天一大联考
2018—2019 学年高中毕业班阶段性测试（六）
理科数学（全国版）·答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1.【答案】 D

【命题意图】 本题考查集合的运算.

【解析】 $A=B=\mathbf{R}$，故 $A\cap B=\mathbf{R}$.

2.【答案】 B

【命题意图】 本题考查统计图表.

【解析】 由直方图可知，得分在[70,80)分的频率为 $10\times0.02=\frac{1}{5}$，故其所对应的圆心角大小为 $2\pi\times\frac{1}{5}=\frac{2\pi}{5}$.

3.【答案】 C

【命题意图】 本题考查复数的概念和基本运算.

【解析】 $\frac{z}{\bar{z}}=\frac{a+i}{a-i}=\frac{a^2-1+2ai}{a^2+1}=\frac{a^2-1}{a^2+1}+\frac{2a}{a^2+1}i$，所以 $\frac{a^2-1}{a^2+1}=\frac{3}{5}$ 且 $\frac{2a}{a^2+1}=\frac{4}{5}$，得 $a=2$.

4.【答案】 A

【命题意图】 本题考查抛物线的标准方程和基本性质.

【解析】 直线 $3x-2y-6=0$ 与 y 轴的交点为 $(0,-3)$，所以抛物线的方程为 $x^2=-12y$.

5.【答案】 A

【命题意图】 本题考查等差数列与等比数列的基本性质.

【解析】 由 $-S_2,2S_5,S_7$ 成等差数列，所以 $4S_5=S_7-S_2=q^2S_5$，所以 $q^2=4$. 由 $a_2a_7=3a_4\Rightarrow a_5=3$，所以 $a_1=a_5q^{1-5}=\frac{a_5}{q^4}=\frac{3}{16}$.

6.【答案】 D

【命题意图】 本题考查平面向量的几何运算.

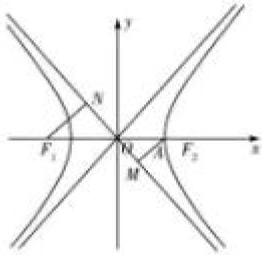
【解析】 以 B 为原点，建立平面直角坐标系，则 $A(0,2)$，$C(2,0)$，因为 $2AD=CD$，所以 $D\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$，$E\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，所以 $\overrightarrow{CE}=\left(-\frac{5}{3},\frac{2}{3}\right)$，$\overrightarrow{BD}=\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$，故 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{BD}=-\frac{5}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}=-\frac{2}{9}$.

7.【答案】 B

【命题意图】 本题考查双曲线的几何性质.

【解析】 如图所示，$A(a,0)$，$F_1(-c,0)$，AM 和 F_1N 均垂直于渐近线. 易知 $\triangle OAM\backsim\triangle OF_1N$，$\frac{c}{a}=\frac{|OF_1|}{|OA|}=\frac{|F_1N|}{|AM|}=\frac{3}{2}$. 又渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，即 $bx\pm ay=0$，所以 $|F_1N|=\frac{|bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{bc}{c}=b=\sqrt{5}$. $b^2=c^2-a^2=\frac{5}{4}a^2=5$，所以 $a^2=4$，故双曲线方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

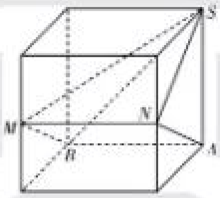
— 1 —



8.【答案】 B

【命题意图】 本题考查空间几何体的三视图和体积计算.

【解析】 根据三视图,该四棱锥即 $S-ABMN$,底面 $ABMN$ 为矩形,所以 $V_{S-ABMN}=2V_{S-ABN}=2V_{B-SAN}=2\times\frac{1}{3}\times 2\times\frac{2\times2}{2}=\frac{8}{3}$.



9.【答案】 A

【命题意图】 本题考查计数原理.

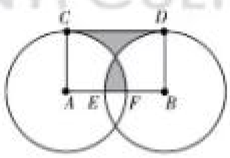
【解析】 小张从家到水果店的最短路程有 $C_4^2=6$ 种走法,从水果店到花店的最短路程有 $C_3^1=3$ 种走法,从花店到医院的最短路程有 $C_4^1=4$ 种走法,故小张所走路程最短的走法有 $6\times3\times4=72$ 种.

10.【答案】 C

【命题意图】 本题考查几何概型的计算.

【解析】 连接 AC,BD,则四边形 $ABDC$ 为矩形,且面积为一个半圆面积,所以 $AB=\frac{\pi r}{2}$,故 $|EF|=2r-\frac{\pi r}{2}$,所以

$$P=\frac{2r-\frac{\pi r}{2}}{\frac{\pi r}{2}}=\frac{4-\pi}{\pi}=\frac{4}{\pi}-1.$$



11.【答案】 D

【命题意图】 本题考查函数零点存在性定理.

【解析】 $F(x)=f(x)+\frac{1}{3}x-a=\begin{cases}e^x+\frac{1}{3}x-a, x\leqslant0,\\ \ln x+\frac{1}{3}x-a, x>0.\end{cases}$

— 2 —

依题意有$\begin{cases} F(-1)F(0)=\left(e^{-1}-\frac{1}{3}-a\right)(1-a)<0, \\ F(1)F(e)=\left(\frac{1}{3}-a\right)\left(1+\frac{e}{3}-a\right)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{e}-\frac{1}{3}<a<1, \\ \frac{1}{3}<a<1+\frac{e}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}<a<1.$

12.【答案】 C

【命题意图】 本题考查导数的几何意义.

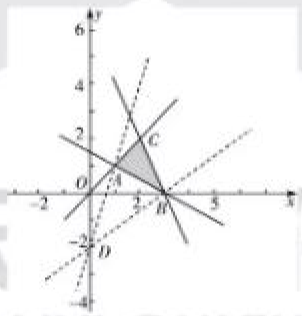
【解析】 $\frac{\ln a+1}{b+1}=1 \Rightarrow b=\ln a$,即点$A(a,b)$在函数$f(x)=\ln x$的图象上.$\frac{c-2}{d-3}=1 \Rightarrow c-d+1=0(d\neq 3)$,即点$B(c,d)$在直线$x-y+1=0$上(不含点(2,3)),$(a-c)^2+(b-d)^2=|AB|^2$.令$f'(x)=\frac{1}{x}=1$得$x=1$,所以$f(x)=\ln x$在(1,0)处的切线$x-y-1=0$与$x-y+1=0$平行,故$|AB|_{\min}=\frac{|1-(-1)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$,此时$A(1,0)$,$B(0,1)$满足条件,所以$[(a-c)^2+(b-d)^2]_{\min}=2$.

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13.【答案】 $\left[\frac{2}{3},3\right]$

【命题意图】 本题考查线性规划.

【解析】 根据约束条件画出可行域,如图阴影部分所示.$z=\frac{y+2}{x}$表示阴影部分内的点$M(x,y)$与点$D(0,-2)$连线的斜率,结合图象可知$z=k_{DM}\in[k_{DB},k_{DA}]$,由$\begin{cases} x+2y-3=0, \\ 2x+y-6=0 \end{cases}$可得$B(3,0)$,所以$k_{DB}=\frac{-2-0}{0-3}=\frac{2}{3}$.由$\begin{cases} x+2y-3=0, \\ x-y=0 \end{cases}$可得$A(1,1)$,所以$k_{DA}=\frac{-2-1}{0-1}=3$,故$z\in\left[\frac{2}{3},3\right]$.



14.【答案】 -1

【命题意图】 本题考查等差数列求和公式及通项公式.

【解析】 $S_6=6a_1+15d$,$S_{15}=15a_1+105d$,所以$S_{15}-S_6=9a_1+90d=-9$,所以$a_{11}=a_1+10d=-1$.

15.【答案】 $-\frac{1}{2}$

【命题意图】 本题考查导数的计算和应用.

【解析】 $f'(x)=a\cos x-ax\sin x=a(\cos x-x\sin x)$,当$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$时,$\cos x-x\sin x<0$.

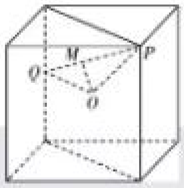
当$a=0$时,显然不合题意;当$a>0$时,$f'(x)<0$,所以$f(x)_{\max}=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}$,不合题意;

当$a<0$时,$f'(x)>0$,所以$f(x)_{\max}=f(\pi)=-a\pi+\frac{1}{2}=\frac{\pi+1}{2}\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$.

16.【答案】 $\frac{10}{3}$

【命题意图】 本题考查空间几何体的特征,球与多面体的问题.

【解析】 要使直线 PQ 被球 O 截得的线段长最大,则需要 PQ 到球心 O 的距离最小,则 P,Q 应该在如图所示的相对位置.作 $OM\perp PQ$ 于点 M,易知 $OQ=\sqrt{2}$,$PQ=3$,$OP=\sqrt{5}$. $\triangle OPQ$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times OQ\times 1=\frac{1}{2}\times OM\times PQ$,所以 $OM=\frac{\sqrt{2}}{3}$,$MP=\sqrt{OP^2-OM^2}=\frac{5}{3}$,所以此时 PQ 被球 O 截得的线段长为 $2MP=\frac{10}{3}$.



三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17.【命题意图】 本题考查余弦定理和正弦定理的应用.

【解析】 (Ⅰ)由余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+c^2-(3c-a)^2}{2ac}=\frac{3a-4c}{a}=\frac{1}{2}$.

则 $a=\frac{8c}{5}$,所以 $b=\frac{7c}{5}$. ……………………………………………… (2 分)

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times\frac{8c^2}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{5}c^2=10\sqrt{3}$, ……………………… (4 分)

得 $c=5$. ……………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $a=\frac{8c}{5}=8$,$b=3c-8=7$. ……………………………………… (6 分)

所以 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{64+49-25}{2\times8\times7}=\frac{11}{14}$,因为 $C\in(0,\pi)$,所以 $\sin C=\frac{5\sqrt{3}}{14}$. ……………… (8 分)

同理,又由 $\cos\angle CAD=\frac{13}{14}$ 得 $\sin\angle CAD=\frac{3\sqrt{3}}{14}$.

所以 $\sin\angle ADC=\sin(\angle C+\angle CAD)=\sin C\cos\angle CAD+\sin\angle CAD\cos C=\frac{5\sqrt{3}}{14}\times\frac{13}{14}+\frac{3\sqrt{3}}{14}\times\frac{11}{14}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

…………………………………………………………………… (10 分)

在 $\triangle ACD$ 中,由正弦定理得 $\frac{CD}{\sin\angle CAD}=\frac{AC}{\sin\angle ADC}$,所以 $CD=\frac{7\times\frac{3\sqrt{3}}{14}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=3$. ……………… (12 分)

18.【命题意图】 本题考查线面平行的证明及二面角的计算.

【解析】 (Ⅰ)取 AF 中点 M,BD 中点 N,连接 MN,CN,易知 C,N,O,M 四点共线.

由 $BC\perp CD$,且 $BC=CD$,可知 $\triangle BCD$ 为等腰直角三角形,所以 $CN=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}AB$.

因为 O 是正方形 $ABDF$ 的中心,所以 $OM=ON$.

所以 $CN=NO=MO$,所以 $MO=\frac{1}{3}MC$. ……………………………………… (2 分)

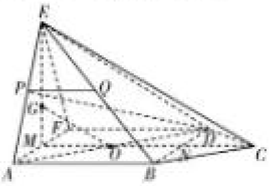
又 G 是 $\triangle AEF$ 的重心,所以 $MG=\frac{1}{3}ME$. ……………………………………… (3 分)

所以$\frac{MO}{MC}=\frac{MG}{ME}$,故 $OG/\!/CE$. ……………………………………………………………………………… (4 分)

又因为 $EC\subset$平面 BCE,$OG\not\subset$平面 BCE.

所以 $OG/\!/$平面 BCE. ……………………………………………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)**解法一**:取 AE,BE 中点分别为 P,Q,连接 PD,PQ,则 $PQ/\!/AB$.



又侧面 $AEF\perp$底面 ABC,$AB\perp AF$,侧面 $AEF\cap$底面 $ABC=AF$,所以 $AB\perp$平面 AEF.

又 $AE\subset$平面 AEF,所以 $AB\perp AE$,所以 $PQ\perp AE$. ……………………………………………………… (7 分)

又 $EF=FD=2$,$DF\perp EF$,所以 $ED=AD=2\sqrt{2}$,所以 $DP\perp AE$. ………………………………………… (8 分)

所以$\angle DPQ$ 为二面角 $B-AE-D$ 的平面角. ……………………………………………………………… (9 分)

易知 $PQ/\!/DF$,所以$\angle DPQ=\angle FDP$.

因为 $DP=\sqrt{AD^2-AP^2}=\sqrt{7}$,$FD=2$,

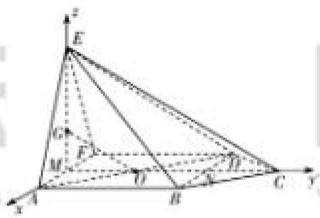
所以 $\cos\angle FDP=\frac{FD}{DP}=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$,所以 $\cos\angle DPQ=\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

即二面角 $B-AE-D$ 的余弦值为$\frac{2\sqrt{7}}{7}$. ……………………………………………………………… (12 分)

解法二:因为 M 为中点,$\triangle AEF$ 是正三角形,所以 $ME\perp AF$.

因为侧面 $AEF\perp$底面 ABC,且交线为 AF,所以 $ME\perp$底面 ABC. 所以直线 ME,MA,MC 两两垂直.

如图,以 M 为原点,以$\overrightarrow{MA}$方向为 x 轴正方向,以$\overrightarrow{MC}$方向为 y 轴正方向,以$\overrightarrow{ME}$方向为 z 轴正方向,建立空间直角坐标系.



则 $A(1,0,0)$,$B(1,2,0)$,$D(-1,2,0)$,$E(0,0,\sqrt{3})$. 所以$\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$,$\overrightarrow{AE}=(-1,0,\sqrt{3})$,$\overrightarrow{AD}=(-2,2,0)$.

……… (7 分)

设平面 ABE 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$,

则$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}_1=2y_1=0,\\ \overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}_1=-x_1+\sqrt{3}z_1=0.\end{cases}$ 令 $z_1=1$,则 $\boldsymbol{n}_1=(\sqrt{3},0,1)$. ……………………………………… (8 分)

设平面 AED 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$,

则$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{n}_2=-2x_2+2y_2=0,\\ \overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}_2=-x_2+\sqrt{3}z_2=0.\end{cases}$ 令 $z_2=1$,则 $\boldsymbol{n}_2=(\sqrt{3},\sqrt{3},1)$. ……………………………………… (9 分)

所以 $\cos\langle \boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{4}{2\times\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$. ……………………（11 分）

结合图可知，二面角 $B-AE-D$ 的余弦值为$\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$. ……………………（12 分）

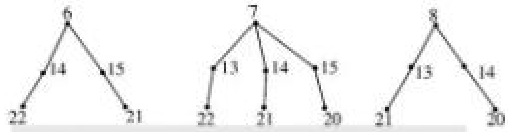
19.【命题意图】 本题考查计数原理、古典概型的概率计算以及离散型随机变量的分布列与数学期望.

【解析】（Ⅰ）任选三个数，共有 $C_9^3=84$ 种情况. ……………………（1 分）

若在第一行选三个数，则和为 $6+7+8=21$，不符合条件；

若在第一行选两个数，则和最大为 $7+8+22=37$，不符合条件；

若第一行选一个数字，由下图可知，满足条件的有 7 种选取方法：



若第一行不选，则只有选 13、14、15 共 1 种方法.

所以三数之和为 42 的共有 $7+1=8$ 种选取方法， ……………………（4 分）

故所求概率为 $P=\dfrac{8}{84}=\dfrac{2}{21}$. ……………………（5 分）

（Ⅱ）在每一行中各取一个数字，则共有 $3^3=27$ 种情况.

而 X 的取值有 39,40,41,42,43,44,45 共 7 种可能. ……………………（7 分）

$X=39$，有(6,13,20)一种，所以 $P(X=39)=\dfrac{1}{27}$；$X=45$，有(8,15,22)一种，所以 $P(X=45)=\dfrac{1}{27}$；

$X=40$，有(6,13,21)、(6,14,20)、(7,13,20)三种，所以 $P(X=40)=\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$；

$X=44$，有(8,15,21)、(8,14,22)、(7,15,22)三种，所以 $P(X=44)=\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$；

$X=41$，有(6,13,22)、(6,14,21)、(6,15,20)、(7,13,21)、(7,14,20)、(8,13,20)六种，

所以 $P(X=41)=\dfrac{6}{27}=\dfrac{2}{9}$；

$X=43$，有(8,15,20)、(8,14,21)、(8,13,22)、(7,15,21)、(7,14,22)、(6,15,22)六种，

所以 $P(X=43)=\dfrac{6}{27}=\dfrac{2}{9}$；

$X=42$，由（Ⅰ）可知共 7 种，所以 $P(X=42)=\dfrac{7}{27}$. ……………………（10 分）

故 X 的分布列为

X	39	40	41	42	43	44	45
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

故 $EX=39\times\dfrac{1}{27}+40\times\dfrac{1}{9}+41\times\dfrac{2}{9}+42\times\dfrac{7}{27}+43\times\dfrac{2}{9}+44\times\dfrac{1}{9}+45\times\dfrac{1}{27}=42$. ……………………（12 分）

20.【命题意图】 本题考查椭圆的标准方程以及椭圆的几何性质.

【解析】（Ⅰ）因为 a,b,c 成等比数列，所以 $b^2=ac\Rightarrow a^2-c^2=ac\Rightarrow 1-e^2=e$. ……………………（2 分）

解得 $e=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. 又因为 $e\in(0,1)$，所以 $e=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. ……………………（3 分）

（Ⅱ）因为 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆上，所以 $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1\Rightarrow y_0^2=b^2-\frac{b^2x_0^2}{a^2}$. ……………………（4 分）

所以 $|PF_1|=\sqrt{(x_0+c)^2+y_0^2}=\sqrt{x_0^2+2cx_0+c^2+\left(b^2-\frac{b^2}{a^2}x_0^2\right)}$

$=\sqrt{\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)x_0^2+2cx_0+b^2+c^2}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_0^2+2cx_0+a^2}$

$=\sqrt{\left(a+\frac{c}{a}x_0\right)^2}=|a+ex_0|$. ……………………（6 分）

因为 $x_0\in[-a,a]$，所以 $a+ex_0\geqslant a-c>0$，所以 $|PF_1|=a+ex_0$. ……………………（7 分）

（Ⅲ）由题意可得点 $M(x_0,0)$，所以 $|OM|=|x_0|$. ……………………（8 分）

因为 PN 为 $\angle F_1PF_2$ 的平分线，

所以有 $\frac{|PF_2|}{|PF_1|}=\frac{|NF_2|}{|NF_1|}\Rightarrow\frac{|PF_2|+|PF_1|}{|PF_1|}=\frac{|NF_2|+|NF_1|}{|NF_1|}$，即 $\frac{2a}{|PF_1|}=\frac{2c}{|NF_1|}$. ……………………（10 分）

所以 $|NF_1|=\frac{c}{a}|PF_1|=e(a+ex_0)=c+e^2x_0$，所以 $|ON|=||NF_1|-|OF_1||=e^2|x_0|$.

故 $\frac{|ON|}{|OM|}=e^2=\left(\frac{\sqrt5-1}{2}\right)^2=\frac{3-\sqrt5}{2}$. ……………………（12 分）

21.【命题意图】 本题考查利用导数研究函数的单调性和最值，解决不等式问题.

【解析】 （Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)=\ln(x+1)-x+1$，定义域为 $(-1,+\infty)$.

$f'(x)=\frac{1}{x+1}-1=\frac{-x}{x+1}$. ……………………（2 分）

令 $f'(x)=0$，得 $x=0$.

当 $x\in(-1,0)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减. ……………………（4 分）

所以 $f(x)_{\max}=f(0)=1$. ……………………（5 分）

（Ⅱ）$f'(x)=\frac{a}{ax+1}-1=\frac{-ax+a-1}{ax+1}$，$x>-\frac{1}{a}$. ……………………（6 分）

令 $f'(x)=0$，得 $x=\frac{a-1}{a}$.

当 $x\in\left(-\frac{1}{a},\frac{a-1}{a}\right)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；当 $x\in\left(\frac{a-1}{a},+\infty\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减. …（8 分）

所以 $f(x)_{\max}=f\left(\frac{a-1}{a}\right)=\ln a+\frac{1}{a}$. ……………………（9 分）

依题意有 $\ln a+\frac{1}{a}\leqslant\frac{e+1}{e}$，设 $g(a)=\ln a+\frac{1}{a}(a\geqslant1)$， ……………………（10 分）

则 $g'(a)=\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2}=\frac{a-1}{a^2}\geqslant0$，所以 $g(a)$ 在 $a\in[1,+\infty)$ 上单调递增. ……………………（11 分）

又 $g(e)=\ln e+\frac{1}{e}=\frac{e+1}{e}$，故 $\ln a+\frac{1}{a}\leqslant\frac{e+1}{e}\Leftrightarrow g(a)\leqslant g(e)\Rightarrow1\leqslant a\leqslant e$，

即实数 a 的取值范围为 $[1,e]$. ……………………（12 分）

22.【命题意图】 本题考查直线的参数方程，极坐标和直角坐标的互化，弦长问题.

【解析】 （Ⅰ）由 $\rho^2=\frac{8}{5-3\cos2\theta}$，得 $\rho^2(5-6\cos^2\theta+3)=8$，化简得 $4\rho^2-3\rho^2\cos^2\theta=4$. ……………………（2 分）

因为 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，所以方程可化为 $4(x^2+y^2)-3x^2=4$，

整理得 $x^2+4y^2=4$，即 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……（4 分）

（Ⅱ）由直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x=a+\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ 可得其普通方程为 $x-y-a=0$. ……（5 分）

联立 $\begin{cases} x^2+4y^2=4, \\ x-y-a=0 \end{cases}$ 可得 $5x^2-8ax+4a^2-4=0$. ……（6 分）

因为直线 l 与曲线 C 有两个交点，

所以 $\Delta=64a^2-4\times5\times(4a^2-4)=80-16a^2>0$，得 $-\sqrt{5}<a<\sqrt{5}$. ……（7 分）

设 $A(x_1,x_2)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{8a}{5}$，$x_1x_2=\frac{4a^2-4}{5}$. ……（8 分）

$|AB|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{4\sqrt{2}}{5}\sqrt{5-a^2}$. ……（9 分）

由 $\frac{4\sqrt{2}}{5}\sqrt{5-a^2}=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，解得 $a=\pm2$. ……（10 分）

23.【命题意图】 本题考查绝对值不等式的解法和绝对值不等式的性质.

【解析】（Ⅰ）当 $a=2$ 时，$f(x)=|2x+1|+|x+2|=\begin{cases} -3x-3, x\leqslant-2, \\ -x+1, -2<x\leqslant-\frac{1}{2}, \\ 3x+3, x>-\frac{1}{2}. \end{cases}$ ……（2 分）

当 $x\leqslant-2$ 时，$-3x-3<6\Rightarrow x>-3$，故 $-3<x\leqslant-2$；

当 $-2<x\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，$-x+1<6\Rightarrow x>-5$，故 $-2<x\leqslant-\frac{1}{2}$；

当 $x>-\frac{1}{2}$ 时，$3x+3<6\Rightarrow x<1$，故 $-\frac{1}{2}<x<1$. ……（4 分）

综上所述，不等式 $f(x)<6$ 的解集为 $(-3,1)$. ……（5 分）

（Ⅱ）$f(x)+(a-1)|x+a|=|ax+1|+a|x+a|=|ax+1|+|ax+a^2|\geqslant|(ax+1)-(ax+a^2)|=|a^2-1|$，

当 $ax+1$ 和 $ax+a^2$ 的符号相反时，等号成立. ……（7 分）

故 $|a^2-1|\geqslant3$. ……（8 分）

所以 $a^2-1\geqslant3$ 或 $a^2-1\leqslant-3$.

由 $a^2-1\geqslant3$ 得 $a\geqslant2$ 或 $a\leqslant-2$，又 $a>0$，故 $a\geqslant2$；

而 $a^2-1\leqslant-3$ 无解，

综上所述，$a\geqslant2$. ……（10 分）

微信扫一扫，快速关注