数学（文）试卷

命题人：　　　　审核人：

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.共 150 分,时间 120 分钟.

Ⅰ卷

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题均只有一个正确选项，每小题 5 分，共 60 分.）

1. 设集合 $A=\{x|x^2-1<0\},B=\{y|y=2^x,x\in A\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(-1,2)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

2. 已知复数 z 满足：$(z-i)(1+2i)=i^3$（其中 i 为虚数单位），复数 z 的虚部等于（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. $-\frac{2}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

3. 命题p:若α为第一象限角，则$\sin\alpha<\alpha$；命题q: 函数$f(x)=2^x-x^2$有两个零点，则（　　）

A. $p\wedge q$为真命题　　B. $p\vee q$ 为真命题

C. $\neg p\vee\neg q$为真命题　　D. $\neg p\wedge q$为真命题

4. 正项等比数列 $\{a_n\}$ 中的 a_1，a_{4031} 是函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x^2+6x-3$ 的极值点，则 $\log_{\sqrt{6}}a_{2016}=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. $\sqrt{2}$

5. 已知 O 是正方形 ABCD 的中心，若 $\overrightarrow{DO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，其中 λ，$\mu\in R$，则 $\frac{\lambda}{\mu}=$（　　）

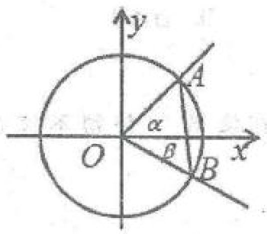
A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $-\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

6. 在 △ABC中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且$b^2+c^2=a^2+bc$.若$\sin B\cdot\sin C=\sin^2A$，

则$\triangle ABC$的形状是(　　)

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形　　C. 等边三角形　　D. 等腰直角三角形

7. 如图直角坐标系中，角$\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$、角$\beta(-\frac{\pi}{2}<\beta<0)$的终边分别交单位圆于A,B两点，若B点的纵坐标为$-\frac{5}{13}$，且满足$S_{\Delta AOB}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，则$\sin\frac{\alpha}{2}(\sqrt{3}\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2})+\frac{1}{2}$的值（　　）



A. $-\frac{5}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $-\frac{12}{13}$　　D. $\frac{5}{13}$

8. 已知公比不为 1 的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且满足a_2，$2a_5$，$3a_8$成等差数列，则$\frac{3S_3}{S_6}=$（　　）

A. $\frac{13}{4}$　　B. $\frac{13}{12}$　　C. $\frac{9}{4}$　　D. $\frac{11}{12}$

9. 已知函数$f(x)=\frac{5}{|2x-4|}+\cos(\frac{1}{2}x-1)$，若函数$g(x)=\left|-x^2+4x-2\right|$与f(x)图象的交点为$(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)$，…，$(x_m,y_m)$，则$\sum_{i=1}^{m}x_i=$（　　）

A. 2m　　B. 3m　　C. 4m　　D. m

10. 将函数$y=2\sin\omega x(\omega>0)$的图象向左平移$\frac{\phi}{\omega}(0<\phi\le\frac{\pi}{2})$个单位长度后，再将所得的图象向下平移一个单位长度得到函数$y=g(x)$的图象，且$y=g(x)$的图象与直线$y=1$相邻两个交点的距离为π

若$g(x)>-1$对任意$x\in(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$恒成立，则$\phi$的取值范围是（　　）

A. $[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}]$　　B. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$　　C. $[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}]$　　D. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$

11. 已知函数$f(x)=x^2-ax$，$g(x)=\ln x-e^x$. 在其共同的定义域内，$g(x)$的图像不可能在$f(x)$的上方，则求a的取值范围（　　）

A. $0<a<\frac{1}{e+1}$　　B. $a>0$　　C. $a\le e+1$　　D. $a\le 0$

12. 已知函数$g(x)$满足$g(x)=g'(1)e^{x-1}-g(0)x+\frac{1}{2}x^2$，且存在实数$x_0$使得不等式$2m-1\ge g(x_0)$成立，则m的取值范围为（　　）

A. $(-\infty,2]$　　B. $(-\infty,3]$　　C. $[0,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

Ⅱ卷

二、填空题（本题共4个小题，每小题5分，共20分.）

13. 平面向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$60°$，$\vec{a}=(2,0),|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|$等于__________.

14. 在△ABC中，a,b,c分别是内角A，B，C的对边且B为锐角，若$\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{5c}{2b}$，$\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$，$S_{\Delta ABC}=\frac{5\sqrt{7}}{4}$，则b的值为________.

15. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足：$a_1=1,a_2=2,S_n+1=a_{n+2}-a_{n+1}(n\in N^*)$，则$S_n=$__________.

16. 已知函数$f(x)=2\ln x(\frac{1}{e}\le x\le e^2),g(x)=mx+1$，若$f(x)$与$g(x)$的图象上存在关于直线$y=1$对称的点，则实数m的取值范围是__________.

三、解答题（本大题共6题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步

17.（本小题满分 10 分）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=1$，$S_9=81$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$\frac{1}{S_1+1}+\frac{1}{S_2+2}+\cdots+\frac{1}{S_{2017}+2017}$的值.

18.（本小题满分 12 分）在ΔABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$2c-2a\cos B=b$.

（1）求角A的大小；

（2）若ΔABC的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}$，且$c^2+ab\cos C+a^2=4$，求a.

19.（本小题满分 12 分）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1;a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+3}\left(n\in N^*\right)$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式a_n；

（Ⅱ）数列$\{b_n\}$满足$b_n=\left(3^n-1\right)\cdot\frac{n}{2^n}\cdot a_n$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，若不等式$(-1)^n\lambda<T_n+\frac{n}{2^{n-1}}$对一切$n\in N^*$恒成立，求$\lambda$的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）已知ΔABC中，角A，B，C所对的边分别是a，b，c，且$\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{AC}+\frac{2S}{3}=0$，其中$S$是$\Delta ABC$的面积，$C=\frac{\pi}{4}$.

（1）求$\cos B$的值；（2）若$S=24$，求a的值.

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=m\ln x+(4-2m)x+\frac{1}{x}(m\in\mathbf{R})$.

（1）当 $m\geq 4$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）设 $t,s\in[1,3]$，不等式 $|f(t)-f(s)|<(a+\ln 3)(2-m)-2\ln 3$ 对任意的 $m\in(4,6)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=ke^{x}-x^{2}$（其中 $k\in R,e$ 是自然对数的底数）

（1）若 $k=2$，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，试比较 $f(x)$ 与 2 的大小；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求 k 的取值范围，并证明： $0<f(x_1)<1$

数学（文）答案

1. D　2. C　3. C　4. A　5. A　6. C　7. B　8. C　9. A
10. B　11. C　12. C

13. $2\sqrt{3}$　14. $\sqrt{14}$　15. 2^n-1　16. $[-2e^{-\frac{3}{2}},3e]$

17. 解：（Ⅰ）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，由$S_9=81$，得$9a_5=81$，

则有$a_5=9$，所以$d=\frac{a_5-a_1}{5-1}=\frac{9-1}{4}=2$，故$a_n=1+2(n-1)=2n-1$（$n\in N^*$）．　4分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$S_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$，则$\frac{1}{S_n+n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

所以$\frac{1}{S_1+1}+\frac{1}{S_2+2}+\cdots+\frac{1}{S_{2017}+2017}=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}\right)$

$=1-\frac{1}{2018}=\frac{2017}{2018}$　10分

18. 解：（1）由$2c-2a\cos B=b$及正弦定理可得

$2\sin C-2\sin A\cos B=\sin B$，

$\because \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B,\therefore \cos A\sin B=\frac{\sin B}{2}$，

$\because \sin B\neq 0,\therefore \cos A=\frac{1}{2}$，又因为$0<A<\pi,\therefore A=\frac{\pi}{3}$　6分

（2）$\because c^2+ab\cos C+a^2=4$①，

又由余弦定理得$ab\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2}$，代入①式得$b^2+c^2=8-3a^2$，

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$.

$\because S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4},\therefore bc=1,\therefore a^2=8-3a^2-1$，得 $a=\frac{\sqrt{7}}{2}$.　　12 分

19. 解：（Ⅰ）证明：由 $a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+3}(n\in N^*)$，

得 $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{a_n+3}{a_n}=\frac{3}{a_n}+1$，

$\therefore\frac{1}{a_{n+1}}+\frac{1}{2}=3\left(\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}\right)$

所以数列 $\left\{\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}\right\}$ 是以 3 为公比，以 $\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$ 为首项的等比数列，

从而 $\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\times3^{n-1}\Rightarrow a_n=\frac{2}{3^n-1}$　　4 分

（Ⅱ）$b_n=\frac{n}{2^{n-1}}$

$T_n=1\times\frac{1}{2^0}+2\times\frac{1}{2^1}+3\times\frac{1}{2^2}+\cdots+(n-1)\times\frac{1}{2^{n-2}}+n\times\frac{1}{2^{n-1}}$

$\frac{T_n}{2}=1\times\frac{1}{2^1}+2\times\frac{1}{2^2}+\cdots+(n-1)\times\frac{1}{2^{n-1}}+n\times\frac{1}{2^n}$，　　两式相减得

$\frac{T_n}{2}=\frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-n\times\frac{1}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}$

$\therefore T_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$

$\therefore(-1)^n\lambda<4-\frac{2}{2^{n-1}}$

若 n 为偶数，则 $\therefore\lambda<4-\frac{2}{2^{n-1}},\therefore\lambda<3$

若 n 为奇数，则 $\therefore-\lambda<4-\frac{2}{2^{n-1}},\therefore-\lambda2,\therefore\lambda-2$

$\therefore-2<\lambda<3$　　12 分

20. 解：∵ $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{2S}{3}=0$，得 $3bc\cos A=2\times\frac{1}{2}bc\sin A$，得 $\sin A=3\cos A$，

即 $\sin^2 A=9\cos^2 A=9(1-\sin^2 A)$，所以 $\sin^2 A=\frac{9}{10}$，

又 $A\in(0,\frac{3}{4}\pi)$，∴ $\sin A>0$，故 $\sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos A=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

$\cos B=-\cos(A+C)=-\cos A\cos C+\sin A\sin C=-\frac{\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{10}}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 6分

（2）$S=24$，所以 $bc\sin A=48$，得 $bc=16\sqrt{10}$ ①，

由（1）得 $\cos B=\frac{\sqrt{5}}{5}$，所以 $\sin B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

在 ΔABC 中，由正弦定理，得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，即 $\frac{b}{\frac{2\sqrt{5}}{5}}=\frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ②

联立①②，解得 $b=8$，$c=2\sqrt{10}$，则 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=72$，所以 $a=6\sqrt{2}$． 12分

21. （1）函数定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f'(x)=\frac{m}{x}-\frac{1}{x^2}+4-2m=\frac{(2x-1)[(2-m)x+1]}{x^2}$．

令 $f'(x)=0$，得 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2-m}$，…………………2分

当 $m=4$ 时，$f'(x)\le 0$，函数 $f(x)$ 的在定义域 $(0,+\infty)$ 单调递减；…………………3分

当 $m>4$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $-\frac{1}{2-m}<x<\frac{1}{2}$；由 $f'(x)<0$，得 $0<x<-\frac{1}{2-m}$ 或 $x>\frac{1}{2}$，

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\frac{1}{2-m},\frac{1}{2})$，递减区间为 $(0,-\frac{1}{2-m})$，

$(\frac{1}{2},+\infty)$．…………………5分

综上所述，

当 $m=4$ 时，$f(x)$ 的在定义域 $(0,+\infty)$ 单调递减；

当 $m>4$ 时，函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\frac{1}{2-m},\frac{1}{2})$，递减区间为 $(0,-\frac{1}{2-m})$，$(\frac{1}{2},+\infty)$. ……………………6 分

（2）由（1）知当 $m\in(4,6)$ 时，函数 $f(x)$ 在区间 $[1,3]$ 单调递减，所以当 $x\in[1,3]$ 时，

$f(x)_{\max}=f(1)=5-2m$，$f(x)_{\min}=f(3)=m\ln 3+\frac{1}{3}+12-6m$ ……………………………8 分

问题等价于：对任意的 $m\in(4,6)$，恒有 $(a+\ln 3)(2-m)-2\ln 3>5-2m-m\ln 3-\frac{1}{3}-12+6m$ 成立，即

$(2-m)a>\frac{2}{3}-4(2-m)$. ………………………………9 分

因为 $m>2$，则 $a<\frac{2}{3(2-m)}-4$，$\therefore a<(\frac{2}{3(2-m)}-4)_{\min}$

设 $m\in[4,6)$，则当 $m=4$ 时，$\frac{2}{3(2-m)}-4$ 取得最小值 $-\frac{13}{3}$，………………11 分

所以，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-\frac{13}{3}]$. ………………………………12 分

22．解：（1）当 $k=2$ 时，$f(x)=2e^x-x^2$，则 $f'(x)=2e^x-2x$，令 $h(x)=2e^x-2x, h'(x)=2e^x-2$，

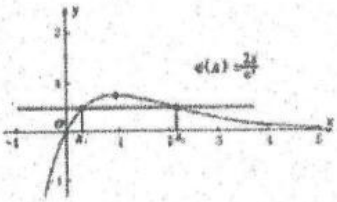
由于 $x\in(0,+\infty)$ 故 $h'(x)=2e^x-2>0$，于是 $h(x)=2e^x-2x$ 在 $(0,+\infty)$ 为增函数，所以 $h(x)=2e^x-2x>h(0)=2>0$，即 $f'(x)=2e^x-2x>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，

从而 $f(x)=2e^x-x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 为增函数，故 $f(x)=2e^x-x^2>f(0)=2$. 4 分

（2）函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，则 x_1,x_2 是 $f'(x)=ke^x-2x=0$ 的两个根，即方程 $k=\frac{2x}{e^x}$ 有两个根，

设 $\varphi(x)=\frac{2x}{e^x}$，则 $\varphi'(x)=\frac{2-2x}{e^x}$，

当 $x<0$ 时，$\varphi'(x)>0$，函数 $\varphi(x)$ 单调递增且 $\varphi(x)<0$；当 $0<x<1$ 时，$\varphi'(x)>0$，函数 $\varphi(x)$ 单调递增且 $\varphi(x)>0$；当 $x>1$ 时，$\varphi'(x)<0$，函数 $\varphi(x)$ 单调递增且 $\varphi(x)>0$；要使方程 $k=\frac{2x}{e^x}$ 有两个根，只需 $0<k<\varphi(1)=\frac{2}{e}$，如图所示



故实数 k 的取值范围是 $\left(0,\frac{2}{e}\right)$. 又由上可知函数 $f(x)$ 的两个极值点 x_1,x_2 满足 $0<x_1<1<x_2$，

由 $f'(x_1)=ke^{x_1}-2x_1=0$ 得 $k=\frac{2x_1}{e^{x_1}}$.

$\therefore f(x_1)=ke^{x_1}-x_1^2=\frac{2x_1}{e^{x_1}}e^{x_1}-x_1^2=-x_1^2+2x_1=-(x_1-1)^2+1$ 由于 $x_1\in(0,1)$，

故 $0<-(x_1-1)^2+1<1$，所以 $0<f(x_1)<1$.　　12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》