

高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z(i-i^2)=1$ ，则 $\bar{z}-z=$

- A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

2. 已知全集 $U=\{x|x^2-4x-12 < 0\}$ ，若集合 M 满足 $\complement_U M=\{x|-1 < x < 2\}$ ，则

- A. $2 \in M$ B. $6 \in M$
 C. $M \subseteq \{x|2 < x < 6\}$ D. $\{x|-2 < x \leq -1\} \subseteq M$

3. 已知 $a=(1,-3)$ ， $b=(m,1)$ ， $c=(2,3)$ ，若 $(a+b) \perp c$ ，则 $m=$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

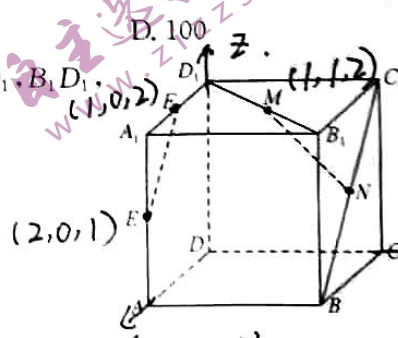
4. 某校高三年级 1 000 名学生参加了市教体局组织的高考模拟考试，其中数学考试成绩 $X \sim N(100, \sigma^2)$

($\sigma > 0$ ，试卷满分为 150 分)，且数学成绩在 80 分到 120 分之间的人数约为总人数的 $\frac{3}{4}$ ，则此次考试中数学成绩不低于 120 分的学生人数约为

- A. 300 B. 250 C. 125 D. 100

5. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F, M, N 分别为 $AA_1, A_1D_1, B_1D_1, BC_1$ 的中点，则异面直线 EF 与 MN 所成的角为

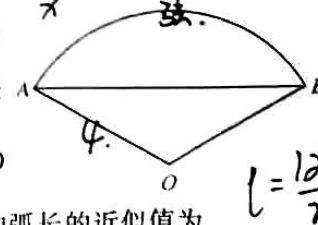
- A. 30°
 B. 45°
 C. 60°
 D. 90°
- $EF(-1, 0, 1)$ $MN(0, 1, -1)$
 $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$



6. 《梦溪笔谈》是我国科技史上的杰作，其中收录了扇形弧长的近似计算公式：

$l_{\widehat{AB}} = \text{弦} + \frac{2 \times \text{矢}^2}{\text{径}}$ ；如图，公式中“弦”是指扇形中 \widehat{AB} 所对弦 AB 的长，“矢”是指 \widehat{AB} 所在圆 O 的半径与圆心 O 到弦的距离之差，“径”是指扇形所在圆 O 的直径。若扇形的面积为 $\frac{16\pi}{3}$ ，扇形的半径为 4，利用上面公式，求得该扇形的弧长的近似值为

- A. $\sqrt{3}+1$ B. $2\sqrt{3}+1$ C. $3\sqrt{3}+1$ D. $4\sqrt{3}+1$



15. 甲、乙两位同学进行象棋比赛,采用五局三胜制(当一人赢得三局时,该同学获胜,比赛结束).根据以往比赛成绩,每局比赛中甲获胜的概率都是 $p(0 < p < 1)$,且各局比赛结果相互独立.若甲以 3:1 获胜的概率不高于甲以 3:2 获胜的概率,则 p 的取值范围为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = 4a^x - x^4 \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个极值点 x_1, x_2 , 则实数 a 的取值范围为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

某新能源汽车销售部对今年 1 月至 7 月的销售量进行统计与分析, 因不慎丢失一些数据, 现整理出如下统计表与一些分析数据:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月
月份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
销售量 y (单位: 万辆)	15.6	m	n	37	37.7	39.6	44.5

其中 $\bar{y} = 31.2$.

(1) 若 m, n, s 成递增的等差数列, 求从 7 个月的销售量中任取 1 个, 月销售量不高于 27 万辆的概率;

(2) 若 $\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 670.48$, x 与 y 的样本相关系数 $r = 0.99$, 求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 并预测今年 8 月份的销售量 (\hat{b} 精确到 0.1).

附: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公

式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

参考数据: $\sqrt{7} \approx 2.65$, $\sqrt{670.48} \approx 25.89$.

18. (本小题满分 12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $3\sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{3}b^2$, 求 $\tan B$;

(2) 若 $b = 2, \cos B = \frac{2}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (本小题满分 12 分)

在递增的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 且 $a_2, a_3 + 1, a_8 - 3$ 成等比数列.

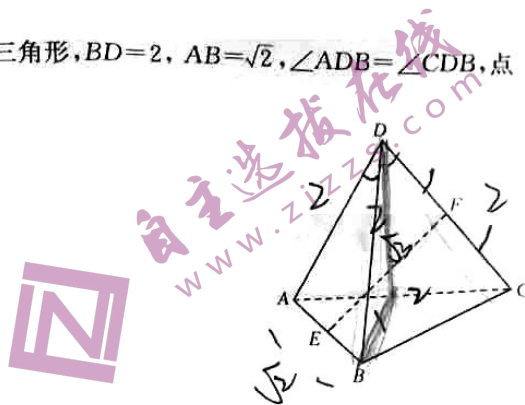
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数} \\ a_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 记 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_n > 2024$, 求 n 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ACD$ 是边长为 2 的等边三角形, $BD=2$, $AB=\sqrt{2}$, $\angle ADB=\angle CDB$, 点 E, F 分别为 AB, DC 的中点.

- (1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 求直线 EF 与平面 ABD 所成角的正弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 且点 $A(-1, -3)$ 在 C 上.

- (1) 求 C 的方程;
- (2) 设 O 为坐标原点, 直线 OA 与 C 交于另一点 B , 与直线 OA 平行的直线交 C 于 P, Q 两点, 直线 AP 与 BQ 交于点 D , 证明: 直线 OD 的斜率为定值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x(a + \ln x) - ax^2 (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $a=0$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上仅有一个零点, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线