数学参考答案

1. B 【解析】本题考查集合的运算，考查运算求解能力.

$A=(-3,2)$，$B=[0,+\infty)$，则 $A\cap B=[0,2)$.

2. A 【解析】本题考查复数的运算，考查运算求解能力.

由题意可得 $z=\dfrac{3+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{(3+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=\dfrac{4-2\mathrm{i}}{2}=2-\mathrm{i}$，则 $|z|=\sqrt{5}$.

3. C 【解析】本题考查圆锥，考查空间想象能力.

设直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为 α，底面圆的半径为 r，母线长为 l，因为直角圆锥的轴截面为等腰直角三角形，所以 $l=\sqrt{2}r$，则 $\alpha l=2\pi r$，解得 $\alpha=\sqrt{2}\pi$.

4. D 【解析】本题考查指数和对数的运算，考查逻辑推理的核心素养.

$a=\log_5 3>\log_5\sqrt{5}=\dfrac{1}{2}$，$b=\mathrm{e}^{-1}=\dfrac{1}{\mathrm{e}}<\dfrac{1}{2}$，$c=\log_{16}9\cdot\log_{27}8=\dfrac{\lg 9}{\lg 16}\cdot\dfrac{\lg 8}{\lg 27}=\dfrac{2\lg 3}{4\lg 2}\cdot\dfrac{3\lg 2}{3\lg 3}=\dfrac{1}{2}$，所以 $b<c<a$.

5. D 【解析】本题考查三角函数的图象与性质，考查直观想象和逻辑推理的核心素养.

令 $2k\pi-\pi\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $k\pi-\dfrac{5\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$，令 $2k\pi\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $k\pi+\dfrac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{7\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$，则 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\dfrac{5\pi}{12},k\pi+\dfrac{\pi}{12}](k\in\mathbf{Z})$，单调递减区间为 $[k\pi+\dfrac{\pi}{12},k\pi+\dfrac{7\pi}{12}](k\in\mathbf{Z})$，所以 $f(x)$ 在 $[-2,-\dfrac{5\pi}{12}]$ 上单调递减，在 $[-\dfrac{5\pi}{12},0]$ 上单调递增，即 $f(x)$ 在 $[-2,0]$ 上先减后增.

6. C 【解析】本题考查等比数列和等差数列的定义，考查逻辑推理的核心素养.

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，若 $\{a_{b_n}\}$ 是等比数列，则 $\dfrac{a_{b_{n+1}}}{a_{b_n}}=\dfrac{a_1q^{b_{n+1}-1}}{a_1q^{b_n-1}}=q^{b_{n+1}-b_n}$ 为常数，即 $b_{n+1}-b_n$ 为常数，所以 $\{b_n\}$ 是等差数列；若 $\{b_n\}$ 是等差数列，设 $\{b_n\}$ 的公差为 d，则 $\dfrac{a_{b_{n+1}}}{a_{b_n}}=\dfrac{a_1q^{b_{n+1}-1}}{a_1q^{b_n-1}}=q^{b_{n+1}-b_n}=q^d$ 为常数，所以 $\{a_{b_n}\}$ 是等比数列. 综上，“$\{a_{b_n}\}$ 是等比数列”是“$\{b_n\}$ 是等差数列”的充要条件.

7. D 【解析】本题考查三角恒等变换，考查运算求解能力.

由题可知 $\tan\angle FCB=\tan(\angle FCE+\angle BCE)=\dfrac{\tan\angle FCE+\tan\angle BCE}{1-\tan\angle FCE\cdot\tan\angle BCE}=\dfrac{1+\dfrac{3}{5}}{1-1\times\dfrac{3}{5}}=4$，

则 $\tan\angle FCD=\dfrac{1}{4}$，即 $CD=4DF$，$AD=4DF$.

8. A 【解析】本题考查球的应用，考查空间想象能力.

设直三棱柱的高为 h，外接球的半径为 R，$\triangle ABC$ 外接圆的半径为 r，则 $3\times\dfrac{1}{2}r^2\sin\dfrac{2\pi}{3}h=3\sqrt{3}$，所以 $r^2h=4$，又 $R^2=r^2+\dfrac{h^2}{4}=\dfrac{h^2}{4}+\dfrac{4}{h}$，令 $f(h)=\dfrac{h^2}{4}+\dfrac{4}{h}$，则 $f'(h)=\dfrac{h}{2}-\dfrac{4}{h^2}=\dfrac{h^3-8}{2h^2}$，易知 $f(h)$ 的最小值为 $f(2)=3$，此时 $R^2=3$，所以该三棱柱外接球表面积的最小值为 12π.

9. AB 【解析】本题考查统计，考查数据分析的核心素养.

这 20 人成绩的众数为 75，极差为 30，25%分位数为 67.5，平均数为 74.

10. ACD 【解析】本题考查导数的应用，考查抽象概括能力.

当 $x=0$ 时，由 $xf'(x)-f(x)=1$，得 $f(0)=-1$；当 $x\neq 0$ 时，可得 $\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=\dfrac{1}{x^2}$，则 $[\dfrac{f(x)}{x}]'=\dfrac{1}{x^2}$，所

以$\frac{f(x)}{x}=-\frac{1}{x}+c$（$c$为常数），所以$f(x)=cx-1$，选项A，C，D分别符合$c>0$，$c<0$，$c=0$，故选ACD.

11. AC 【解析】本题考查抽象函数，考查抽象概括能力.

对于A选项，$y=x$是奇函数，$g(x)=\cos x$是偶函数，A不满足条件；

对于B选项，$g(x)=\begin{cases}-x^2,x\geqslant 0,\\ x^2,x<0,\end{cases}$所以$f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x},x<0,\\ -\sqrt{x},x\geqslant 0,\end{cases}$故$g(x)=\begin{cases}-x^2,x\geqslant 0,\\ x^2,x<0\end{cases}$满足条件；

对于C选项，取$x=0$和$x=1$，可得$f(0)=0$，$f(0)=1$，矛盾，C不满足条件；来源：高三答案公众号

对于D选项，$g(x)=e^x-e^{-x}$，则$f(e^x-e^{-x})=x$，$y=e^x-e^{-x}$单调递增，且值域为$\mathbf{R}$，D满足条件.

12. AC 【解析】本题考查双曲线的综合，考查数学运算和逻辑推理的核心素养.

设D为AB的中点，所以$\overrightarrow{MF}=2\overrightarrow{FD}$，则$D(\frac{3c}{2},-\frac{3b}{2})$，因为直线$l$与$E$的右支交于$A$，$B$两点，所以$\frac{\frac{9c^2}{4}}{a^2}-\frac{9}{4}>1$，解得$\frac{c}{a}>\frac{\sqrt{13}}{3}$，经验证，当离心率为$\sqrt{3}$时，$M$，$F$，$A$，$B$四点共线，即$E$的离心率的取值范围为$(\frac{\sqrt{13}}{3},\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$. 又因为$k_lk_{OD}=\frac{b^2}{a^2}$，所以$k_l=-\frac{bc}{a^2}=-\sqrt{\frac{(c^2-a^2)c^2}{a^4}}=-\sqrt{e^4-e^2}\in(-\infty,-\sqrt{6})\cup(-\sqrt{6},-\frac{2\sqrt{13}}{9})$.

13. 1 【解析】本题考查平面向量的数量积，考查运算求解能力.

由$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c}=0$，可得$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{c}$，平方可得$2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$，解得$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$.

14. $\frac{15}{28}$ 【解析】本题考查排列组合，考查逻辑推理的核心素养.

将6个三好学生名额分到3个班级，有3种类型：第一种是只有一个班分到名额，有3种情况；第二种是恰有两个班分到名额，有$5C_3^2=15$种情况；第三种是3个班都分到了名额，有$C_5^2=10$种情况. 故恰有一个班没有分到三好学生名额的概率为$\frac{15}{3+15+10}=\frac{15}{28}$.

15. $2\sqrt{2}x+y-3=0$或$2\sqrt{2}x-y+3=0$或$4\sqrt{3}x-y-7=0$或$4\sqrt{3}x+y+7=0$（写出一个即可得满分）

【解析】本题考查切线方程，考查数形结合的数学思想.

设切线l与圆$x^2+y^2=1$相切于点$(x_0,y_0)(y_0\neq 0)$，则$x_0^2+y_0^2=1$，切线l的方程为$y-y_0=-\frac{x_0}{y_0}(x-x_0)$，即$xx_0+yy_0=1$，将$xx_0+yy_0=1$与$y=x^2+5$联立，可得$y_0x^2+xx_0+5y_0-1=0$，$\Delta=x_0^2-4y_0(5y_0-1)=0$，解得$\begin{cases}x_0=\frac{2\sqrt{2}}{3},\\ y_0=\frac{1}{3}\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=-\frac{2\sqrt{2}}{3},\\ y_0=\frac{1}{3}\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=\frac{4\sqrt{3}}{7},\\ y_0=-\frac{1}{7}\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=-\frac{4\sqrt{3}}{7},\\ y_0=-\frac{1}{7},\end{cases}$所以切线$l$的方程为$2\sqrt{2}x+y-3=0$或$2\sqrt{2}x-y+3=0$或$4\sqrt{3}x-y-7=0$或$4\sqrt{3}x+y+7=0$.

16. 2 【解析】本题考查截面问题，考查空间想象能力.

记正四棱锥$S-ABCD$的体积为V，由$V_1+V_2=V$为定值，可知只需求V_1的最小值. 设过AM的截面分别交SB和SD于E，F，平面SAC与平面SBD的交线为SO，SO与AM相交于G（图略），则$SG=\frac{2}{3}SO$，令$\frac{SE}{SB}=x$，$\frac{SF}{SD}=y$，则$\overrightarrow{SG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{SB})=\frac{1}{3x}\overrightarrow{SE}+\frac{1}{3y}\overrightarrow{SF}$，所以$\frac{1}{3x}+\frac{1}{3y}=1$，$V_1=V_{S-AFM}+V_{S-AEM}=\frac{1}{2}V(\frac{SF}{SD}\cdot\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SM}{SC}+\frac{SE}{SB}\cdot\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SM}{SC})=\frac{V}{4}(x+y)=\frac{V}{4}(x+y)(\frac{1}{3x}+\frac{1}{3y})\geqslant\frac{V}{3}$，当且仅当$x=y=\frac{2}{3}$时，等号成立，此时$\frac{V_2}{V_1}\leqslant\frac{V-\frac{V}{3}}{\frac{V}{3}}=2$.

17. 解：(1)当 $n=1$ 时，可得 $a_1=1$，…………………………………………………… 1分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_1+3a_2+\cdots+(2n-1)a_n=n$，

$a_1+3a_2+\cdots+(2n-3)a_{n-1}=n-1(n\geqslant 2)$，…………………………………… 2分

上述两式作差可得 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}(n\geqslant 2)$，…………………………………… 4分

因为 $a_1=1$ 满足 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}$，所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}$. ……………… 5分

(2)$c_n=\begin{cases}\dfrac{2n-1}{19}, n\text{ 为奇数}, \\ \dfrac{1}{(2n-1)(2n+3)}, n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 来源：高三答案公众号

所以 $c_1+c_3+\cdots+c_{19}=\dfrac{1+5+9+\cdots+37}{19}=\dfrac{(1+37)\times 10}{2\times 19}=10$，…………………… 7分

$c_2+c_4+\cdots+c_{20}=\dfrac{1}{3\times 7}+\dfrac{1}{7\times 11}+\cdots+\dfrac{1}{39\times 43}=\dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{11}+\cdots+\dfrac{1}{39}-\dfrac{1}{43})=\dfrac{10}{129}$. ……… 9分

所以数列 $\{c_n\}$ 的前20项和为 $\dfrac{1300}{129}$. ……………………………………………… 10分

评分细则：

【1】第(1)问未求 a_1，直接得出 $a_n=\dfrac{1}{2n-1}(n\in\mathbf{N}_+)$，扣2分.

【2】第(2)问结果未写成假分数，扣1分.

18. 解：(1)由 $a\cos(B-C)=(2\sqrt{3}c\sin B-a)\cos A$，可得 $a\cos(B-C)+a\cos A=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$，

则 $a\cos(B-C)-a\cos(B+C)=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$，…………………………………… 1分

所以 $a\cos B\cos C+a\sin B\sin C-a(\cos B\cos C-\sin B\sin C)=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$，……………… 2分

即 $a\sin B\sin C=\sqrt{3}c\sin B\cos A$，由正弦定理得 $\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B\cos A$. ……………… 3分

所以 $\sin A=\sqrt{3}\cos A$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$，…………………………………………… 4分

所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………………………………………………………… 5分

(2)因为 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=2\sqrt{3}$，所以 $a=3$，$b=2\sqrt{3}\sin B$，…………………………… 6分

$\dfrac{b^2+a^2}{b}=2\sqrt{3}\sin B+\dfrac{3\sqrt{3}}{2\sin B}=2\sqrt{3}(\sin B+\dfrac{3}{4\sin B})$，…………………………… 8分

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，所以 $\dfrac{\pi}{6}<B<\dfrac{\pi}{2}$，即 $\sin B\in(\dfrac{1}{2},1)$，……………………… 10分

所以 $\sin B+\dfrac{3}{4\sin B}\in[\sqrt{3},2)$，即 $\dfrac{b^2+a^2}{b}$ 的取值范围为 $[6,4\sqrt{3})$. ……………………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问若用其他方法解答，按步骤给分.

【2】第(2)问最后一步的取值范围全对可以得2分，否则该步骤不得分.

19. 解：(1)设事件 M 为同学甲晚上选择 A 类套餐，事件 N_1 为同学甲中午选择 A 类套餐，事件 N_2 为同学甲中午选择 B 类套餐，则 $P(N_1M)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{6}$，…………………………………… 1分

$P(M)=P(N_1M)+P(N_2M)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$，…………………………………… 3分

所以 $P(N_1|M)=\dfrac{P(N_1M)}{P(M)}=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{2}$，即同学甲晚上选择 A 类套餐，中午也选择 A 类套餐的概率为 $\dfrac{1}{2}$. ………………………………………………………………………………………… 5分

(2)晚上选择 A 类套餐的概率 $P_A=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$；

晚上选择 B 类套餐的概率 $P_B=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$. ………………………………………… 7 分

所以 4 名同学在晚上有 X 个人选择 B 类套餐，X 的所有可能取值为 0，1，2，3，4，……………………… 8 分

则 $P(X=k)=C_4^k(\frac{2}{3})^k(\frac{1}{3})^{4-k}(k=0,1,2,3,4)$，

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$

…………………………………………………………………………………………… 10 分

故 $E(X)=0\times\frac{1}{81}+1\times\frac{8}{81}+2\times\frac{8}{27}+3\times\frac{32}{81}+4\times\frac{16}{81}=\frac{8}{3}$. ………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(1)问只算出了同学甲中午和晚上选择 A 类套餐的概率，得 2 分.

【2】第(2)问中未正确列出分布列，扣 2 分，未正确写出数学期望，扣 2 分.

20. (1)证明：因为在△ABC 中，$EF\perp AB$，所以 $EF\perp AF$，$EF\perp FB'$，…………………………………… 2 分

又 $AF\cap FB'=F$，所以 $EF\perp$ 平面 AFB'，…………………………………………………………… 3 分

因为 $AB'\subset$ 平面 AFB'，所以 $EF\perp AB'$. …………………………………………………………… 5 分

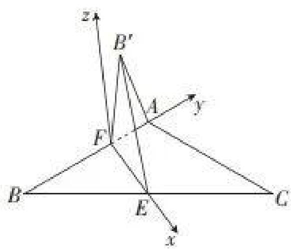
(2)解：因为二面角 $B'-EF-A$ 为 $\frac{\pi}{3}$，$EF\perp AF$，$EF\perp FB'$，所以 $\angle B'FA=\frac{\pi}{3}$，……………………………… 6 分

过 F 作 FZ 垂直于平面 $AFEC$，以 $\{\overrightarrow{FE},\overrightarrow{FA},\overrightarrow{FZ}\}$ 为正交基底建立如图所示的空间直角坐标系. 不妨设 $AB=4$，则 $F(0,0,0)$，$A(0,1,0)$，$C(2\sqrt{3},3,0)$，$E(\sqrt{3},0,0)$，$B'(0,\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2})$.

$\overrightarrow{AC}=(2\sqrt{3},2,0)$，$\overrightarrow{FA}=(0,1,0)$，$\overrightarrow{FB'}=(0,\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{EC}=(\sqrt{3},3,0)$. ………………………………… 7 分

设 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AC}=(2\sqrt{3}\lambda,2\lambda,0)$，$\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AM}=(2\sqrt{3}\lambda,2\lambda+1,0)$，

设平面 $B'MF$ 的法向量为 $\boldsymbol{u}=(a,b,c)$，



由 $\begin{cases}\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{FB'}=0,\\ \boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{FM}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\frac{3}{2}b+\frac{3\sqrt{3}}{2}c=0,\\ 2\sqrt{3}\lambda a+(2\lambda+1)b=0,\end{cases}$

令 $c=1$，得 $b=-\sqrt{3}$，$a=\frac{2\lambda+1}{2\lambda}$，即 $\boldsymbol{u}=(\frac{2\lambda+1}{2\lambda},-\sqrt{3},1)$，………………… 10 分

令 $t=\frac{2\lambda+1}{2\lambda}$，则 $\boldsymbol{u}=(t,-\sqrt{3},1)$，

$|\cos\langle\boldsymbol{u},\overrightarrow{EC}\rangle|=|\frac{\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{EC}}{|\boldsymbol{u}||\overrightarrow{EC}|}|=|\frac{\sqrt{3}t-3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{t^2+4}}|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，解得 $t=1$ 或 $t=29$，即 $\lambda=\frac{1}{56}$，

当 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{56}\overrightarrow{AC}$ 时，直线 BC 与平面 $B'MF$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. ………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(1)问共 5 分，证出 $EF\perp AF$，$EF\perp FB'$，得 2 分，说明 $AF\cap FB'=F$，并证出 $EF\perp$ 平面 AFB'，得 1 分，证出 $EF\perp AB'$，得 2 分.

【2】其他方法按步骤酌情给分.

21. (1)解：由 PF 垂直于 x 轴，可得 $c=1$. ……………………………………………………………………… 1 分

将点 P 代入$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,可得$\frac{1}{a^2}+\frac{\frac{9}{4}}{b^2}=1$, ········· 2 分

又 $a^2=b^2+c^2$, ········· 3 分

解得 $a=2,b=\sqrt{3}$, ········· 4 分

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ········· 5 分

(2)证明:由(1)知,$c=1$,则椭圆 C 的右焦点坐标为$(1,0)$.

设直线 AB 的方程为 $y=k(x-1)$,D 的坐标为$(x_0,k(x_0-1))$. ········· 6 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,将直线 AB 的方程与椭圆 C 的方程联立得$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$.

$\Delta=(-8k^2)^2-4(4k^2+3)(4k^2-12)=144(k^2+1)>0$ 恒成立,

由韦达定理知$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2},\\ x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2},\end{cases}$ ········· 8 分

又 $y_1=k(x_1-1)$,$y_2=k(x_2-1)$,所以 $k_1+k_3=\frac{y_1-\frac{3}{2}}{x_1-1}+\frac{y_2-\frac{3}{2}}{x_2-1}=\frac{k(x_1-1)-\frac{3}{2}}{x_1-1}+\frac{k(x_2-1)-\frac{3}{2}}{x_2-1}=2k-\frac{3}{2}\cdot\frac{x_1+x_2-2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=2k-\frac{3}{2}\cdot\frac{\frac{8k^2}{3+4k^2}-2}{\frac{4k^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}+1}=2k-1$. ········· 10 分

因为 $k_1+k_3=2k_2$,所以$\frac{k(x_0-1)-\frac{3}{2}}{x_0-1}=k-\frac{1}{2}$,解得 $x_0=4$,即点 D 的横坐标为定值. ········· 12 分

评分细则:

【1】第(1)问共 5 分,正确算出 c 的值,得 1 分,正确算出 a 和 b 的值,得 3 分,正确写出 C 的方程,得 1 分.

【2】第(2)问共 7 分,正确联立方程,得 1 分,写出韦达定理,得 1 分,正确算出 k_1+k_3,得 2 分,得出点 D 的横坐标为 4,得 2 分.

【3】其他方法按步骤酌情给分.

22. (1)解:由题可知 $f'(x)=ae^x-a=a(e^x-1)$, ········· 1 分

则当 $x\in(-\infty,0)$时,$f'(x)<0$,则 $f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减,

当 $x\in(0,+\infty)$时,$f'(x)>0$,则 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增, ········· 3 分

所以当 $x=0$ 时,$f(x)$取得极小值 $a-c$,无极大值. ········· 5 分

(2)证明:记 $e^{x_1}=t_1$,$e^{x_2}=t_2$,$m=\frac{t_1}{t_2}>1$,则 $at_1-b\ln t_1-c=0$,$at_2-b\ln t_2-c=0$,

作差得 $a(t_1-t_2)=b\ln\frac{t_1}{t_2}$,即$\frac{t_1-t_2}{\ln\frac{t_1}{t_2}}=\frac{b}{a}$, ········· 7 分

要证明$\frac{e^{x_1}}{a}+\frac{e^{x_2}}{1-a}>\frac{4b}{a}$,只需证 $\ln\frac{t_1}{t_2}>\frac{4a(1-a)(t_1-t_2)}{(1-a)t_1+at_2}$,即证 $\ln m>\frac{4a(1-a)(m-1)}{(1-a)m+a}$, ········· 9 分

令 $g(m)=\ln m-\frac{4a(1-a)(m-1)}{(1-a)m+a}(m>1)$,则 $g'(m)=\frac{[(1-a)m-a]^2}{m[(1-a)m+a]^2}\geqslant 0$,

所以 $g(m)$在$(1,+\infty)$上单调递增,则 $g(m)>g(1)=0$,所以$\frac{e^{x_1}}{a}+\frac{e^{x_2}}{1-a}>\frac{4b}{a}$成立. ········· 12 分

评分细则:

【1】第(1)问中未说明无极大值不扣分.

【2】其他方法按步骤酌情给分.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。