

高二数学(文科)试题

注意事项:

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题不回收.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

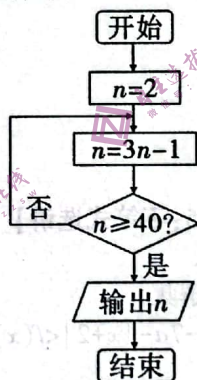
1. 复数 $z = \frac{i^4 - 4i}{1+i}$ 的实部与虚部之和为

- A. -4 B. -1 C. 1 D. 4

2. 设 A, B 为两个事件, 已知 $P(A) = \frac{2}{3}, P(AB) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B|A) =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 n 的值为



(第 3 题图)

- A. 40 B. 41 C. 119 D. 122

4. 函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值是

- A. $\frac{1}{e}$ B. $\frac{1}{e^2}$ C. 0 D. $\frac{1}{2\sqrt{e}}$

5. 根据如下样本数据, 得到回归直线方程 $y = -0.7x + 8.2$, 则

x	3	5	7	9
y	6	a	3	2

- A. $a = 5$ B. 变量 x 与 y 正相关
 C. 可以预测当 $x = 11$ 时, $y = 0.4$ D. 变量 x 与 y 之间是函数关系

6. 设函数 $f(x) = \cos x$, 则曲线 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 处的切线方程为

A. $x - y - 1 = 0$

B. $x + y - 1 = 0$

C. $x + y - \frac{\pi}{2} = 0$

D. $x - y - \frac{\pi}{2} = 0$

7. 对大于或等于 2 的正整数的幂运算有如下分解方式: $2^2 = 1+3, 3^2 = 1+3+5, 4^2 = 1+3+5+7, \dots, 2^3 = 3+5, 3^3 = 7+9+11, 4^3 = 13+15+17+19, \dots$ 根据上述规律, 若 $m^2 = 1+3+5+7+9+11, p^3$ 的分解中最小的正整数是 21, 则 $m+p =$

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

8. 由变量 x 和 y 相对应的一组数据, $(3, y_1), (5, y_2), (7, y_3), (12, y_4), (13, y_5)$ 得到的线性回归方程为 $y = \frac{1}{2}x + 20$, 则 $\sum_{i=1}^5 y_i =$

A. 25

B. 125

C. 120

D. 24

9. 根据历年气象统计资料, 某地四月份吹东风的概率为 $\frac{3}{10}$, 下雨的概率为 $\frac{11}{30}$, 既吹东风又下雨的概率为 $\frac{4}{15}$, 则在吹东风的条件下下雨的概率为

A. $\frac{9}{11}$

B. $\frac{8}{11}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{8}{9}$

10. 若不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ x^2 + 4x - (1+a) \leq 0 \end{cases}$ 的解集不是空集, 则实数 a 的取值范围是

A. $[-5, +\infty)$

B. $[-4, +\infty)$

C. $(-\infty, -4]$

D. $(-\infty, -5]$

11. 设函数 $f(x) = x^2 + m \ln(1+x)$ 有两个极值点, 则实数 m 的取值范围是

A. $(-1, \frac{1}{2})$

B. $(0, \frac{1}{2})$

C. $(0, \frac{1}{2}]$

D. $(-1, \frac{1}{2}]$

12. 若函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f'(x) > f(x)$ 成立, 则

A. $3f(\ln 2) > 2f(\ln 3)$

B. $3f(\ln 2) = 2f(\ln 3)$

C. $3f(\ln 2) < 2f(\ln 3)$

D. $3f(\ln 2)$ 与 $2f(\ln 3)$ 的大小不确定

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

13. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $x + y < 2$, 则 x, y 中至多有一个大于 1, 在用反证法证明时, 假设应为_____.

14. 曲线 $y = x \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为_____.

15. 复数 z 满足 $(z-3)(2-i) = 5$ (i 为虚数单位), 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ _____.

16. 曲线 $y = e^{\frac{1}{2}x}$ 在点 $(4, e^2)$ 处的切线与坐标轴所围成的三角形的面积为_____.

17. 已知函数 $f(x) = ax^2 - e^x$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 65 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 18 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 52 分.

18. (本小题满分 13 分)

设 z_1 是方程 $x^2 - 6x + 25 = 0$ 的一个根.

(I) 求 z_1 ;

(II) 设 $z_2 = a + i$ (其中 i 是虚数单位, $a \in \mathbf{R}$), 若 z_2 的共轭复数 \bar{z}_2 满足 $|z_1^3 \cdot \bar{z}_2| = 125\sqrt{5}$, 求 z_2 .

19. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{2a^2}{x} + x$ ($a \neq 0$), 若曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - 2y = 0$

垂直.

(I) 求实数 a 的值;

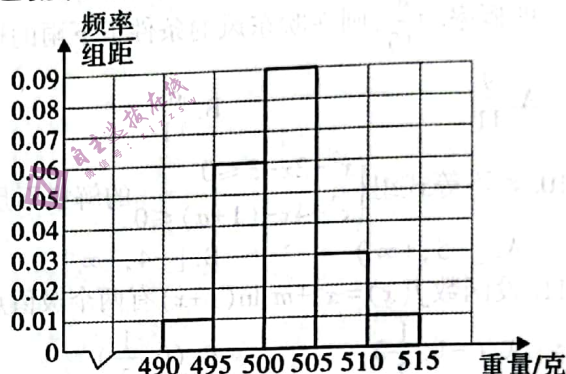
(II) 当 $a < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

20. (本小题满分 13 分)

某产品厂为了检查甲、乙两条自动包装流水线的生产情况, 随即在这两条流水线上各抽取 40 件产品作为样本称出它们的重量(单位: 克), 重量值落在 $(495, 510]$ 的产品为合格品, 否则为不合格品. 下表是甲流水线样本的频数分布表, 下图是乙流水线样本的频率分布直方图.

产品质量(克)	频数
(490, 495]	6
(495, 500]	8
(500, 505]	14
(505, 510]	8
(510, 515]	4

甲流水线样本频数分布表



乙流水线样本频率分布直方图

(第 20 题图)

(I) 若以频率作为概率, 试估计从两条流水线分别任取 1 件产品, 该产品恰好是合格品的概率分别是多少;

(II) 由以上统计数据完成下面 2×2 列联表, 并根据小概率值 $\alpha = 0.1$ 的独立性检验, 能否认为“产品的包装质量与两条自动包装流水线的选择有关”.

产品类别	流水线		合计
	甲流水线	乙流水线	
合格品			
不合格品			
合计			

附: 下面的临界值表供参考:

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

(参考公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$)

21. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - mx^2$, $g(x) = \frac{1}{2}mx^2 + x$, $m \in \mathbf{R}$, 令 $F(x) = f(x) + g(x)$.

(I) 当 $m = \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间及极值;

(II) 若关于 x 的不等式 $F(x) \leq mx - 1$ 恒成立, 求整数 m 的最小值.

(二) 选考题: 共 13 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 13 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin \theta$, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 点 A 的极坐

标为 $(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$, 设直线 l 与圆 C 交于 P, Q 两点.

(I) 求圆 C 的直角坐标方程;

(II) 求 $|AP| \cdot |AQ|$ 的值.

23. (本小题满分 13 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = 2|x-1| - 3|x+2|$.

(I) 求不等式 $f(x) < -x^2 - x + 1$ 的解集;

(II) 若存在实数 x , 使不等式 $3a^2 - 7a - |x+2| < f(x)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.