1. B　先求 $M=\{1,2\}$，$N=\{2,3,4\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=\{5\}$.

【易错提醒】注意补集的概念，不能错误地选成 C.

2.【解题提示】此题要注意运算技巧.

D　$z=\dfrac{8+6i}{3-4i}+1=\dfrac{2i(3-4i)}{3-4i}+1=1+2i$，

故 $|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

【易错提醒】不注意运算技巧，直接分子分母 $+4i$ 再求可能容易算错.

3.【解题提示】先确定 $\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$，进而得到 $\cos(-\alpha)<0$.

C　因为 $\sin\alpha>0,\cos\alpha<0$，

所以 $\sin(-\alpha)<0,\cos(-\alpha)<0$.

4.【解题提示】先假设某两个正确，则另两个必有一个正确一个错误；否则这两个不可能都正确.

D　假设甲、乙都正确，则 $a=2,b=1$，所以 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$，所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{a^2}{c}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$，则丙正确，丁错误.

5.【解题提示】利用循环语句研究数列的前 99 项和，注意裂项相消求和法的应用.

C　由程序框图可知，本题要求的是先求 $\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\cdots+\dfrac{1}{99\times100}$ 的值，即求 $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{99}-\dfrac{1}{100}=1-\dfrac{1}{100}$，然后再求 $1-S=\dfrac{1}{100}$，故 $m=-2$.

6.【解题提示】由方程 $\dfrac{1.01^m}{0.99^m}=10$，结合参考数据，可以考虑两边取常用对数即可.

B　因为 $\dfrac{1.01^m}{0.99^m}=10$，两边取常用对数可得

$m(\lg 1.01-\lg 0.99)=1$，

即 $m=\dfrac{1}{\lg 1.01-\lg 0.99}\approx\dfrac{1}{0.0087}\approx115$.

7. D　因为在正方体中，$AA_1\perp B_1D_1$，$A_1C_1\perp B_1D_1$，且 $AA_1\cap A_1C_1=A_1$，所以 $B_1D_1\perp$ 平面 ACC_1A_1，又 $AC_1\subset$ 平面 ACC_1A_1，所以 $B_1D_1\perp AC_1$，同理 $B_1C\perp AC_1$，$A_1B\perp AC_1$，$A_1D\perp AC_1$，所以 $AC_1\perp$ 平面 A_1BD，所以 A，B 正确；由正方体中的基本关系容易判断直线 AB_1 与直线 BC_1 所成角为$60°$，所以 D 错误；

设棱长为 1，$V_{A_1-C_1BD}=1^3-4\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1}{3}$，所以 C 正确.

8.【解题提示】此题只需知道 a,b 两个向量的模及 a,b 两个向量垂直即可.

A　因为 $a\cdot b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=0$，$|a|=2$，$|b|=1$，

所以 $(2a+b)\cdot(a-\lambda b)=2a^2-\lambda b^2=8-\lambda=0$，所以 $\lambda=8$.

9.【解题提示】关键是求出四棱锥 O-$ABCD$ 的高.

B　因为四棱锥 O-$ABCD$ 的高为 1，

所以四棱锥 O-$ABCD$ 的体积为 $\dfrac{4}{3}$.

10.【解题提示】由 $a_2=2a_1=4$，进而可以发现数列 $\{a_n\}$ 是首项和公差均为 2 的等差数列.

A　因为 $a_2=2a_1=4$，所以 $a_2-a_1=a_1=2=d$，

故数列 $\{a_n\}$ 是首项和公差均为 2 的等差数列，

所以 $a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=\dfrac{(k+10)(a_1+a_{k+10})}{2}-\dfrac{k(a_1+a_k)}{2}=(k+10)^2+k+10-(k^2+k)=20k+110=310$，故 $k=10$.

11.【解题提示】先根据周期 T 的范围确定 ω 的范围，再利用对称性确定 ω 的值，进而求出 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ 的值即可.

C　因为 $\dfrac{\pi}{3}<T<\pi$，所以 $\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{2\pi}{\omega}<\pi$，即 $2<\omega<6$，又因为 $y=f(x)$ 的图象关于 $\left(\dfrac{5\pi}{24},1\right)$ 对称，所以 $m=1$，$\dfrac{5\omega\pi}{24}+\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$，所以 $\omega=\dfrac{24k-4}{5},k\in\mathbf{Z}$，又因为 $2<\omega<6$，所以 $\omega=4$，所以 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)+1=3$.

12.【解题提示】先将 $x+e^x=y+\ln y$ 化成 $x+e^x=\ln y+e^{\ln y}$，再利用函数 $y=x+e^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增得到 $x=\ln y$，进而转化为求 $t=y-\ln y+1$ 的最小值即可.

C　因为 $x+e^x=y+\ln y$ 可化成 $x+e^x=\ln y+e^{\ln y}$，又因为函数 $y=x+e^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $x=\ln y$，由 $t=y-\ln y+1$ 的最小值是在 $y=1$ 时取得可知，$t_{\min}=2$.

13.【解析】联立方程 $\begin{cases}y=\sqrt{3}x+1,\\x^2=4y,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=2\sqrt{3}+4,\\ y=7+4\sqrt{3},\end{cases}$或$\begin{cases}x=2\sqrt{3}-4,\\ y=7-4\sqrt{3},\end{cases}$

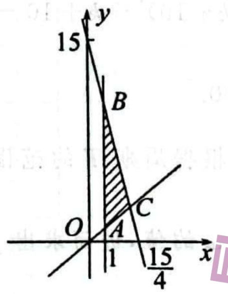
$|AB|=\sqrt{(2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}+4)^2+(7+4\sqrt{3}-7+4\sqrt{3})^2}=16.$

答案:16

14.【解题提示】画出平面区域,求出三个顶点坐标,利用 $y=-ax+z$ 中的 z 的几何意义,数形结合即可.

【解析】作出不等式组满足的可行域如图阴影部分,则三个顶点坐标分别为 $A(1,1)$,$B(1,11)$,$C(3,3)$,则当直线 $y=-ax+z$ 与直线 AC 重合时,z 取最小值 0,此时 $a=-1$.

答案:-1



【易错提醒】准确画出平面区域.

15.【解题提示】先设出圆心坐标$(a,a+4)$,再利用点到直线的距离公式求出.

【解析】因为⊙C 的圆心在直线 $x-y+4=0$ 上且⊙C 与 y 轴相切,所以可设⊙C 的方程为$(x-a)^2+(y-a-4)^2=a^2$,又因为⊙C 与直线 $x-y+8=0$ 相切,所以可得$\frac{|a-a-4+8|}{\sqrt{2}}=|a|$,所以$|a|=2\sqrt{2}$,

所以⊙C 的半径为 $2\sqrt{2}$.

答案:$2\sqrt{2}$

16.【解析】因为 $f(x)+x$ 为奇函数,所以 $h(x)=f(x-3)+x-3+4$ 的图象关于$(3,4)$成中心对称,由数列$\{a_n\}$为等差数列可知 $a_i+a_{2\,023-i}=6(i=1,2,3,\cdots,2\,022)$,故$(a_i,h(a_i))$与$(a_{2\,023-i},h(a_{2\,023-i}))$关于点$(3,4)$对称,故 $h(a_1)+h(a_2)+\cdots+h(a_{2\,022})=8\,088$.

答案:$(3,4)$　8 088

【易错提醒】注意由函数 $f(x)+x$ 为奇函数找出函数 $h(x)$ 的对称中心.

17.【解析】(1)由题意得喜欢户外运动且体育测试成绩优秀的有 $60-10=50$(人),补全的 2×2 列联表如下:

项目	喜欢户外运动	不喜欢户外运动	合计
体育测试成绩非优秀	10	15	25
体育测试成绩优秀	50	25	75
合计	60	40	100

………………………………………………… 4 分

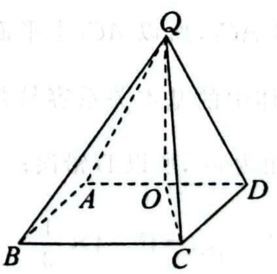
抽查的 100 名学生中,喜欢户外运动的学生优秀率为$\frac{50}{60}=\frac{5}{6}$;不喜欢户外运动的学生优秀率为$\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$.

所以可以估计该校喜欢户外运动的学生体育测试成绩优秀的概率为$\frac{5}{6}$;不喜欢户外运动的学生体育测试成绩优秀的概率为$\frac{5}{8}$. ……………………………… 8 分

(2)K^2 的观测值 $k=\frac{100\times(15\times50-10\times25)^2}{60\times40\times25\times75}=\frac{50}{9}>3.841$, ……………………………………… 10 分

所以有 95%的把握认为该校学生体育测试成绩是否优秀与喜欢户外运动有关. ………………… 12 分

18.【解析】(1)取 AD 的中点为 O,连接 QO,CO.



因为 $QA=QD$,$OA=OD$,

则 $QO\perp AD$,而 $AD=2$,$QA=\sqrt{5}$,故 $QO=\sqrt{5-1}=2$.

在正方形 $ABCD$ 中,

因为 $AD=2$,故 $DO=1$,故 $CO=\sqrt{5}$,

因为 $QC=3$,故 $QC^2=QO^2+OC^2$,

故$\triangle QOC$为直角三角形且 $QO\perp OC$,

因为 $OC\cap AD=O$,故 $QO\perp$平面 $ABCD$,

因为 $QO\subset$平面 QAD,故平面 $QAD\perp$平面 $ABCD$.

………………………………………………………… 6 分

(2)由(1)可知 $QO=2$,底面正方形 $ABCD$ 的边长为 2,

所以四棱锥 $Q\text{-}ABCD$ 的体积 $V_{Q\text{-}ABCD}=\frac{1}{3}\times 2^2\times 2=\frac{8}{3}$, ………………………………………………………… 8 分

由(1)可知平面 $QAD\perp$平面 $ABCD$,

又因为 $AB\perp AD$,$AB\subset$平面 $ABCD$,平面 $QAD\cap$平面 $ABCD=AD$,所以 $AB\perp$平面 QAD,又因为 $AQ\subset$平面 QAD,$QD\subset$平面 QAD,所以 $AB\perp QA$,$AB\perp QD$,则$\triangle QAB$和$\triangle QCD$均为直角三角形,$\triangle QAD$和$\triangle QCB$均为等腰三角形.所以,四棱锥 $Q\text{-}ABCD$ 的表面积 $S_{表}=4+2\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{5}+\frac{1}{2}\times 2\times 2+\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=6+2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. ………………………………………… 12 分

19.【解题提示】运用面积关系及余弦定理或用向量知识.

【解析】(1)因为$\triangle ABD$的面积是$\triangle ACD$的面积的两倍,$\angle BAC=120°$,且 $|AD|=1$,AD 平分$\angle BAC$.

所以 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}|AD|\times|AB|\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2S_{\triangle ACD}=2\times\frac{1}{2}|AD|\times|AC|\times\frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $|AB|=2|AC|$. …………………………………… 2 分

又因为 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ACD}=3\times\frac{1}{2}|AD|\times|AC|\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}|AC|=\frac{1}{2}|AB|\times|AC|\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2|AC|^2$,

所以 $|AC|=\frac{3}{2}$, ………………………………………… 4 分

所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}|AC|\times|AD|\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$,

所以$\triangle ACD$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{8}$. ………………

(2)由(1)可知 $|AB|=2|AC|=3$, ……………… 8 分

因为 AE 是$\triangle ABC$的边 BC 上的中线,

所以$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$, ……………………… 10 分

所以 $|\overrightarrow{AE}|=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)^2}$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{9+\frac{9}{4}-\frac{9}{2}}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$,

所以$\triangle ABC$的边 BC 上的中线 AE 的长为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

…………………………………………………………… 12 分

20.【解题提示】已知离心率通常将 a,b,c 用同一字母表示,注意定点定值问题的处理方法.

【解析】(1)因为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$,所以双曲线的方程可表示为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1$,

又因为双曲线 C 过点 $A(\sqrt{2},2)$,

所以$\frac{2}{a^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{1}{a^2}=1$,所以 $a^2=1,b^2=4$,

所以双曲线的标准方程为 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$; ………… 4 分

(2)根据题意可知直线 l 的斜率一定存在,故可设直线 l 的方程为 $y=kx+m(m\neq 2-\sqrt{2}k)$,将 $y=kx+m$ 代入 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 得$(4-k^2)x^2-2kmx-m^2-4=0$,

所以 $x_1+x_2=\frac{-2km}{k^2-4}$,

$x_1x_2=\frac{m^2+4}{k^2-4}$, ………………………………………… 6 分

又因为直线 AP,AQ 的倾斜角互补,

设 P 点坐标为(x_1,y_1),Q 点坐标为(x_2,y_2),

所以$\frac{y_2-2}{x_2-\sqrt{2}}=-\frac{y_1-2}{x_1-\sqrt{2}}$,

即$(x_1-\sqrt{2})(kx_2+m-2)=-(x_2-\sqrt{2})(kx_1+m-2)$,

所以 $2kx_1x_2+(m-2-\sqrt{2}k)(x_1+x_2)-2\sqrt{2}(m-2)=0$,

所以$\frac{2km^2+8k+2\sqrt{2}k^2m+4km-2km^2-2\sqrt{2}(k^2m-2k^2-4m+8)}{k^2-4}$

$=0$，

化简得$(m+\sqrt{2}k-2)(k+2\sqrt{2})=0$.

又因为$m+\sqrt{2}k-2\neq0$，

所以$k=-2\sqrt{2}$，………………………………… 10分

又因为$\Delta=4k^2m^2-4(k^2-4)(m^2+4)$

$=16(m^2-k^2+4)>0$，

所以$m^2-8+4>0$，所以$|m|>2$，

所以直线$l:y=-2\sqrt{2}x+m$与直线$2\sqrt{2}x+y=0$平行. ………………………………… 12分

【易错提醒】第(2)问不仅仅是求到直线l的斜率就行，要注意证平行.

21.**【解题提示】**第(2)问要注意用极值点偏移去构造函数处理.

【解析】(1)因为$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$，$x>0$

当$a\leqslant0$时，$f'(x)>0$，

所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

当$a>0$时，令$f'(x)>0$得$0<x<\frac{1}{a}$，令$f'(x)<0$得$x>\frac{1}{a}$，所以$f(x)$的单调递增区间是$\left(0,\frac{1}{a}\right)$，单调递减区间是$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$. ………………………… 4分

(2)当$a=1$时，$a>0$，$f(x)=\ln x-x$，

$f'(x)=\frac{1}{x}-1$，所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

又因为$f(x_1)=f(x_2)(x_1<x_2)$，所以$0<x_1<1<x_2$，

设$F(x)=f(x)-f(2-x)(x\in(0,1))$，则$F'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}-2=\frac{2(x-1)^2}{x(2-x)}\geqslant0$在$(0,1)$上恒成立，

所以$F(x)=f(x)-f(2-x)$在$(0,1)$上单调递增，

所以$F(x_1)=f(x_1)-f(2-x_1)<0$，

即$f(x_1)=f(x_2)<f(2-x_1)$，………………… 10分

又因为$x_2>1$，$0<x_1<1$，所以$2-x_1>1$，

又因为$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，

所以$x_2>2-x_1$，即$x_1+x_2>2$. ……………… 12分

22.**【解题提示】**第二问用t的几何意义较为简单.

【解析】(1)因为$3x-4y=3+\frac{12}{5}t-\frac{12}{5}t=3$，

所以直线l的直角坐标方程为$3x-4y-3=0$，

……………………………………………………… 2分

因为抛物线C的极坐标方程为$\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$，

即$\rho^2\sin^2\theta=4\rho\cos\theta$，

所以抛物线C的直角坐标方程为$y^2=4x$； …… 4分

(2)将直线的参数方程代入抛物线的方程得$\frac{9t^2}{25}-\frac{16t}{5}-4=0$，即$9t^2-80t-100=0$，

所以$|t_1-t_2|=\frac{\sqrt{80^2+4\times9\times100}}{9}=\frac{100}{9}$，所以截得的弦长为$\frac{100}{9}$. ………………………………… 10分

注：此题也可转化为直角坐标方程，运用抛物线的定义求解.

23.**【解题提示】**(1)利用三个正数的算术平均数不小于其几何平均数；

(2)利用柯西不等式.

【解析】(1)因为a,b,c是正实数，所以$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$，

所以$\sqrt[3]{abc}\leqslant1$(当且仅当$a=b=c=1$时等式成立)，即$abc\leqslant1$；………………………………………… 5分

(2)因为$(4a^2+4b^2+c^2)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1\right)\geqslant\left(2a\times\frac{1}{2}+2b\times\frac{1}{2}+c\times1\right)^2=(a+b+c)^2=9$，

所以$(4a^2+4b^2+c^2)\times\frac{3}{2}\geqslant9$，

即$4a^2+4b^2+c^2\geqslant6$. ……………………… 10分