绝密★考试结束前

2022学年第二学期期中杭州地区（含周边）重点中学

高二年级数学学科试题

命题：余杭高级中学 孙建忠　　审校：淳安中学 唐佳萍　　审核：萧山中学 王建国

考生须知：

1. 本卷满分150分，考试时间120分钟；
2. 答题前，在答题卷密封区内填写班级、学号和姓名；座位号写在指定位置；
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效；
4. 考试结束后，只需上交答题卷。

第Ⅰ卷

一、单项选择题： 本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若复数 z 满足 $z(1+2\mathrm{i})=3-4\mathrm{i}$（其中i为虚数单位），则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 的虚部是

A．$2\mathrm{i}$　　B．$-2\mathrm{i}$　　C．2　　D．-2

2．向量 $\vec{a}=(3,1,-2),\vec{b}=(x,2,1)$，若 $\cos<\vec{a},\vec{b}>=-\dfrac{\sqrt{14}}{7}$，则实数 $x=$

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

3．若二项式 $(\dfrac{2}{x}+\sqrt{x})^n(n\in N^*)$ 展开式中含有常数项，则 n 的最小值为

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

4．向量 $\overrightarrow{a_i}=(x_i,y_i),\ x_1=1,x_{i+1}=x_i+2,(i\in N^*)$，$(x_i,y_i)$　$(i\in N^*)$ 对应的点在曲线 $y=2^x-1$ 上，则 $\overrightarrow{a_5}=$

A．$(7,31)$　　B．$(9,511)$　　C．$(9,127)$　　D．$(11,63)$

5．某班需安排甲、乙、丙、丁四位同学到A、B、C三个社区参加志愿活动，每位同学必须参加一个社区活动，每个社区至少有一位同学。由于交通原因，乙不能去A社区，甲和乙不能同去一个社区，则不同的安排方法数为

A．14　　B．20　　C．24　　D．36

6．设圆柱的体积为 V，当其表面积最小时，圆柱的母线长为

A．$3\sqrt[3]{2\pi V^2}$　　B．$\dfrac{\sqrt[3]{2\pi V}}{3}$　　C．$\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$　　D．$\sqrt[3]{\dfrac{4V}{\pi}}$

7．已知 $a=0.1e^{0.1},b=0.11,c=\sin 0.1$，则 a,b,c 的大小顺序为

A．$c<b<a$　　B．$a<c<b$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

8．已知函数 $f(x)=2+a\ln x$，$g(x)=ax^2+1$，若存在两条不同的直线与函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 图象均相切，则实数 a 的取值范围为

A．$(\dfrac{2}{1+\ln 2},+\infty)$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{1}{\ln 2}\right)$

C．$(-\infty,0)\cup(\dfrac{2}{1+\ln 2},+\infty)$　　D．$(-\infty,\dfrac{1}{\ln 2}]\cup(\dfrac{2}{1+\ln 2},+\infty)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9．已知正项等比数列$\{a_n\}$，$\forall k\in N^*,a_{k+1}<a_k$，其前$n$项和为$S_n$，且$3a_4,\frac{7}{2}a_5,2a_6$成等差数列，$S_5=62$，则下列结论正确的是

A．$a_n=(\frac{1}{2})^{n-6}$　　B．$a_n=(\frac{1}{3})^{n-5}$　　C．$S_n=64-\frac{1}{2^{n-6}}$　　D．$S_n=(\frac{1}{3})^{n-5}-243$

10．已知函数$f(x)=x^3-3x^2+2$，则下列结论中正确的是

A．导函数$f'(x)$的单调递减区间为(0，2)

B．$f(x)$的图象关于点$(1,0)$中心对称

C．过原点O只能作一条直线与$f(x)$的图象相切

D．$f(x)$恰有两个零点

11．已知椭圆$C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，圆$O:x^2+y^2=r^2$内切于椭圆$C$.过椭圆上不与顶点重合的点$P$引圆$O$的两条切线，切点分别为$A,B$，点$P$、$Q$关于原点$O$对称，则下列结论中正确的是

A．$\frac{1}{|PF_1|}+\frac{2}{|QF_1|}$的最小值为$3+2\sqrt{2}$

B．存在点P，使得$\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2P}=2\sqrt{2}$

C．若直线AB交椭圆于D、E两点，线段DE的中点为T，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OT}$的值为常数

D．若P在x轴上的射影是F_2，直线QF_2交椭圆于另一点G，则直线PQ与PG不垂直

12．如图，在一广场两侧设置 6 只彩灯，现有 4 种不同颜色的彩灯可供选择，则下列结论正确的是

4	5	6
1	2	3

A．共有4^6种不同方案

B．若相邻两灯不同色，正相对的两灯（如 1、4）也不同色，且 4 种颜色的彩灯均要使用，则共有 186 种不同方案

C．若相邻两灯不同色，正相对的两灯（如 1、4）也不同色，且只能使用 3 种颜色的彩灯，则共有 192 种不同方案

D．若相邻两灯不同色，正相对的两灯（如 1、4）也不同色，且只能使用 2 种颜色的彩灯，则共有 12 种不同方案

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．设$(x+1)^5=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+...+a_5(x-1)^5$，则$a_1+a_2+\cdots+a_5=$____▲____（用数值作答）.

14．正项数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_n-a_{n+1}=2a_na_{n+1}$.则数列$\{a_na_{n+1}\}$的前$n$项和$S_n=$____▲____.

15．甲乙两个盒子中分别装有大小、形状完全相同的三个小球，且均各自标号为 1、2、3.分别从两个盒子中随机取一个球，用X表示两球上数字之积，X的方差为$D(X)$，则$D(2X-1)=$____▲____.

16．定义在$[0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足：$f(x)=f'(x)+x,f(0)=2$，则不等式$e^{1-x}\cdot f(x)<2+e$的解集为____▲____.

四、解答题：本题包括 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 10 分）数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=3,a_{n+1}=a_n+4n+3$，等比数列 $\{b_n\}$ 的前　项和为 S_n，$S_n=c\cdot 3^{n+1}-\dfrac{3}{2}.n\in N^*$.

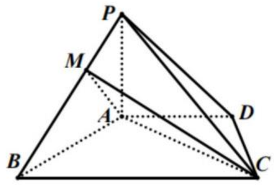
（1）求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{\dfrac{a_n}{nb_n}\}$ 的前　项和为 T_n，试证明 $T_n<2$.

18.（本题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$.底面 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD//BC$，$BC=2AD=2$，$\angle PBA=\angle CBA=60^\circ$.

（1）求证：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC；

（2）若点 M 在线段 PB 上，且直线 AD 与平面 MAC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，求平面 MBC 与平面 MAC 夹角的余弦值.



19.（本题满分 12 分）在锐角 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且__▲__.

在下列两个条件中选择一个补充在横线上：

①$b=c\cos A+\dfrac{1}{2}a$；②$\sin^2 C=\sin^2 40^\circ-\sin 40^\circ\sin 80^\circ+\sin^2 80^\circ$

（1）求出角　的大小；

（2）若角　的平分线交边　　于点 D，且 $c=2$，求 $|CD|$ 的取值范围.

20．（本题满分 12 分）杭州亚运会最终确定延期至 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日举行，某校就此热点举办了一场迎亚运知识竞赛，将 100 人的成绩整理成下表：

分数	[40，50)		[50，60)		[60，70)		[70，80)		[80，90)		[90，100)	
	男	女	男	女	男	女	男	女	男	女	男	女
频率/组距	0.007	0.003	0.009	0.006	0.018	0.007	0.028	0.007	0.009	0.001	0.003	0.002

（1）从不低于 70 分的学生中选出 1 人，如果他是男生，求该学生成绩在 80 分以上（含 80 分）的概率；

（2）已知某生成绩低于 70 分，设该生成绩为 X，求他的成绩 X 的分布列与期望；

（3）假设 M 表示事件"学校举办亚运知识培训"，N 表示事件"某学生对亚运知识产生兴趣"，$P(M)>0$，一般来说在学校举办亚运知识培训的情况下学生对亚运知识产生兴趣的概率会超过不举办培训的概率.证明：$P(M\mid N)>P(M\mid \overline{N})$.

21．（本题满分 12 分）在直角坐标平面内，已知 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 P 满足条件：直线 PA 与直线 PB 的斜率之积等于 $\frac{1}{4}$，记动点 P 的轨迹为 E.

（1）求 E 的方程；

（2）过点 $C(4,0)$ 作直线 l 交 E 于 M，N 两点，直线 AM 与 BN 交点 Q 是否在一条定直线上？若是，求出这条直线的方程；若不是，说明理由.

22．（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=ae^x+\ln(x+1)$，其中 $a\in R$，若 $f(x)$ 有两个零点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$.

（1）设 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个极值点，求证：$\frac{1}{2}<x_0<1$；

（2）求证：$x_2-x_1<2\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}-1}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线浙江**官方微信号：zjgkjzb。