

绝密★启用前

## 南宁市 2023 届高中毕业班第一次适应性测试

### 数 学 ( 文 科 )

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 考生作答时请将答案答在答题卡上, 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上作答无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

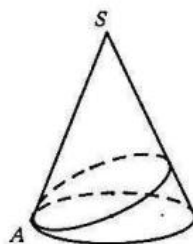
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{N} | -1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则  $A \cup B =$   
A.  $\{1, 2, 3\}$       B.  $\{1, 2, 3, 4\}$       C.  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
2. 已知复数  $z$  满足  $\bar{z}(1+i) = 3-i$  ( $i$  为虚数单位), 则复数  $z =$   
A.  $1+2i$       B.  $1-2i$       C.  $1+i$       D.  $1-i$
3. 已知 5 件产品中有 2 件次品, 其余为合格品. 现从这 5 件产品中任取 2 件, 恰有一件次品的概率为  
A. 0.4      B. 0.6      C. 0.8      D. 1
4. 已知  $\sin^2 \alpha = \cos \alpha - 1$ , 则  $\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) =$   
A. 1      B. -1      C. 2      D.  $-\frac{1}{2}$
5. 下列函数中, 既是定义域内单调递增函数, 又是奇函数的为  
A.  $f(x) = \tan x$       B.  $f(x) = -\frac{1}{x}$       C.  $f(x) = x - \cos x$       D.  $f(x) = e^x - e^{-x}$
6. 2023 年贺岁档共有七部电影, 根据猫眼专业版数据显示, 截止到 2023 年 1 月 29 日 13 时, 2023 年度大盘票房 (含预售) 突破了 90 亿元大关. 其中历史题材的轻喜剧《满江红》位列第一, 总票房已经达到了 30 亿+, 科幻题材的《流浪地球 2》也拥有近 25 亿元的票房. 现有编号为 1, 2, 3, 4 的 4 张电影票, 要分给甲、乙两个人, 每人至少分得一张, 那么不同分法种数为  
A. 10      B. 14      C. 16      D. 12

【2023 届高中毕业班第一次适应性测试·数学 (文科) 第 1 页 (共 4 页)】

7. 如图, 已知圆锥的底面半径为1, 母线长 $SA=3$ , 一只蚂蚁从 $A$ 点出发绕着圆锥的侧面爬行一圈回到点 $A$ , 则蚂蚁爬行的最短距离为

- A.  $2\sqrt{3}$       B.  $3\sqrt{3}$       C. 6      D.  $2\pi$



8. 2022年10月16日中国共产党第二十次全国代表大会在北京人民大会堂召开, 某校全体党员在报告厅集中观看大会盛况. 该报告厅共有20排座位, 从第2排起后一排都比前一排多2个座位. 若第10排有41个座位, 则该报告厅座位的总数是

- A. 800      B. 820      C. 840      D. 880

9. 已知 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{5}$ , 则 $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) =$

- A.  $-\frac{1}{25}$       B.  $-\frac{7}{25}$       C.  $\frac{24}{25}$       D.  $\frac{9}{25}$

10. 已知函数 $f(x) = x^2$ 的图象在 $x=1$ 处的切线与函数 $g(x) = \frac{e^x}{a}$ 的图象相切, 其中 $e$ 为自然对数的底数, 则实数 $a =$

- A.  $\sqrt{e}$       B.  $\frac{\sqrt{e}}{2}$       C.  $e\sqrt{e}$       D.  $\frac{e\sqrt{e}}{2}$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 $F$ , 抛物线上两点 $A, B$ 在第一象限, 且满足

$|AF|=3, |BF|=7, |AB|=5$ , 则直线 $AB$ 的斜率为

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{3}{5}$       C. 1      D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12. 已知 $a = \frac{3(2 - \ln 3)}{e^2}, b = \frac{1}{e}, c = \frac{\ln 3}{3}$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $c < a < b$       C.  $a < c < b$       D.  $b < a < c$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

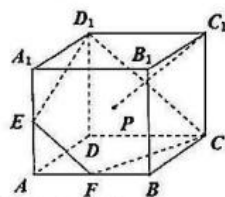
13. 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y+2 \leq 0, \\ 2x-y+2 \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases}$  则 $z = 3x + y$ 的最大值为  $\blacktriangle$ .

14. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \cos(3x + \varphi)$ 的图象关于点 $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$ 对称, 那么 $|\varphi|$ 的最小值为  $\blacktriangle$ .

15. 已知 $F_1, F_2$ 是双曲线 $C$ 的两个焦点,  $P$ 为 $C$ 上一点,  $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ , 且 $\sin \angle PF_2F_1 = 2 \sin \angle PF_1F_2$ ,

则 $C$ 的离心率为  $\blacktriangle$ .

16. 如图所示, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2,  $E, F$ 分别为 $AA_1, AB$ 的中点, 点 $P$ 是正方体表面上的动点, 若 $C_1P \parallel$ 平面 $CD_1EF$ , 则点 $P$ 在正方体表面上运动所形成的轨迹长度为  $\blacktriangle$ .



【2023届高中毕业班第一次适应性测试·数学(文科) 第2页(共4页)】

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

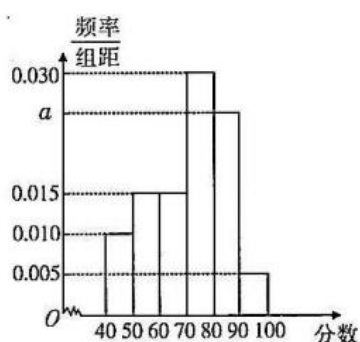
17. (本小题满分 12 分)

随着新课程新高考改革的推进，越来越多的普通高中认识到了生涯规划教育对学生发展的重要性。生涯规划知识大赛可以鼓励学生树立正确的学习观、生活观。某校高一年级 1200 名学生参加生涯规划知识大赛初赛，学校将初赛成绩分成 6 组：[40,50), [50,60), [60,70), [70,80), [80,90), [90,100]

加以统计，得到如图所示的频率分布直方图，成绩大于等于 80 分评为“优秀”等级。

(1) 求  $a$  的值，并估计该年级生涯规划大赛初赛被评为“优秀”等级的学生人数；

(2) 在评为“优秀”等级的学生中采用分层抽样抽取 6 人，再从 6 人中随机抽取 3 人进行下一步的能力测试，求这 3 人中恰有 1 人成绩在 [90,100] 的概率。



18. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中，角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，已知  $(b-c)(\sin B + \sin C) = a(\sin A - \sin C)$ ，

(1) 求  $B$ ；

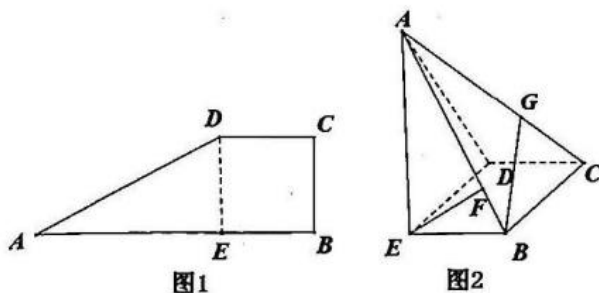
(2) 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形， $b = \sqrt{3}$ ，求  $a^2 + c^2$  的取值范围。

19. (本小题满分 12 分)

如图 1，平面图形  $ABCD$  是一个直角梯形，其中  $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = DC = 2$ ， $AB = 6$ ， $E$  是  $AB$  上一点，且  $AE = 2EB$ 。将  $\triangle AED$  沿着  $ED$  折起使得平面  $AED \perp$  平面  $DEBC$ ，连接  $AB$ 、 $AC$ ，过点  $E$  作  $EF \perp AB$ ，垂足为  $F$ ，如图 2。

(1) 证明  $AC \perp EF$ ；

(2) 若  $G$  是  $AC$  上一点，且  $CG = \frac{1}{3}AC$ ，求直线  $BG$  与平面  $ADC$  所成角的正弦值。



20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 - a \ln x (a \in \mathbf{R})$ ,

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 若函数  $y = f(x)$  在区间  $(1, e]$  上存在两个不同零点, 求实数  $a$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点为  $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ , 点  $P(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$  在  $E$  上.

(1) 求椭圆  $E$  的标准方程;

(2) 已知椭圆  $E$  的上顶点为  $A$ , 圆  $M: (x-1)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ , 椭圆  $E$  上是否存在两点  $B, C$  使得圆  $M$  内切于  $\triangle ABC$ ? 若存在, 求出直线  $BC$  的方程; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 半圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho + 4 \sin \theta = 0, \theta \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ .

(1) 求  $C$  的参数方程;

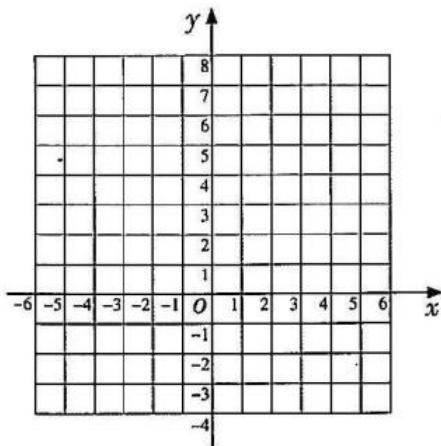
(2) 已知点  $D$  在  $C$  上, 若  $C$  在  $D$  处的切线与直线  $l: y = \sqrt{3}x - 3$  平行, 求点  $D$  的极坐标.

23. (本小题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = 2|x-1| - |x+1|, g(x) = |x-1|$ ,

(1) 在给出的坐标系中画出函数  $y = f(x)$  的图象;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \leq ag(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.



【2023 届高中毕业班第一次适应性测试·数学(文科) 第 4 页(共 4 页)】

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

