

座位号  
考场号  
题  
答  
要  
不  
内  
线  
封  
密  
姓名  
班级  
学校

绝密★考试结束前

## 2022 学年第二学期天域全国名校协作体 4 月阶段性联考 高三年级数学学科 试题

考生须知:

1. 本卷共 6 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字.
3. 所有答案必须写在答题纸上, 写在试卷上无效.
4. 考试结束后, 只需上交答题纸.

### 选择题部分 (共 60 分)

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复数  $\frac{i^{2022} + i^{2023} + i^{2024}}{1-i} = ( \quad )$

- A.  $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$       B.  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$       C.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$       D.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

2. 已知集合  $M = \{x | 2^{|x-2|} \geq 4\}$ ,  $N = \{x | x > 4 \text{ 或 } x \leq -2\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$

- A.  $\{x | x \geq 4 \text{ 或 } x \leq 0\}$       B.  $\{x | x > 4 \text{ 或 } x \leq -2\}$       C.  $\{x | x > 4 \text{ 或 } x < -2\}$       D.  $\{x | x \geq -2\}$

3. 某购物网站在 2022 年 11 月开展“全部 6 折”促销活动, 在 11 日当天购物还可以再享受“每张订单金额(6 折后)满 300 元时可减免 60 元”. 某人在 11 日当天欲购入原价 48 元(单价)的商品共 45 件, 为使花钱总数最少, 他最少需要下的订单张数为( )

- A. 7      B. 6      C. 5      D. 4

4. 大学生志愿服务西部计划(简称西部计划)是经国务院常务会议决定, 由共青团中央、教育部、财政部、人力资源社会保障部共同组织实施的一项重大人才工程. 现招募选派一定数量的西部计划全国项目志愿者到西部地区基层工作, 某大学计划将 6 名志愿者平均分成 3 组, 到 3 个不同地点服务, 若每组去一个地点, 每个地点都有人服务, 且甲、乙两名志愿者在同一个地点服务的分配方案有( )

- A. 18 种      B. 36 种      C. 72 种      D. 144 种

5. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 若  $p = f(e^{0.1})$ ,

$q = f(\ln \frac{8}{7})$ ,  $r = f(-\frac{1}{7})$ , 则  $p, q, r$  大小关系为 ( )

- A.  $r < q < p$       B.  $q < r < p$       C.  $p < r < q$       D.  $r < p < q$

6.  $O$  为平行四边形  $ABCD$  外一点,  $OA = \sqrt{3}, OB = 3, OC = 2, \angle AOB = \frac{\pi}{6}, \angle BOC = \frac{\pi}{3}$ ,

$\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ , 则向量  $\overrightarrow{OD}$  与向量  $\overrightarrow{OB}$  的夹角为 ( )

- A.  $\frac{5\pi}{6}$       B.  $\frac{2\pi}{3}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{6}$

7. 已知圆  $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ , 圆  $C_2: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ ,  $A, B$  分别是圆  $C_1, C_2$  上的动点. 若动点  $M$  在直线  $l_1: x+y-1=0$  上, 动点  $N$  在直线  $l_2: x+y+1=0$  上, 记线段  $MN$  的中点

为  $P$ , 则  $|PA| + |PB|$  的最小值为 ( )

- A. 3      B.  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{14}-3$       D.  $\sqrt{13}-3$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & x < 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$  ( $e$  为自然对数的底数), 则函数

$F(x) = f[f(x)] - \frac{1}{e^3} f(x) - 1$  的零点个数为 ( )

- A. 3      B. 5      C. 7      D. 9

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的有 ( )

A. 若随机变量  $X \sim N(1, \sigma^2)$ ,  $P(X \geq 0) = 0.8$ , 则  $P(0 \leq X \leq 2) = 0.6$

B. 残差和越小, 模型的拟合效果越好

C. 根据分类变量  $X$  与  $Y$  的成对样本数据计算得到  $\chi^2 = 4.012$ , 依据  $\alpha = 0.05$  的独立性检验 ( $\chi_{0.05} = 3.841$ ), 可判断  $X$  与  $Y$  有关且犯错误的概率不超过 0.05

D. 数据 4, 7, 5, 6, 10, 2, 12, 8 的第 70 百分位数为 8

10. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 经过点  $F$  且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于点  $A, B$  两点 (点  $A$  在第一象限), 若  $|AF| = 8$ , 则以下结论正确的是 ( )

- A.  $p = 2$     B.  $|AF| = 3|BF|$     C.  $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = \frac{1}{2}$     D.  $S_{\Delta AOB} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$

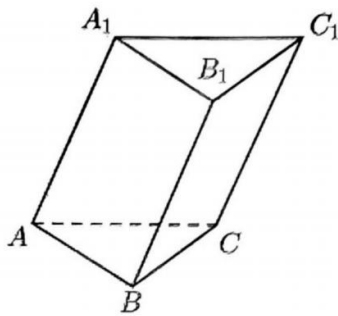
11. 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 底面为正三角形, 且  $\angle A_1AB = \angle A_1AC = 45^\circ, AB = 1$ , 则下列说法正确的是 ( )

A. 直线  $A_1A$  与底面  $A_1B_1C_1$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. 设  $BC$  中点为  $P$ , 则线段  $PA_1$  的长度的最小值为  $\frac{1}{2}$

C. 平面  $A_1B_1BA$  与平面  $BCC_1B_1$  夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 直线  $A_1A$  与平面  $C_1AB_1$  所成角的余弦值的最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



12. 出现于春秋时期的正整数乘法歌诀“九九歌”, 堪称是先进的十进位记数法与简明的中国语言文字相结合之结晶, 这是任何其它记数法和语言文字所无法产生的. 表示十进制的数要用 10 个数码: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 如四位十进制数  $1079 = 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 9 \times 10^0$ ; 当前的计算机系统使用的基本上是二进制系统. 二进制数据是用 0 和 1 两个数码来表示的数. 它的基数为 2, 进位规则是“逢二进一”, 借位规则是“借一当二”, 由 18 世纪德国数学家莱布尼兹第一个提出了二进制记数法. 如四位二进制的数  $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ , 等于十进制的数 13. 现把  $m$  位  $n$  进制中的最大数记为  $M(m, n)$ , 其中  $m, n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2, M(m, n)$  为十进制的数, 则下列结论中正确的是 ( )

A.  $M(4, 2) = 15$

B.  $M(4, 2) = M(2, 4)$

C.  $M(2023, 2022) < M(2022, 2023)$

D.  $M(2023, 2022) > M(2022, 2023)$

非选择题部分

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在  $(1-x+x^2)(1+x)^8$  的展开式中,  $x^4$  的系数是\_\_\_\_\_.

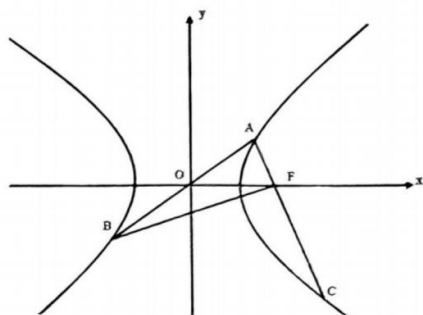
14. 已知无穷数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_2=0, a_3=-1, a_4=0$ , 写出满足条件的  $\{a_n\}$  的一个通项公式: \_\_\_\_\_.(不能写成分段数列的形式)

15. 如图, 已知  $A, B, C$  是双曲线

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

上的三个点,  $AB$  经过原点

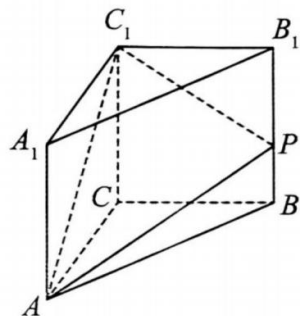
$O, AC$  经过右焦点  $F$ . 若以  $AB$  为直径的圆经过右焦点  $F$  且  $\overline{CF} = 2\overline{FA}$ , 则该双曲线的离心率等于\_\_\_\_\_.



16. 如图, 直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $\angle BCA = \frac{3}{4}\pi$ ,

$AC = \sqrt{2}, BC = 2$ , 点  $P$  在棱  $BB_1$  上, 且  $PA \perp PC_1$ , 当  $\triangle APC_1$  的面积取最小值时, 三棱锥  $P-ABC$  的外接球的表面积为

\_\_\_\_\_.



四、解答题: 本大题共 6 小题, 第 17 题 10 分, 第 18、19、20、21、22 题为 12 分, 共 70 分.

17. (本题满分 10 分) 设  $x \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$ ) 的最小正周期为

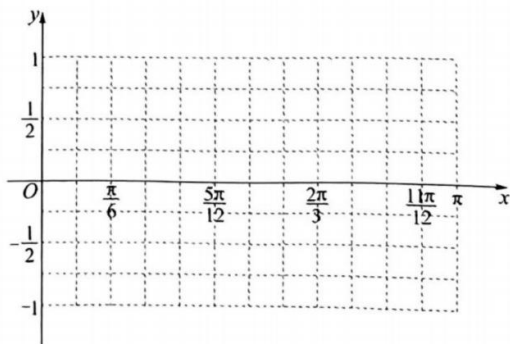
$\pi$ , 且  $f(x)$  图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  后得到的函数为偶函数.

(1). 求  $f(x)$  解析式, 并通过列表、描点在给定坐

标系中作出函数  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的图象;

(2). 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  的

对边, 若  $\frac{2a-b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ , 求  $f(B)$  的值域.



18. (本题满分 12 分) 设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1} (n \geq 2), a_1 = 1, a_2 = 2$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 在数列  $\{a_n\}$  的任意  $a_k$  与  $a_{k+1}$  项之间, 都插入  $k (k \in \mathbb{N}^*)$  个相同的数  $(-1)^k k$ , 组成数列  $\{b_n\}$ ,

记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项的和为  $T_n$ , 求  $T_{27}$  的值.

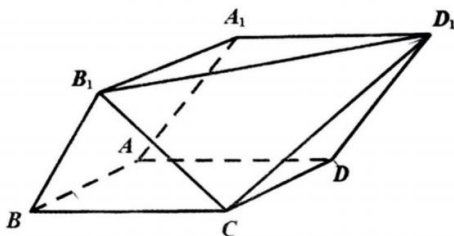
19. (本题满分 12 分)

由四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  截去三棱锥  $C_1 - B_1CD_1$  后得到的几何体如图所示, 四边形  $A_1ADD_1$

和  $ABCD$  是全等的边长为 2 的菱形, 且  $\angle A_1AD = \angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ,  $A_1C = 3$ .

(1) 求三棱锥  $A_1 - ACD$  的体积;

(2) 求直线  $CD_1$  和平面  $B_1BC$  所成角的正弦值.



20. (本题满分 12 分) 为提升学生的综合素养能力, 学校积极为学生搭建平台, 组织学生参与各种社团活动. 在学校辩论队活动中, 甲同学积极参与. 为了更好的了解每个同学的社团参与情况和能力水平, 对每位参与辩论队的同学进行跟踪记录. 社团老师了解到, 甲自加入辩论队以来参加过 100 场辩论比赛; 甲作为一辩出场 20 次, 其中辩论队获胜 14 次; 甲作为二辩出场 30 次, 其中辩论队获胜 21 次; 甲作为三辩出场 25 次, 其中辩论队获胜 20 次; 甲作为四辩出场 25 次, 其中辩论队获胜 20 次. 用该样本的频率估计概率, 则:

(1) 甲参加比赛时, 求该辩论队某场比赛获胜的概率;

(2) 现学校组织 6 支辩论队, 进行单循环比赛, 即任意两支队伍均有比赛, 规定至少 3 场获胜才可晋级. 社团老师决定每场比赛均派甲上场, 已知甲所在辩论队顺利晋级, 记其获胜的场数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

21. (本题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = a \sin x + b \tan x, x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

(1) 若  $a=1, b=0$ , 求证:  $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{2}$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  上有唯一极值点;

(2) 若  $a \in N, b=1$ , 不等式  $f(x) \geq (1+a)x$  恒成立, 求  $a$  的取值集合.

22. (本题满分 12 分) 已知椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1, a > \sqrt{3}$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 点  $M(m, n)$  在  $\Gamma$  上,

从原点  $O$  向圆  $M: (x-m)^2 + (y-n)^2 = 2$  作两条切线, 分别交该椭圆于点  $P, Q$ ,

(1) 求椭圆  $\Gamma$  方程;

(2) 若直线  $OP, OQ$  的斜率记为  $k_1, k_2 (k_1 \cdot k_2 \neq 0)$ , 求  $k_1 \cdot k_2$  的值;

(3) 若  $m < 0, n > 0$ , 直线  $l: mx + 2ny = 0$  与  $\Gamma$  在第一象限的交点为  $N$ , 点  $R$  在线段  $ON$  上,

且  $|MR| = \sqrt{6}$ , 试问直线  $MR$  是否过定点? 若是, 求出该定点坐标, 若不是, 请说明理由.

命题: 长沙雅礼中学 青岛二中  
审题: 石家庄二中 杭州学军中学

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

浙考家长帮

