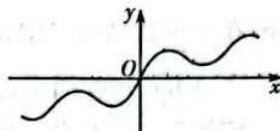


6. 已知点 F 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点, 点 P 是双曲线上位于第一象限内的一点, 且 PF 与 x 轴垂直, 点 Q 是双曲线渐近线上的动点, 则 $|PQ|$ 的最小值为

A. $1 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ C. $1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3} + \frac{3}{2}$

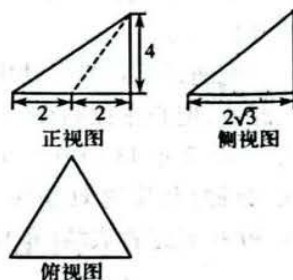
7. 已知函数 $f(x) = \sin x$, $g(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$, 函数 $H(x)$ 的部分图像如图所示, 则 $H(x)$ 的解析式可能为

A. $f(x) + g(x)$ B. $f(x) - g(x)$
C. $f(x) \cdot g(x)$ D. $\frac{f(x)}{g(x)}$



8. 已知某三棱锥的三视图如图所示, 俯视图为正三角形, 则该三棱锥的四个面中, 面积的最大值是

A. $4\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{7}$ D. 8



9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + x, & x < 0, \\ \sin(\omega x - \frac{\pi}{4}), & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ 有 4 个不同的零点,

则正实数 ω 的范围为

A. $(\frac{9}{4}, \frac{13}{4})$ B. $[\frac{9}{4}, \frac{13}{4})$ C. $(\frac{9}{4}, \frac{13}{4}]$ D. $[\frac{9}{4}, \frac{13}{4}]$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 为 AC 的中点, $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, BE 与 CF 交于点 P , 且满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BE}$, 则 λ 的值为

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

11. 已知函数 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 满足: $f(x) \leq f(\frac{\pi}{6})$. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[x_1, x_2]$ 上单调, 且

$f(x_1) + f(x_2) = 0$, 则当 $|x_1 + x_2|$ 取得最小值时, $\cos(x_1 + x_2) =$

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 当 $1 < x_1 < x_2$ 时, 不等式 $x_2 e^{x_1} - x_1 e^{x_2} < 0$ 成立. 若 $b > e^a > e$, 则

A. $e^b < b e^{e^{-1}}$ B. $e^{a+b} < b e^{e^a}$ C. $a e^b < b \ln a$ D. $a b > e^a \ln b$

二、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

3. 已知曲线 $y = (mx + 2)e^x$ 在 $(0, 2)$ 处的切线的斜率为 -1 , 则 $m =$ _____.

4. 已知抛物线 $D: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 P 在 D 上, PA 与 l 垂直, 垂足为 A , 若 $|PA| = |AF|$, 则 $\triangle PAF$ 的面积等于 _____.

高三文科数学 第2页(共4页)

15. 足球起源于中国古代的蹴鞠游戏,“蹴”有用脚蹴、踢的含义,“鞠”最早系外包皮革、内饰米糠的球,因而“蹴鞠”就是指古人以脚蹴、踢皮球的活动. 已知某鞠(球)的表面上有四个点 P, A, B, C , 满足 $PA = 1, PA \perp \text{面} ABC, AC \perp BC$, 若三棱锥 $P - ABC$ 的体积为 $\frac{2}{3}$, 则该“鞠”的体积的最小值为_____.

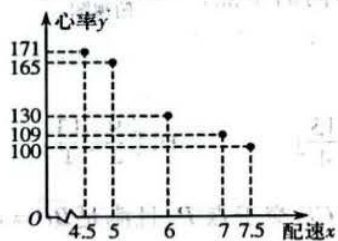
16. 在正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1}^2 - a_n^2 = 1$, 记 $b_n = \frac{1}{(a_n + 1)(a_{n+1} + 1)(a_n + a_{n+1})}$. 整数 m 满足 $\lg(10^{119} + 1) < m < \lg(10^{120} + 1)$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 m 项和为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

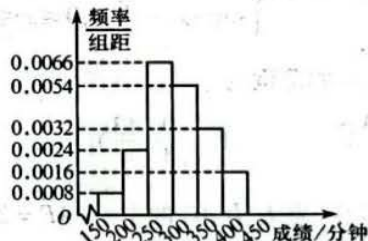
(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

配速是马拉松运动中常使用的一个概念, 是速度的一种, 是指每千米所需要的时间. 相比配速, 把心率控制在一个合理水平是安全理性跑马拉松的一个重要策略. 2022 北京马拉松于 2022 年 11 月 6 日举行, 已知图①是本次北京马拉松比赛中某位跑者的心率 y (单位: 次/分钟) 和配速 x (单位: 分钟/千米) 的散点图, 图②是本次马拉松比赛 (全程约 42 千米) 前 3000 名跑者成绩 (单位: 分钟) 的频率分布直方图.



图①



图②

- (1) 由散点图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系, 求 y 与 x 的线性回归方程;
(2) 在本次比赛中, 该跑者如果将心率控制在 160 (单位: 次/分钟) 左右跑完全程, 估计他跑完全程花费的时间及他能获得的名次.

参考公式: 用最小二乘法求线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的系数,

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

参考数据: $\bar{y} = 135$.

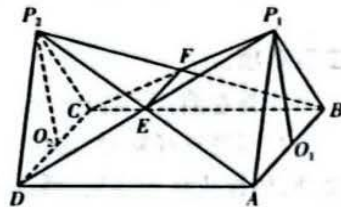
18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $c \cdot \cos A + \sqrt{3} c \sin A - a - b = 0$.

- (1) 求角 C ;
(2) 若 $c = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$, 求 a, b .

19. (12分)

已知两个四棱锥 P_1-ABCD 与 P_2-ABCD 的公共底面是边长为4的正方形, 顶点 P_1, P_2 在底面的同侧, 棱锥的高 $P_1O_1 = P_2O_2 = 2$, O_1, O_2 分别为 AB, CD 的中点, P_1D 与 P_2A 交于点 E , P_1C 与 P_2B 交于点 F .



- (1) 求证: 点 E 为线段 P_2A 的中点;
- (2) 求这两个棱锥的公共部分的体积.

20. (12分)

设函数 $f(x) = x^2 + 2x - a(\ln x + x)$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

- (2) 若方程 $f(x) = c$ ($c \in \mathbb{R}$) 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 证明: $f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) > 0$.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴长为4, F_1, F_2 为 C 的左、右焦点, 点 P (不在 x 轴上) 在 C 上运动, 且 $\cos \angle F_1PF_2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 过 F_2 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 M, N , 记 $\triangle F_1MN$ 的内切圆的半径为 r , 求 r 的取值范围.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{5} \cos \theta \\ y = 1 + \sqrt{5} \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \\ y = t \cdot \tan \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$). 直线 $l_2 \perp l_1$, 垂足为 O , 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 写出曲线 M 和直线 l_2 的极坐标方程;
- (2) 设直线 l_1, l_2 分别与曲线 M 交于 A, C 与 B, D , 顺次连接 A, B, C, D 四个点构成四边形 $ABCD$, 求 $|AB|^2 + |BC|^2 + |CD|^2 + |DA|^2$ 的值.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- (1) 若 a, b, c 是正实数, 且 $f(1) = 1$, 求证: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq \sqrt{3}$;
- (2) 若对任意 $x \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(x) \geq 2ax + b$ 恒成立, 求 $\frac{b^2}{a^2 + c^2}$ 的最大值.

高三文科数学 第4页(共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线