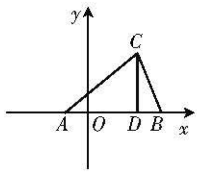
十堰市 2022～2023 学年下学期期末调研考试
高一数学参考答案

1. B　因为 $z=\frac{3+\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\frac{(3+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}=\frac{7-\mathrm{i}}{5}=\frac{7}{5}-\frac{1}{5}\mathrm{i}$，所以复数 $z=\frac{3+\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$的实部为$\frac{7}{5}$.

2. A　因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，所以 $2\times3\lambda=7-\lambda$，解得 $\lambda=1$.

3. C　根据分层随机抽样的概念可得抽出的桃形香囊的个数为 $20\times\frac{27}{36+18+27+9}=6$.

4. D　法一：如图所示，根据斜二测画法可知，$C'D'/\!/y'$轴，且 $C'D'=\sqrt{2}$，原图形为$\triangle ABC$，其中 $AB=5$，$CD\perp AB$，且 $CD=2\sqrt{2}$，则$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}\cdot AB\cdot CD=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.



法二：直观图面积为$\frac{1}{2}\cdot A'B'\cdot C'B'=\frac{1}{2}\times5\times1=\frac{5}{2}$，原图的面积等于直观图面积的 $2\sqrt{2}$倍，所以原图的面积为$\frac{5}{2}\times2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.

5. A　将 $f(x)$图象上所有的点都向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线 $y=3\cos[6(x+\frac{\pi}{12})-\frac{\pi}{3}]=3\cos(6x+\frac{\pi}{6})$，再把得到的曲线上所有点的横坐标伸长到原来的 3 倍，纵坐标不变，得到 $g(x)=3\cos(2x+\frac{\pi}{6})=3\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$的图象.

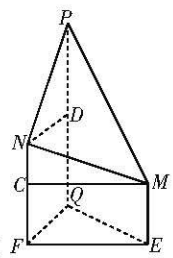
6. A　根据题意可得圆台的下底面半径为 2，上底面半径为 1，高为$\sqrt{3}$，故该圆台的体积 $V=\frac{1}{3}(\pi+4\pi+\sqrt{\pi\cdot4\pi})\cdot\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$.

7. B　因为 $m>\frac{3}{2}$，所以 $5m-(m+6)=4m-6>0$，所以 $5m>m+6$. 又 $5m>3m>0$，所以 A 最大，则由余弦定理得 $\cos A=\frac{(3m)^2+(m+6)^2-(5m)^2}{2\times3m(m+6)}<0$，得$(5m+6)(m-2)>0$，则 $m>2$. 因为 $m+6>5m-3m$，所以 $m<6$，所以 m 的取值范围是$(2,6)$.

8. C　如图，过 M 作 $MC\perp NF$ 交 NF 于 C，过 N 作 $ND\perp PQ$ 交 PQ 于 D，如图所示，因为 $NF-ME=200$，所以 $NC=200$，又$\angle NMC=15^\circ$，则 $MC=\frac{200}{\tan15^\circ}$，

$\tan15^\circ=\tan(60^\circ-45^\circ)=\frac{\tan60^\circ-\tan45^\circ}{1+\tan60^\circ\cdot\tan45^\circ}=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$，

则 $EF=MC=\frac{200}{2-\sqrt{3}}=200(2+\sqrt{3})$，又$\angle QEF=30^\circ$，$\angle QFE=45^\circ$，所以$\angle FQE=105^\circ$，由正弦定理$\frac{EF}{\sin\angle FQE}=\frac{FQ}{\sin\angle FEQ}$，得$\frac{200(2+\sqrt{3})}{\sin105^\circ}=\frac{QF}{\sin30^\circ}$，



官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

$\sin 105°=\sin(60°+45°)=\sin 60°\cos 45°+\cos 60°\sin 45°=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$,

即 $FQ=\frac{200(2+\sqrt{3})\times\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}=100\sqrt{6}+100\sqrt{2}$,又$\angle PND=\alpha$,所以 $\tan\alpha=\sqrt{2}$,

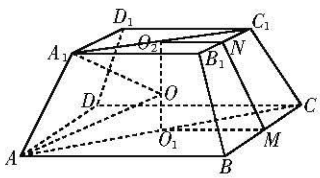
所以 $PD=ND\cdot\tan\alpha=FQ\cdot\tan\alpha=200+200\sqrt{3}$,则 P,M 两点到平面 QEF 的高度差为 $PD+NC=200+200\sqrt{3}+200=400+200\sqrt{3}=200(2+\sqrt{3})\approx 746$ 米.

9. BCD　因为 $z=(2+i)i=2i+i^2=-1+2i$,所以 $\bar{z}=-1-2i$,$|z|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$,z 在复平面内对应的点的坐标为$(-1,2)$,在第二象限. $z+1=2i$,为纯虚数.

10. ABD　2022 届初三年级学生仰卧起坐一分钟的个数在[30,60)内的学生人数占比为 20%+25%+25%=70%,A 正确. 由于 2023 届初三学生人数较 2022 届上升了 10%,假设 2022 届初三学生人数为 $a(a>0)$,则仰卧起坐一分钟的个数在[60,80]内的学生人数为 $0.2a$,2023 届初三学生仰卧起坐一分钟的个数在[60,80]内的学生人数为 $a\times(1+10\%)\times 41\%=0.451a$,$0.451a>0.2a\times 2.2$,B 正确. 2022 届初三学生仰卧起坐一分钟个数的中位数在[40,50)内,2023 届初三学生仰卧起坐一分钟个数的中位数在[50,60)内,C 错误. 2022 届初三学生仰卧起坐一分钟个数不小于 50 的人数占 25%+15%+5%=45%,2023 届初三学生仰卧起坐一分钟个数不小于 50 的人数占 41%+34%+7%=82%,D 正确.

11. ACD　依题意得 $A=3$,$f(0)=3\sin\varphi=-\frac{3}{2}$,$\sin\varphi=-\frac{1}{2}$,因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=-\frac{\pi}{6}$,A 正确. 因为 $f(\frac{\pi}{48})=3\sin(\frac{\pi}{48}\omega-\frac{\pi}{6})=0$,所以$\frac{\pi}{48}\omega-\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,解得 $\omega=8+48k(k\in\mathbf{Z})$. 因为$\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4\omega}>\frac{\pi}{48}$,所以 $0<\omega<24$,所以当 $k=1$ 时,$\omega=8$,B 错误. 因为 $f(x)=3\sin(8x-\frac{\pi}{6})$,所以令 $8x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,解得 $x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{8}(k\in\mathbf{Z})$,则 $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$对称,C 正确. 因为当 $x\in[\frac{\pi}{24},\frac{\pi}{6}]$时,$8x-\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$,所以 $3\sin(8x-\frac{\pi}{6})\in[-\frac{3}{2},3]$,所以 $f(x)$在$[\frac{\pi}{24},\frac{\pi}{6}]$上的值域为$[-\frac{3}{2},3]$,D 正确.

12. BCD　因为$\frac{A_1B_1}{AB}\neq\frac{A_1D_1}{AD}$,所以四条侧棱的延长线不能交于一点,所以这个六面体不是棱台,所以 A 错误. 由题意可知,这个六面体的外接球球心 O 在直线 O_1O_2 上,且 $O_1A=4\sqrt{2}$,$O_2A_1=2\sqrt{5}$,因为 $O_1A^2+OO_1{}^2=O_2A_1{}^2+(6-OO_1)^2=R^2$,解得 $OO_1=2$,所以六面体的外接球半径 $R=6$,所以这个六面体的外接球体积是$\frac{4}{3}\pi R^3=288\pi$,B 正确. AC 和 A_1C_1 显然不相交,因为 $\tan\angle CAB=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{7}}{5}$,$\tan\angle C_1A_1B_1=\frac{B_1C_1}{A_1B_1}=\frac{1}{2}$,$\tan\angle CAB\neq\tan\angle C_1A_1B_1$,所以 AC 与 A_1C_1 不平行,所以 AC 和 A_1C_1 不在同一平面内,C 正确. 取 BC 和 B_1C_1 的中点分别为 M,



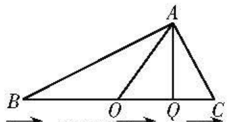
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

N，连接 O_2N，MN，O_1M，则$\angle O_1MN$ 即所求二面角的平面角，$O_1M=5$，$O_2N=4$，所以 $\cos\angle O_1MN=\dfrac{O_1M-O_2N}{\sqrt{O_1O_2^{\,2}+(O_1M-O_2N)^2}}=\dfrac{\sqrt{37}}{37}$，D 正确.

13.$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　$\dfrac{\tan 22.5^\circ}{1+\tan^2 22.5^\circ}=\dfrac{\dfrac{\sin 22.5^\circ}{\cos 22.5^\circ}}{1+\dfrac{\sin^2 22.5^\circ}{\cos^2 22.5^\circ}}=\sin 22.5^\circ\cos 22.5^\circ=\dfrac{1}{2}\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

14.24；$2\sqrt{31}$　因为 $\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，即 $2\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}^2=2\times(2\sqrt{3})^2=24$. 所以$|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}=24$，解得$|\boldsymbol{b}|=8$. 因为$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=12+48+64=124$，所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2\sqrt{31}$.

15.$[\dfrac{1}{5},\dfrac{3}{5}]$　因为$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，所以$\overrightarrow{CO}=\lambda\overrightarrow{CB}$. 又因为 O 为$\triangle ABC$ 的外心，所以$\triangle ABC$ 为直角三角形且 $AB\perp AC$，O 为斜边 BC 的中点，过 A 作 BC 的垂线 AQ，垂足为 Q. 因为$\overrightarrow{BA}$在$\overrightarrow{BC}$上的投影向量为$\mu\overrightarrow{BC}$，所以$\overrightarrow{OA}$在$\overrightarrow{BC}$上的投影向量为$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{BQ}-\overrightarrow{BO}=\mu\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=(\mu-\dfrac{1}{2})\overrightarrow{BC}$，而$|\overrightarrow{OA}|=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$，所以 $\cos\angle AOC=\dfrac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\dfrac{(\mu-\dfrac{1}{2})|\overrightarrow{BC}|}{\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|}=2\mu-1$，因为 $\mu\in[\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5}]$，所以 $2\mu-1\in[\dfrac{1}{5},\dfrac{3}{5}]$，即 $\cos\angle AOC$ 的取值范围为$[\dfrac{1}{5},\dfrac{3}{5}]$.

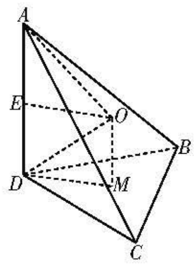


16.$(8+8\sqrt{5})\pi$　在平面四边形中设$\angle CBD=\theta(0<\theta<\dfrac{\pi}{2})$，$\angle ABD=\dfrac{\pi}{2}-\theta$，

即在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中，$\angle BAD=\theta$，$AD=\dfrac{4}{\tan\theta}$.

在$\triangle BCD$ 中，$CD=2BC\sin\dfrac{\theta}{2}=8\sin\dfrac{\theta}{2}$. 设$\triangle BCD$ 外接圆圆心为 M，外接圆半径为 r，由正弦定理可得 $2r=\dfrac{CD}{\sin\theta}=\dfrac{8\sin\dfrac{\theta}{2}}{2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}}=\dfrac{4}{\cos\dfrac{\theta}{2}}$，$r=\dfrac{2}{\cos\dfrac{\theta}{2}}$.

设三棱锥 $A-BCD$ 外接球球心为 O，则 $OM\perp$平面 BCD.
又因为平面 $ADB\perp$平面 BDC，平面 $ADB\cap$平面 $BDC=BD$，$\angle ADB=90^\circ$，
所以 $AD\perp$平面 BDC，则 $AD/\!/OM$，所以四边形 $OMDA$ 为直角梯形.
设外接球的半径为 R，在平面四边形 $OMDA$ 中，过 O 做 $OE\perp AD$ 于 E，
在$\triangle AOD$ 中，$AO=DO=R$，E 为 AD 的中点，$OM=DE=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{2}{\tan\theta}$，



由 $DO^2=DE^2+OE^2\Rightarrow R^2=DE^2+r^2=\dfrac{4}{\tan^2\theta}+\dfrac{4}{\cos^2\dfrac{\theta}{2}}$，

3
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

所以 $R^2=\frac{4}{\tan^2\theta}+\frac{4}{\cos^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4\cos^2\theta}{\sin^2\theta}+\frac{8}{1+\cos\theta}=\frac{4\cos^2\theta}{1-\cos^2\theta}+\frac{8}{1+\cos\theta}=-4+4\times\frac{3-2\cos\theta}{1-\cos^2\theta}$.

令 $3-2\cos\theta=t$,$1<t<3$,则 $\cos\theta=\frac{3-t}{2}$,$R^2=-4+4\times\frac{4t}{-t^2+6t-5}=-4+\frac{16}{-(t+\frac{5}{t})+6}$,

因为 $t+\frac{5}{t}\geqslant 2\sqrt{5}$,当且仅当 $t=\frac{5}{t}$,即 $t=\sqrt{5}$ 时(满足 $1<t<3$)等号成立.

所以 $R^2=-4+\frac{16}{-(t+\frac{5}{t})+6}\leqslant -4+\frac{16}{6-2\sqrt{5}}=2+2\sqrt{5}$,

所以外接球表面积的最小值为 $4\pi R^2=(8+8\sqrt{5})\pi$.

17\. 解:(1)因为 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$,所以 $\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha=\frac{3}{5}$,即 $\cos\alpha+\sin\alpha=\frac{3}{5}\sqrt{2}$.
…………………………………………………………………………………… 2 分

所以 $(\cos\alpha+\sin\alpha)^2=\frac{18}{25}$,则 $1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{18}{25}$,即 $1+\sin 2\alpha=\frac{18}{25}$,

所以 $\sin 2\alpha=-\frac{7}{25}$. …………………………………………………………… 5 分

(2)因为 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$,所以 $\frac{\pi}{4}-\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$,

又因为 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$,所以 $\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=-\frac{4}{5}$. ………………………………… 6 分

因为 $\sin(\frac{5\pi}{4}+\beta)=-\frac{12}{13}$,所以 $\sin(\frac{\pi}{4}+\beta)=-\sin(\frac{5\pi}{4}+\beta)=\frac{12}{13}$, ………………… 7 分

又 $\beta\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $\frac{\pi}{4}+\beta\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$,所以 $\cos(\frac{\pi}{4}+\beta)=\frac{5}{13}$. ………………………… 8 分

则 $\cos(\alpha+\beta)=\cos[(\frac{\pi}{4}+\beta)-(\frac{\pi}{4}-\alpha)]=\cos(\frac{\pi}{4}+\beta)\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{4}+\beta)\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)$

$=\frac{5}{13}\times\frac{3}{5}+\frac{12}{13}\times(-\frac{4}{5})=-\frac{33}{65}$,

故 $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{33}{65}$. …………………………………………………………… 10 分

18\. 解:(1)因为 $\sin^2A+\sin A\sin C+\sin^2C+\cos^2B=1$,所以 $\sin^2A+\sin A\sin C+\sin^2C=\sin^2B$.
…………………………………………………………………………………… 1 分

所以 $a^2+ac+c^2=b^2$. …………………………………………………………… 2 分

根据余弦定理可得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\frac{1}{2}$, ……………………………………… 4 分

因为 $B\in(0,\pi)$,所以 $B=\frac{2\pi}{3}$. ……………………………………………………… 6 分

(2)由余弦定理知 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,即 $7^2=5^2+c^2-2\times 5c\cos\frac{2\pi}{3}$, ……………… 8 分

化简得 $c^2+5c-24=0$,解得 $c=3$ 或 $c=-8$(舍去). ………………………………… 10 分

官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

由正弦定理知$\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$,则 $\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{3\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{7}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$. ························ 12 分

19.(1)证明:取 BC 的中点 Q,连接 NQ,MQ,

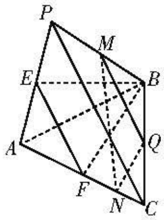
因为 M,Q 分别为 PB,BC 的中点,所以 $MQ/\!/PC$, ························ 1 分

因为 E,F 分别为 AP,AC 的中点,所以 $EF/\!/PC$,所以 $MQ/\!/EF$, ······ 2 分

$MQ\not\subset$平面 EBF,$EF\subset$平面 EBF,所以 $MQ/\!/$平面 EBF, ················ 3 分

同理可得 $NQ/\!/$平面 EBF, ·· 4 分

因为 $MQ\cap NQ=Q$,所以平面 $MNQ/\!/$平面 EBF. ························ 5 分



因为 $MN\subset$平面 MNQ,所以 $MN/\!/$平面 EBF. ·· 6 分

(2)解:因为 $EF/\!/PC$,所以$\angle FEB$(或其补角)即异面直线 PC 与 EB 所成的角,···7 分

因为 $PA=PB=AC=BC=4$,且$\angle APB=60^\circ$,

所以$\triangle ABC$,$\triangle ABP$ 均为等边三角形,$EB=BF=2\sqrt{3}$,$EF=\frac{1}{2}PC=2\sqrt{2}$, ·············· 9 分

根据余弦定理可得 $\cos\angle FEB=\frac{12+8-12}{2\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$,

所以异面直线 PC 与 EB 所成角的余值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$. ·· 12 分

20.解:(1)因为月均用水量在[7.5,8.5)内的家庭占 30%, ···································· 1 分

所以在这 500 个家庭中月均用水量在[7.5,8.5)内的家庭有 $500\times30\%=150$ 户. ······ 2 分

(2)由频率分布直方图,可得 $0.05+b+a+0.30+0.20+0.08=1$, ························ 3 分

则 $a+b=0.37$, ·· 4 分

因为这 500 个家庭的月均用水量的第 27 百分位数为 6.9,

所以在 $0.05+b+(6.9-6.5)a=0.27$, ·· 5 分

则 $b+0.4a=0.22$, ·· 6 分

解得$\begin{cases}a=0.25,\\b=0.12.\end{cases}$ ·· 8 分

(3)估计这 500 个家庭的月均用水量的平均值为

$0.05\times5+0.12\times6+0.25\times7+0.30\times8+0.20\times9+0.08\times10=7.72$. ·············· 12 分

21.(1)证明:根据题意可得 $PF\perp PD$, ·· 1 分

因为 $PF\perp BF$,$BF/\!/AD$,所以 $PF\perp AD$. ·· 2 分

$PD\cap AD=D$,所以 $PF\perp$平面 PDE. ·· 3 分

因为 $PF\subset$平面 PDF,所以平面 $PDF\perp$平面 PDE. ·································· 4 分

(2)解:设 $CF=x$,$CD=y$,则 $x^2+y^2=12$,$DE=x$,$PF=x$,$EF=y$.

由(1)知 $PF\perp$平面 PDE,则 $PF\perp PE$,得 $PE=\sqrt{y^2-x^2}$. ························ 5 分

因为 $PF\perp AD$,$EF\perp AD$,$EF\cap PF=F$,所以 $AD\perp$平面 PFE,则 $AD\perp PE$, ············ 6 分

所以三棱锥 $P-EDF$ 的体积 $V_{P-EDF}=V_{F-PED}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\cdot x\cdot\sqrt{y^2-x^2}\cdot x=\frac{1}{6}x^2\cdot$

官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

$\sqrt{y^2-x^2}=\frac{1}{6}x^2\cdot\sqrt{12-2x^2}$， …………………………………………………………… 9分

因为 $x^2\cdot\sqrt{12-2x^2}=\sqrt{x^2\cdot x^2\cdot(12-2x^2)}\leqslant\sqrt{(\frac{x^2+x^2+12-2x^2}{3})^3}=8$，当且仅当 $x^2=12-2x^2$，即 $x=2$ 时，等号成立. …………………………………………………… 11分

所以 $V_{P-EDF}=\frac{1}{6}x^2\cdot\sqrt{12-2x^2}\leqslant\frac{1}{6}\times8=\frac{4}{3}$，故三棱锥 $P-EDF$ 的体积的最大值为 $\frac{4}{3}$.
…………………………………………………………………………………… 12分

22. 解：(1)由题意，$f(x)=|\sin x|-\cos x$，

$f(x+\frac{\pi}{2})=|\sin(x+\frac{\pi}{2})|-\cos(x+\frac{\pi}{2})=|\cos x|+\sin x$，

所以 $g(x)=f(x)\cdot f(x+\frac{\pi}{2})=(|\sin x|-\cos x)(|\cos x|+\sin x)$

$=|\sin x\cos x|+|\sin x|\sin x-|\cos x|\cos x-\sin x\cos x$， ………………………… 1分

当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，$\sin x\geqslant0$，$\cos x\geqslant0$，

$g(x)=\sin^2x-\cos^2x=-\cos 2x$ 在$[0,\frac{\pi}{2}]$上单调递增，且 $g(0)=-1$，$g(\frac{\pi}{2})=1$，

则 $g(x)\in[-1,1]$； ………………………………………………………………… 2分

当 $x\in[\frac{\pi}{2},\pi]$时，$\sin x\geqslant0$，$\cos x\leqslant0$，

$g(x)=1-\sin 2x$ 在$[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$上单调递增，在$[\frac{3\pi}{4},\pi]$上单调递减，

且 $g(\frac{\pi}{2})=g(\pi)=1$，$g(\frac{3\pi}{4})=2$，则 $g(x)\in[1,2]$. ……………………………………… 3分

综上，$x\in[0,\pi]$时，$y=g(x)$的值域为$[-1,2]$. ……………………………………… 4分

(2)由题意，$f(x)=\sin x-\cos x$，$f(x+\frac{\pi}{2})=\sin(x+\frac{\pi}{2})-\cos(x+\frac{\pi}{2})=\cos x+\sin x$，

所以 $g(x)=f(x)\cdot f(x+\frac{\pi}{2})=(\sin x-\cos x)(\cos x+\sin x)=\sin^2x-\cos^2x=-\cos 2x$，

$F(x)=a\sin x+g(x)=a\sin x-\cos 2x=2\sin^2x+a\sin x-1$， ……………………………… 5分

因为 $F(x+2\pi)=2\sin^2(x+2\pi)+a\sin(x+2\pi)-1=2\sin^2x+a\sin x-1=F(x)$，

所以函数 $F(x)$是以 2π 为周期的周期函数. …………………………………………… 6分

设 $\sin x=t$，$F(x)$化为 $y=h(t)=2t^2+at-1$，$t\in[-1,1]$.

由于 $\Delta=a^2+8>0$，$h(t)=2t^2+at-1=0$ 必有两个实数根，

设为 $t_1,t_2(t_1<t_2)$，

$t_1+t_2=-\frac{a}{2}$，$t_1t_2=-\frac{1}{2}$，

由$\begin{cases}h(-1)=2-a-1<0,\\h(1)=2+a-1<0,\end{cases}$得$\begin{cases}a>1,\\a<-1,\end{cases}$无解，即 t_1,t_2 至少一个在$[-1,1]$内. ………… 7分

①当 t_1,t_2 只有一个在$(-1,1)$内时，$h(-1)h(1)=(1-a)(1+a)<0$，解得 $a<-1$ 或 $a>1$.

官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

若 $a<-1$，则 $h(-1)=1-a>0$，$h(1)=1+a<0$，得 $-1<t_1<0$，$t_2>1$，
在 $[0,2\pi]$ 内，$t_1=\sin x$ 有两个根 $x_1,x_2\in(\pi,2\pi)$，且 $x_1+x_2=3\pi$，
故 $F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $1011\times3\pi=3033\pi$；
若 $a>1$，则 $h(-1)=1-a<0$，$h(1)=1+a>0$，得 $t_1<-1$，$0<t_2<1$，
在 $[0,2\pi]$ 内，$t_2=\sin x$ 有两个根 $x_1,x_2\in(0,\pi)$，且 $x_1+x_2=\pi$，
所以 $F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $1012\times\pi=1012\pi$. ………………………………… 8 分

②当 $t_1=-1$ 时，$t_2=\frac{1}{2}$，此时 $a=1$.

在 $[0,2\pi]$ 内，$t_1=\sin x=-1$，$t_2=\sin x=\frac{1}{2}$ 共有三个根 $x_1=\frac{3\pi}{2}$，$x_2,x_3\in(0,\pi)$，且 $x_2+x_3=\pi$，

则 $F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $1011\times\frac{3}{2}\pi+1012\pi=\frac{5057\pi}{2}$. …………………… 9 分

③当 $t_2=1$ 时，$t_1=-\frac{1}{2}$，此时 $a=-1$.

在 $[0,2\pi]$ 内，$t_1=\sin x=-\frac{1}{2}$，$t_2=\sin x=1$ 共有三个根 $x_1,x_2\in(\pi,2\pi)$，$x_3=\frac{\pi}{2}$，且 $x_1+x_2=3\pi$，则 $F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $1012\times\frac{\pi}{2}+1011\times3\pi=3539\pi$. ……… 10 分

④当 $-1<a<1$ 时，$h(-1)=1-a>0$，$h(1)=1+a>0$，得 $-1<t_1<0<t_2<1$.
在 $[0,2\pi]$ 内，$t_1=\sin x$ 有两个根 $x_1,x_2\in(\pi,2\pi)$ 且 $x_1+x_2=3\pi$，$t_2=\sin x$ 有两个根 $x_3,x_4\in(0,\pi)$ 且 $x_3+x_4=\pi$，
则 $F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $1012\times\pi+1011\times3\pi=4045\pi$. ………………… 11 分
综上，当 $a<-1$ 时，$F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 3033π；
当 $a=-1$ 时，$F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 3539π；
当 $-1<a<1$ 时，$F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 4045π；
当 $a=1$ 时，$F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 $\frac{5057\pi}{2}$；
当 $a>1$ 时，$F(x)$ 在 $(0,2023\pi)$ 上所有零点的和为 1012π. ………………………………… 12 分

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。