

绝密★启用前

甬衡金卷 2023 届高三第三次适应性考试

文科数学

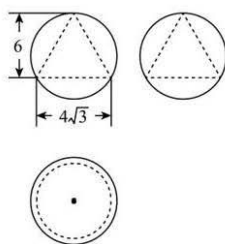
注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 已知 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{y | y = 2^x\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
 A. $[-1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -1]$
- 已知复数 $z = a + bi$ ($a, b \in R$, i 为虚数单位), 且 $1 + ai = (1 + bi)i$, 则 z 在复平面内对应点所在象限为 (\quad)
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 设一组数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的方差为 1.2, 则数据 $\sqrt{5}x_1, \sqrt{5}x_2, \dots, \sqrt{5}x_n$ 的方差为 (\quad)
 A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- 荀子《劝学》中说: “不积跬步, 无以至千里; 不积小流, 无以成江海.” 所以说学习是日积月累的过程, 每天进步一点点, 前进不止一小点. 我们可以把 $(1+1\%)^{365}$ 看作是每天的“进步”率都是 1%, 一年后是 $1.01^{365} \approx 37.7834$; 而把 $(1-1\%)^{365}$ 看作是每天“退步”率都是 1%, 一年后是 $0.99^{365} \approx 0.0255$; 这样, 一年后的“进步值”是“退步值”的 $\frac{1.01^{365}}{0.99^{365}} \approx 1481$ 倍. 那么当“进步”的值是“退步”的值的 2 倍, 大约经过 (\quad) 天. (参考数据: $\lg 101 \approx 2.0043$, $\lg 99 \approx 1.9956$, $\lg 2 \approx 0.3010$)
 A. 9 B. 15 C. 25 D. 35
- 抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点为 F , 点 $A(1,1)$, P 为抛物线上的动点, 则 $|PA| + |PF|$ 的最小值为 (\quad)
 A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- 已知 \vec{i} 和 \vec{j} 是两个正交单位向量, $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + k\vec{j}$ 且 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$, 则 $k = (\quad)$
 A. 2 或 3 B. 2 或 4 C. 3 或 5 D. 3 或 4
- 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin C = 3\sin A$, $b^2 = 2ac$, 则 $\cos B = (\quad)$
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 现有几何体 Ω , 当它内部被挖去另一个几何体时的三视图如下, 则 Ω 的体积等于 ()



- A. $32\sqrt{3}\pi$ B. $\frac{256\pi}{3}$ C. 64π D. $\frac{64\pi}{3}$
9. 已知 $\sin \alpha - 3\cos \alpha = 0$, 则 $3\sin \alpha \cdot \cos \alpha =$ ()
 A. $\frac{9}{10}$ B. $-\frac{9}{10}$ C. $\frac{10}{9}$ D. $-\frac{10}{9}$
10. 已知直线 $l: mx + (5 - 2m)y - 2 = 0 (m \in \mathbb{R})$ 和圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 则圆心 O 到直线 l 的距离的最大值为 ()
 A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{3}{2}$
11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, O 为坐标原点, 过 C 的右焦点 F 作 C 的一条渐近线的平行线交 C 的另一条渐近线于点 Q , 若 $\tan \angle OQF = -\frac{3}{4}$, 则 C 的离心率为 ()
 A. $\sqrt{6}$ B. 3 C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$
12. 已知 $a = \frac{2}{3}\sqrt{e}$, $b = 2\ln 1.3$, $c = 0.8$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
 C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

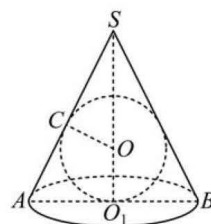
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x - 3y + 3 \leq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y + \frac{1}{2}$ 的最大值为_____.
14. 甲、乙两人下棋, 甲获胜的概率是 $\frac{2}{3}$, 和棋的概率是 $\frac{1}{4}$, 则甲不输的概率为_____.

15. 如图, 有一半径为单位长度的球内切于圆锥, 则当圆锥的侧面积取到最小值时, 它的高为_____.

16. 关于函数 $f(x) = \tan x - 3\sin x$ 有如下四个命题:

- ① $f(x)$ 的一个周期是 π ;
- ② $f(x)$ 的对称中心是 $(k\pi, 0)$ ($k \in \mathbf{Z}$);
- ③ $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的最小值是 $1 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$;
- ④ $f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 内的所有零点之和为 3π .



第 15 题

其中所有真命题的序号是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2, $a_n > 0$ 且满足 $a_n^2 - a_n a_{n-1} - 2a_{n-1}^2 = 0$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$), $b_n = \log_2 a_n$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设 $c_n = \log_2 \frac{b_{n+1}}{b_n}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

为落实立德树人根本任务, 坚持五育并举全面发展的素质教育理念, 某中学组织同学们进行了引体向上测试, 茎叶图记录了甲, 乙两组各四名同学单位时间内引体向上的次数, 乙组记录中有一个数据模糊, 在图中以 X 表示.

- (1) 如果 $X=7$, 求乙组同学单位时间内引体向上次数的平均数 \bar{x} 和方差 s^2 ;
- (2) 如果 $X=6$, 分别从甲, 乙两组中随机选取一名同学, 求这两名同学单位

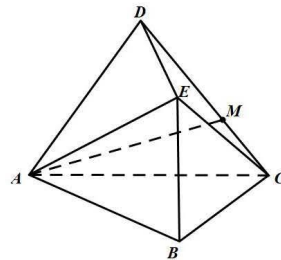
甲		乙	
9	8	0	X 8 9
2	1	1	0

时间内引体向上次数和为 18 的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在多面体 $ABCDE$ 中, 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC , $BE \perp$ 平面 ABC , $\triangle ACD$ 是边长为 2 的正三角形, $AB = BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $BE = \sqrt{3}$.

- (1) 点 M 为线段 CD 上一点, 求证: $DE \perp AM$;
- (2) 求 AE 与平面 BCE 所成角的正弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$, 圆 $C_2: x^2 + (y-3)^2 = 1$, 点 F 为抛物线的焦点, 点 A 为抛物线上的一点, $|AF| = 1$, 且点 A 的纵坐标为 $\frac{7p}{2}$.

(1) 求抛物线 C_1 的方程;

(2) 点 P (不是原点) 是 C_1 上的一点, 过点 P 作 C_2 的两条切线分别交 C_1 于 M, N 两点 (异于点 P), E 为线段 MN 中点. 若 $PE \perp MN$, 求点 P 的坐标.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos x + ae^x (a \in R)$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 内有两个不同的零点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = -2 + t + t^2 \end{cases}$ (t 为参数, 且 $t \neq 1$), 曲线 C 与 x 轴交于

A 点, 与 y 轴交于 B 点.

(1) 求 $|AB|$;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求以线段 AB 为直径的圆 M 的极坐标方程.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 a, b 均为正实数, 且 $2a^2 + b^2 = 6$, 证明:

(1) $2a + b \leq 3\sqrt{2}$;

(2) $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

