

2023 年甘肃省第一次高考诊断考试

文科数学

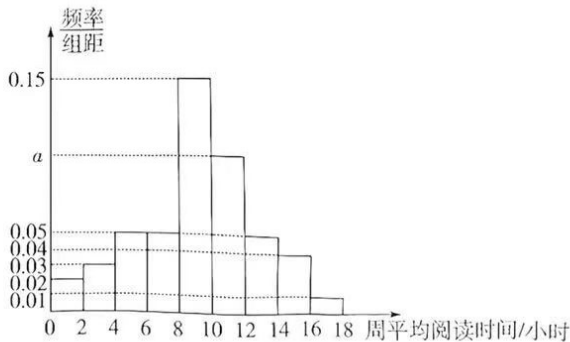
注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他.答案标号框.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B$ 子集的个数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
2. 复数 z_1, z_2 在复平面对应的点关于虚轴对称,若 $z_1 = 1 - 2i$, i 为虚数单位,则 $z_2 =$
A. $1 + 2i$ B. $-1 - 2i$ C. $-1 + 2i$ D. $2 + i$
3. 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$
A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$
4. 已知 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数,当 $x > 0$ 时, $f(x) = \log_2 x$, 则 $f(-4) =$
A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

5. “稻草很轻,但是他迎着风仍然坚韧,这就是生命的力量,意志的力量”“当你为未来付出踏踏实实努力的时候,那些你觉得看不到的人和遇不到的风景都终将在你生命里出现”……当谈到这些话时,你会切身体会到读书破万卷给予我们的力量.为了解某普通高中学生的阅读时间,从该校随机抽取了 800 名学生进行调查,得到了



这 800 名学生一周的平均阅读时间(单位:小时),并将样本数据分成九组,绘制成如图所示的频率分布直方图,则从这 800 名学生中随机抽取一人,周平均阅读时间在 $(10, 12]$ 内的频率为
A. 0.20 B. 0.10 C. 0.15 D. 0.30

6. 已知焦点在 x 轴上的双曲线, 一条渐近线的倾斜角是另一条渐近线的倾斜角的 5 倍, 则双曲线的离心率是

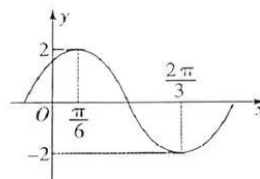
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

7. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AA_1 = 2$, 其外接球的体积为 36π , 则此长方体的表面积为

- A. 34 B. 64 C. $4\sqrt{17} + 17$ D. $8\sqrt{17} + 34$

8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $f(\frac{5\pi}{6}) =$

- A. $\frac{1}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. 1
D. -1



9. 南宋数学家杨辉在《详解九章算法》中提出了垛积问题, 涉及逐项差数之差或者高次差成等差数列的高阶等差数列. 现有一个高阶等差数列的前 6 项分别为 4, 7, 11, 16, 22, 29, 则该数列的第 18 项为

- A. 172 B. 183 C. 191 D. 211

10. 已知点 $P(-3, 2)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线上, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点. 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$, 则 $k =$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 3

11. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = 4, BC = AC = 2\sqrt{2}, AA_1 = 1$, 点 M, N 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, 则异面直线 BM 与 CN 所成角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

12. 设 $a = e^{0.1} - 1, b = \frac{1}{10}, c = \ln 1.1$, 则

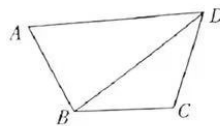
- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 4 \leq 0, \\ 2x - y - 6 \leq 0, \\ x - 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值是_____.

14. 已知向量 $a = (\frac{1}{3}m, 2), b = (2, 3m)$, 若 a 与 b 共线且方向相反, 则 $|2a + b| =$ _____.

15. 在如图所示的平面四边形 $ABCD$ 中, $AD = 3, AB = BC = CD = \sqrt{3}$, 则 $\sqrt{3}\cos A - \cos C$ 的值为_____.



16. 若直线 $y = 3x + m$ 是曲线 $y = x^3$ ($x > 0$) 与曲线 $y = -x^2 + nx - 6$ ($x > 0$) 的公切线, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_6 = 2, S_5 = 5$, 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_2 = 4, b_5 = 32$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

为宣传 6 月 6 日世界海洋日, 某校组织全体学生参加“珍惜海洋资源, 保护海洋生物多样性”知识竞赛. 现从参加此次知识竞赛的高一、高二年级各随机抽取 50 名学生的竞赛成绩 (满分 100 分) 进行简单数据分析, 其抽取的成绩分段如下表:

分数段	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
高一年级	3	10	12	15	10
高二年级	4	6	10	18	12

(1) 试分别估计高一、高二年级竞赛成绩的平均值 \bar{x}_1 与 \bar{x}_2 (同一组中的数据以该组数据所在区间中点的值作代表);

(2) 学校规定竞赛成绩不低于 80 分的为优秀, 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为竞赛成绩优秀与年级有关?

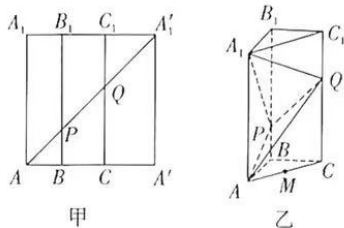
	非优秀	优秀	合计
高一年级			
高二年级			
合计			100

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.01
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635

19. (本小题满分 12 分)

如图甲所示的正方形 $AA'A_1A_1$ 中, $AA_1 = 12, AB = A_1B_1 = 3, BC = B_1C_1 = 4$, 对角线 AA_1 分别交 BB_1, CC_1 于点 P, Q , 将正方形 $AA'A_1A_1$ 沿 BB_1, CC_1 折叠使得 AA_1 与 $A'A_1$ 重合, 构成如图乙所示的三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$. 点 M 在棱 AC 上, 且 $AM = \frac{15}{7}$.



(1) 证明: $BM \parallel$ 平面 APQ ;

(2) 求三棱锥 $M-APQ$ 的体积.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, F_1, F_2 分别是椭圆的左、右焦点, P 是椭圆上一点, 且 $\triangle PF_1F_2$ 的周长是 $4 + 2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若直线 $y = kx + t$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, O 是坐标原点, 且四边形 $OMPN$ 是平行四边形, 求四边形 $OMPN$ 的面积.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{a}{2x} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $x_1 > x_2 > 1$ 时, 恒有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < \frac{a}{2}$, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

22. (本小题满分 10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + 2\cos\alpha \\ y = 3 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (其中 α 为参数). 以坐标原点

O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $3\rho\cos\theta + 4\rho\sin\theta + 6 = 0$.

(1) 将圆 C 的参数方程化为普通方程, 直线 l 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2) 若 M 是直线 l 上任意一点, 过 M 作 C 的切线, 切点为 A, B , 求四边形 $AMBC$ 面积的最小值.

23. (本小题满分 10 分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x - 2| - 2|x - 1|, x \in \mathbf{R}$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 4x + 1$ 的解集;

(2) 若对于 $\forall x \in \mathbf{R}, a^2 - a > f(x) + |x - 2|$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线