机密★启用前

2023年新高一入学分班测试

数学试卷

姓名：__________ 准考证号：__________

考生须知：

1.全卷分试题卷Ⅰ、试题卷Ⅱ和答题卷。试题卷共6页，有四个大题，22个小题。满分为150分，考试时长为120分钟。

2.请将姓名、准考证号分别填写在试题卷和答题卷的规定位置上。

3.答题时，把试题卷Ⅰ的答案在答题卷Ⅰ上对应的选项位置用2B铅笔涂黑、涂满。将试题卷Ⅱ的答案用黑色字迹的钢笔或签字笔书写，答案必须按照题号顺序在答题卷各题目规定区域内作答，做在试题卷上或超出答题区域书写的答案无效。

4.不允许使用计算器，没有近似计算要求的试题，结果都不能用近似数表示。

试 题 卷 Ⅰ

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．平面直角坐标系中，对于不在坐标轴上的点$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$两点，规定其坐标“积和”运集为：$P\oplus Q=x_1y_1+x_2y_2$．若A，B，C，D四个点的“积和”运算满足：$A\oplus B=B\oplus C=C\oplus D=D\oplus B$，则以A，$B$，$C$，$D$为顶点的四边形不可能是

A．等腰梯形　　B．平行四边形　　C．矩形　　D．菱形

2．已知二次函数$y=2x^2+bx+1$，当b取不同的值时，其图象构成一个“抛物线系”，如图中的实线型抛物线分别是b取三个不同的值时二次函数的图象，它们的顶点在一条抛物线上（图中虚线型抛物线），则这条虚线型抛物线的解析式是

A．$y=-x^2+1$　　B．$y=-2x^2+1$　　C．$y=-\frac{1}{2}x^2+1$　　D．$y=-4x^2+1$

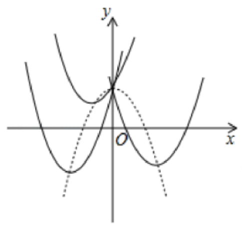
3．如图，点O是边长为$2\sqrt{3}$的等边△ABC的内心，将△OBC绕点O逆时针旋转30°得到$\triangle OB_1C_1$，B_1C_1交BC于点D，B_1C_1交AC于点E，则DE的长为

A．2　　B．$2\sqrt{3}-2$　　C．$\sqrt{3}-1$　　D．$3-\sqrt{3}$

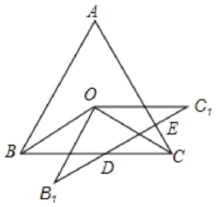
4．如图，□ABC中，$AB=AC=10$，$BE\perp AC$于点E，$AE=2\sqrt{5}$，D是线段BE上的一个动点，则

$CD+\frac{\sqrt{5}}{5}BD$的最小值是

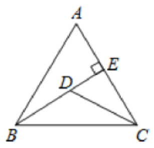
A．$2\sqrt{5}$　　B．$5\sqrt{3}$　　C．10　　D．$4\sqrt{5}$



（第 2 题图）



（第 3 题图）



（第 4 题图）

5．已知，在△ABC中，$AB=AC$，如图，(1) 分别以B，C为圆心，BC长为半径作弧，两弧交于点D；(2) 作射线AD，连接BD，CD．根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是

A．$\angle BAD=\angle CAD$　　B．$\triangle BCD$是等边三角形

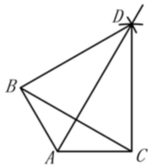
C．AD垂直平分BC　　D．$S_{ABDC}=AD\cdot BC$

6．如图，是抛物线$y_1=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）图象的一部分，抛物线的顶点坐标是A（1，3），与x轴的一个交点B（4，0），直线$y_2=mx+n$（$m\neq0$）与抛物线交于A，B两点，下列结论：①$2a+b=0$；②抛物线与x轴的另一个交点是$(-2,0)$；③方程$ax^2+bx+c=3$有两个相等的实数根；④当时$1<x<4$，有$y_2<y_1$；⑤若$ax_1^2+bx_1=ax_2^2+bx_2$，且$x_1\neq x_2$；则$x_1+x_2=1$．则命题正确的个数为

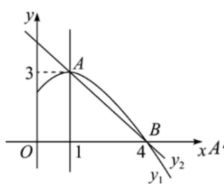
A．5 个　　B．4 个　　C．3 个　　D．2 个

7．在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，△CDE是等边三角形．点D在AB边上，点E在△ABC外部，$EH\perp AB$于点H，过点E作$GE\parallel AB$，交线段AC的延长线于点G，$AG=5CG$，$BH=3$，则CG的长为

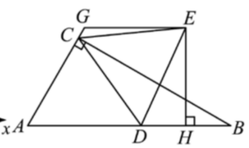
A．1　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$



（第 5 题图）



（第 6 题图）



（第 7 题图）

8．某假日，小磊和其他六名同学轻装徒步去郊游，途中，他用 18 元钱买饮料为大家解渴，每人至少要分得一瓶饮料，商店只有冰红茶和矿泉水，冰红茶 3 元一瓶，矿泉水 2 元一瓶，如果 18 元刚好用完，则选择购买的方案有

A．1 种　　　　B．2 种　　　　C．3 种　　　　D．4 种

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．在直角坐标系中,若三点 A（1,﹣2）,B（2,﹣2）,C（2,0）中恰有两点在抛物线 $y=ax^2+bx-2$（$a>0$ 且 a,b 均为常数）的图象上,则下列结论正确的是

A．抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$

B．抛物线与 x 轴的交点坐标是（$-\frac{1}{2}$,0）和（2,0）

C．当 $t>-\frac{9}{4}$ 时,关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx-2=t$ 有两个不相等的实数根

D．若 P（m,n）和 Q（$m+4,h$）都是抛物线上的点且 $n<0$,则 $h>0$ ．

10．如图，正六边形 $ABCDEF$ ，P 点在线段 BF 上运动，记图中的面积为 S_1，S_2，S_3，S_4，S_5，S_6，已知正六边形边长为 2，下列式子的值不随 P 点变化而变化的是

A．S_2+S_6　　B．S_4+S_5　　C．S_5+S_6　　D．$S_1+S_3+S_5$

11．若一个平行四边形的四个顶点分别在矩形的四条边上，且一边和矩形的对角线平行，则称这样的平行四边形为该矩形的“反射平行四边形”已知□$EFGH$ 为矩形 $ABCD$ 的“反射平行四边”，点 E、F、G、H 分别在边 AB、BC、CD、AD 上，$EF\,/\!/\,AC$，设□$EFGH$ 的周长为 l，□$EFGH$ 和矩形 $ABCD$ 的面积分别为 S_1，S_2，则下列结论正确的有

A．$\angle AEH=\angle CFG$ B．$FG\,/\!/\,BD$　　C．$l=2AC$　　D．$S_1\le\frac{1}{2}S_2$

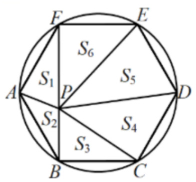
12．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 E，F 分别在边 AD，BC 上，将正方形沿 EF 折叠，使点 A 落在边 CD 上的 A' 处，点 B 落在 B' 处，$A'B'$ 交 BC 于 G．下列结论正确的是

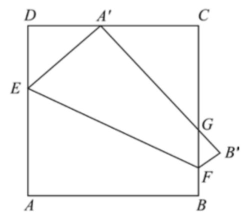
A．当 A' 为 CD 中点时，$\tan\angle DA'E=\frac{3}{4}$

B．当 $A'D:DE:A'E=3:4:5$ 时，$A'C=\frac{16}{3}$

C．当 A'（点 A' 不与 C、D 重合）在 CD 上移动时，□$A'CG$ 周长随着 A' 位置变化而变化

D．连接 AA'，则 $AA'=EF$





（第 10 题图）　　　　　　　　　　　　　　　　（第 12 题图）

试　题　卷　Ⅱ

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知：点 P 是□ABC 内一点，$\angle PBA=\angle PCB$，BP 与 CP 的中垂线交于点 M，

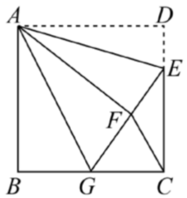
（1）$\angle ABM=$______°．

（2）若 $AB=2$，$\angle ABC=60°$，$BC=3$，则 AP 的最小值是______．

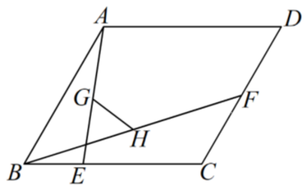
14．如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=6$，点 E 在边 CD 上，且 $CD=3DE$，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$，延长 EF 交边 BC 于点 G，连接 AG,CF，则下列结论：①$\triangle ABG\cong\triangle AFG$；②$BG=CG$；③$AG//CF$；④$S_{□EGC}=S_{□AFE}$；⑤$\angle AGB+\angle AED=135°$．其中正确的是_________（填序号）．

15．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$\angle D=60^{\circ}$，点 F 是 CD 的中点，点 E 是 BC 上一动点，连接 AE，BF 点 G，H 分别是 AE，BF 的中点，连接 GH，则 GH 的最小值是_________．

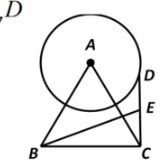
16．如图，等边△ABC 中，AB=2，点 D 是以 A 为圆心，半径为 1 的圆上一动点，连接 CD，取 CD 的中点 E，连接 BE，则线段 BE 的最大值与最小值之和为____．



（第 14 题图）



（第 15 题图）



（第 16 题图）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

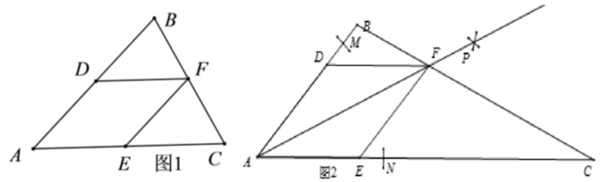
17．阅读短文，解决问题

如果一个三角形和一个菱形满足条件：三角形的一个角与菱形的一个角重合，且菱形的这个角的对角顶点在三角形的这个角的对边上，则称这个菱形为该三角形的“亲密菱形”.如图 1，菱形 AEFD 为△ABC 的“亲密菱形”.

如图 2，在△ABC 中，以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧，交 AB、AC 于点 M、N，再分别以 M、N 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$MN 的长为半径作弧，两弧交于点 P，作射线 AP，交 BC 于点 F，过点 F 作 FD//AC，FE//AB.

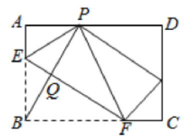
(1)求证：四边形 AEFD 是△ABC 的“亲密菱形”；

(2)当 AB=6，AC=12，∠BAC=45°时，求菱形 AEFD 的面积.



（第 17 题图）

18．如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 AB，BC 上，且 $AE=\frac{1}{3}AB$，将矩形沿直线 EF 折叠，点 B 恰好落在 AD 边上的点 P 处，连接 BP 交 EF 于点 Q.

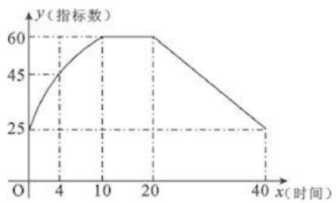


（1）求∠ABP 的度数；

（2）求 $\frac{S_{\triangle PBF}}{S_{\triangle PEB}}$ 的值；

（3）若 CD 边上有且只有 2 个点 G，使△GPD 与△GFC 相似，请直接写出 $\frac{BC}{AB}$ 的值.

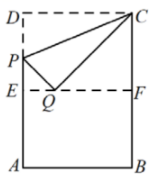
19．心理学家通过实验发现：初中学生听讲的注意力随时间变化，讲课开始时，学生注意力逐渐增强，中间有一段平稳状态，随后开始分散．学生注意力指标数 y 随时间表 t（分钟）变化的函数图象如下．当 0≤t≤10 时，图像是抛物线的一部分，当 10≤t≤20 时和 20≤t≤40 时，图像是线段.



（1）当 0≤t≤10 时，求注意力指标数 y 与时间 t 的函数关系式；

（2）一道数学探究题需要讲解 24 分钟，问老师能否经过恰当安排，使学生在探究这道题时，注意力指标数不低于 45？请通过计算说明.

20．刘老师在“矩形的折叠”活动课上引导学生对矩形纸片进行折叠.



如图，将矩形纸片 $ABCD$ 折叠，点 A 与点 D 重合，点 C 与点 B 重合，将纸片展开，折痕为 EF，在 AD 边上找一点 P，沿 CP 将△PCD 折叠，得到△PCQ，点 D 的对应点为点 Q.

(1)问题提出：若点Q落在EF上，$CD=1$，连接BQ.

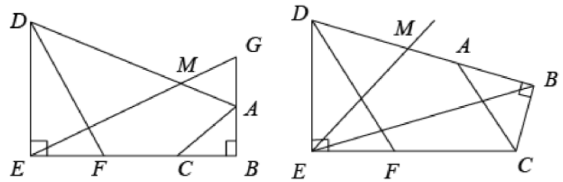
①$\triangle CQB$是______三角形；

②若$\triangle CQB$是等边三角形，则AD的长为______.

(2)深入探究：在（1）的条件下，当$AD=\sqrt{2}$时，判断$\triangle CQB$的形状并证明；

(3)拓展延伸：若$AB=5$，$AD=6$，其他条件不变，当点Q落在矩形$ABFE$内部(包括边)时，连接AQ，直接写出AQ的取值范围.

21. 如图①②，△ABC和△DEF均为直角三角形，$\angle ABC=\angle DEF=90°$，$\angle ACB=\angle EDF=30°$，$BC=EF=1$，点$C$在边$EF$的延长线上，$\angle BEM=30°$，射线$EM$与$AD$交于点$M$，$EC=m$（$m>1$）.



图①　　图②

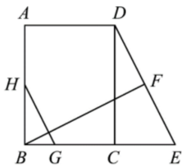
（第21题图）

(1)如图①，当点B落在射线EF上时，EM与BA的延长线相交于点G，则$\dfrac{AM}{DM}=$______.

(2)如图②，把△ABC绕点C逆时针旋转α度（$0°\le\alpha<360°$），$\dfrac{AM}{DM}$的值是否保持不变？请仅就图②给出你的证明.

(3)若$m=2\sqrt{3}$，在△ABC绕点C旋转过程中，直接写出线段AD的最大值和最小值.

22．如图，四边形$ABCD$是矩形，点E是BC延长线一点，连接DE，BF垂直平分DE，垂足为F，点G在BE上，点H在AB上，且$GH\parallel DE$.



(1)若$BC=3$，$CE=2$，求DF；

(2)若$GE=AD+BG$，求证：$GH=EF$.

（第22题图）