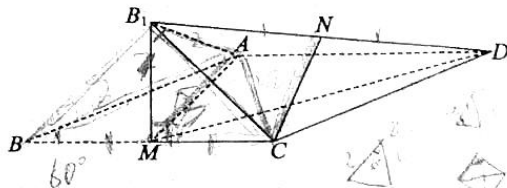
- A. 若不放回地摸球 2 次, 则第一次摸到红球的概率为 $\frac{3}{10}$
B. 若不放回地摸球 2 次, 则在第一次摸到红球的条件下第二次摸到红球的概率为 $\frac{1}{2}$
C. 若有放回地摸球 3 次, 则仅有前 2 次摸到红球的概率为 $\frac{18}{125}$
D. 若有放回地摸球 3 次, 则恰有 2 次摸到红球的概率为 $\frac{54}{125}$

高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到准线 l 的距离为 4, 过焦点 F 的直线与抛物线相交于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 则下列结论中正确的是
- A. 抛物线 C 的准线 l 的方程为 $x = -2$
- B. $|MN|$ 的最小值为 4
- C. 若 $A(4, 2)$, 点 Q 为抛物线 C 上的动点, 则 $|QA| + |QF|$ 的最小值为 6
- D. $2x_1 + x_2$ 的最小值 $4\sqrt{2}$

12. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2, \angle ABC = 60^\circ, M$ 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABM$ 沿直线 AM 翻折到 $\triangle AB_1M$ 的位置, 连接 B_1C 和 B_1D, N 为 B_1D 的中点, 在翻折过程中, 则下列结论中正确的是

- A. 始终有 $AM \perp B_1C$
- B. 线段 CN 的长为定值
- C. 直线 AB_1 和 CN 所成的角始终为 $\frac{\pi}{6}$
- D. 当三棱锥 B_1-AMD 的体积最大时, 三棱锥 B_1-AMD 的外接球的表面积是 8π



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha =$ -1
14. 曲线 $f(x) = x \cos x$ 在点 $(\pi, -\pi)$ 处的切线方程为 $y = -\pi x + 2\pi^2$
15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过右支上一点 P 作双曲线 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 H . 若 $|PH| + |PF_1|$ 的最小值为 $3a$, 则双曲线 C 的离心率为 $\frac{3}{2}$

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, AC$ 边上的中线 $BD = 6$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $3\sqrt{3}$

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{10}, b = 5, \cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

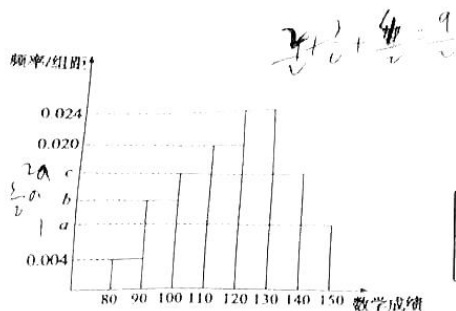
(1) 求 B ;

(2) 设 D 是 AB 边上一点, 且 $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AD}$, 求证: $CD \perp AB$.



18. (12 分)

某校高三年级甲班 50 名学生在一次期中考试, 数学成绩的频率分布直方图如图所示, 成绩分组区间为 $[80, 90), [90, 100), [100, 110), [110, 120), [120, 130), [130, 140), [140, 150]$. 其中 a, b, c 成等差数列, 且 $c = 2a$. 物理成绩统计如表所示. (说明: 数学成绩满分为 150 分, 物理成绩满分为 100 分)



物理成绩频数分布表:

| 分组 | [50, 60) | [60, 70) | [70, 80) | [80, 90) | [90, 100] |
|----|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 频数 | 6 | 9 | 20 | 10 | 5 |

(1) 根据甲班数学成绩的频率分布直方图, 估计甲班数学成绩的平均分;

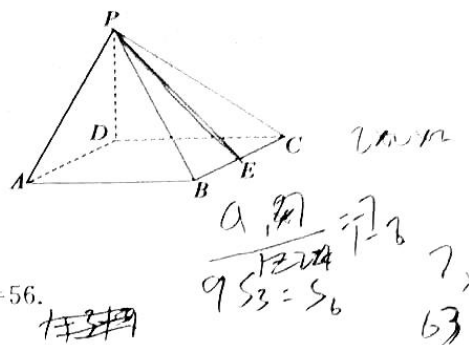
(2) 若数学成绩不低于 140 分的为“优”, 物理成绩不低于 90 分的为“优”, 已知甲班中数学或物理成绩中至少有一科为“优”的学生总共有 6 人, 从这 6 人中随机抽取 3 人, 记 X 表示抽到数学和物理两科成绩都是“优”的学生人数, 求 X 的分布列及期望.

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, 且 $\angle BAD = 60^\circ$, E 是 BC 的中点.

(1) 求证: $AD \perp PE$;

(2) 若 $PA \perp PC$, 求二面角 $B-PC-D$ 的余弦值.



20. (12分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 7, a_4 + a_5 + a_6 = 56$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 在数列 $\{a_n\}$ 中的 a_i 和 a_{i+1} ($i \in \mathbb{N}^*$) 之间插入 i 个数 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_i$, 使 $a_i, m_1, m_2, m_3, \dots, m_i, a_{i+1}$ 成等差数列, 这样得到一个新数列 $\{b_n\}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_{21} .

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$. O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设点 $P(3, m) (m > 0)$, 过 F 作 PF 的垂线交椭圆于 A, B 两点. 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

22. (12分)

(1) 设 $b > a > 0$, 证明: $\ln b - \ln a < \frac{b-a}{\sqrt{ab}}$;

(2) 若函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2} \sin x - x - 1$, $\exists x_1 > x_2 > 0$, 使 $f(x_1) = f(x_2)$,

证明: $x_1 \cdot x_2 < 4$.

高三数学试题 第 4 页 (共 4 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

